MANUALE

PEI

SOLDATI E SOTTO-UFFIZIALI

de'

BATTAGLIONI ZAPPATORI E PIONIERI

ATTO A GUIDARLI IN TUTTI GLI ESAMI

cui vanno sottomessi

giusta i programmi

SUPERIORMENTE FISSATI

Compilato per le cure

DI

ANTONIO ULLOA

Capitano di Artiglieria addetto allo Stato Maggiore.

PARTE I.





NAPOLI,

Dalla Reale Tipografia Militare

1850.

AVVISO.

Alla fine di ogni domanda, si è notato la pagina, l'articolo, il paragrafo per la corrispondente risposta. Ma per ben soddisfare a' varî quesiti degli esami, fa d'uopo studiarne sempre l'intero capitolo.

Le sole risposte per le domande di manovre di divisione e di battaglione, bisogna ricercarle nell'Ordinanza di fanteria.

Si badi che ne' programmi di esame, che sono dalla pagina XII a XX, la lettera *D* preceduta da' numeri romani I. II. III. ec. ec. dinota le domande parziali già stabilite nell'elenco superiormente approvato. Così ad esempio nell'esame per ascendere ad alfiere le domande della Geometria piana sono 7; quelle della Geometria solida sono 5; quelle delle manovre di divisione e battaglione sono 14.

INDICE.



PARTE I.



ARITMETICA.



ELEMENTI DI GEOMETRIA PIANA.



NOZIONI DI GEOMETRIA SOLIDA.



NOZIONI DI GEOMETRIA PRATICA.



FORTIFICAZIONE DI CAMPAGNA.



FORTIFICAZIONE PERMANENTE.

COSTRUZIONE DELLE DIVERSE BATTERIE.

STRUMENTI

NOMENCLATURA

ALGEBRA.

PARTE II.



ORDINANZA DI PIAZZA.

ORDINANZA DI CAMPAGNA.



ORDINANZA AMMINISTRATIVA.



STATUTO PENALE.

ESEMPJ DI RAPPORTI

DATI

MODELLI.

METODO

A tenersi dalle Giunte de' Corpi per lo esame de' diversi gradi de' sotto-uffiziali da Caporale a primo Sergente inclusivo, e composizione delle Giunte medesime, approvato da S. M. il Re (D. G.) nel dì 5 Dicembre 1847.

Perchè negli ascensi l'antichità possa conservare la dovuta preferenza senza detrimento della proporzionata istruzione, che per ciascun grado è indispensabile, vien prescritto:

1.° In ogni corpo sarà stabilita una Giunta di esame, composta come segue;

Per un reggimento	Il tenente colonnello, ed in sua vece, uno de' maggiori a scelta del colonnello..	presidente
	Due capitani a scelta del colonnello....	membri
	Un uffiziale subalterno................	segretario
Per un battaglione	L'aiutante maggiore quante volte sia il più antico tra capitani............	presidente
	Due capitani a scelta del capo del corpo.	membri
	Un uffiziale subalterno..............	segretario

Il segretario non avrà voto.

Quelli chiamati a comporre tali Giunte non saranno esenti dal regolare servizio che loro spetta.

2.° La Giunta sempre che dovrà riunirsi lo farà previo ordine del corpo, ed in luogo prescritto dal capo di esso, onde procedere al corrispondente esame.

3.° Nel mese di gennaio di ciascun anno si aprirà in ogni corpo un esame annuale, nel quale verrà ammesso un numero di candidati proporzionato a quello delle compagnie, o squadroni, di cui è composto il corpo, cioè un secondo sergente, due caporali, e cinque soldati per compagnia, o squadrone, dovendosi prescegliere detto numero d'individui per antichità nelle classi rispettive dello intero corpo.

I comandanti de' corpi si faranno esibire con anticipazione le note de' soldati che bramano esaminarsi per caporali; ed i comandanti delle compagnie, o squadroni, nel trasmetterle, vi marcheranno le loro osservazioni circa la condotta de' propri candidati. Dalla riunione di siffatte note, e dal ruolo de' sotto-uffiziali del corpo per anzianità, il comandante di esso nominerà coloro che sono meritevoli di concorrere allo esame pei diversi gradi con la suindicata proporzione.

4.° I comandanti de' corpi guidati da perfetti sentimenti di massima religiosità e giustizia provocheranno la decisione del proprio generale ispettore, onde escludere dagli esami coloro i quali avessero commesse delle reiterate mancanze atte a denigrare la buona condotta; tenendosi mente perciò non solo alla gravezza, o leggerezza delle sofferte punizioni, ma alla natura delle mancanze, relativamente al decoro, morale e delicatezza da serbarsi da un militare. Detti individui potranno essere abilitati ad esaminarsi nel tratto successivo, qualora pel decorso di anni due a contare dall' ultima denigrante mancanza avessero dato pruove non dubbie di esemplare condotta, e di positiva emenda; meno quelli che fossero stati esclusi dall' esame per delitti infamanti.

Coloro che durante la candidazione commettessero mancanze tali che non avrebbero dato loro dritto ad esaminarsi, verranno privati del beneficio della candidazione, conferendosi l' ascenso agli altri, che regolarmente li seguiranno in anzianità.

5.° Formate le note de' candidati il capo del corpo li annunzierà all' ordine, disponendo puranche la riunione della Giunta, ed il giorno dello esame. Gl' individui chiamati a potervi concorrere aspireranno a' rispettivi ascensi, cioè i soldati a quello di caporale, i caporali a secondi sergenti, potendo benanche divenir caporal-forieri, ove si esaminassero per detta carica; i secondi sergenti a primi sergenti, od a primi sergenti-forieri, se vorranno anche esaminarsi per quest' ultima carica.

6.° I capi de' corpi cureranno con previdenza di richiamare quegl' individui che trovandosi assenti per distaccamenti, o commessioni, venissero ad essere inclusi nel periodico esame annuale, come pure non permetteranno l' allontanamento dal corpo per licenze nel mese precedente allo esame, a coloro che fossero nella posizione de' primi.

Quelli che per un inevitabile impedimento non potranno trovarsi presenti all' esame, vi saranno ammessi nel venturo gennaio, essendo specialmente vietato di potersi effettuare esami nel corso dell' anno.

7.° La Giunta procederà ad esaminare gl' individui sulle materie precisate nel relativo programma, e formerà un corrispondente numero di quesiti per ogni materia, i quali saranno

bussolati estraendone uno a sorte, su cui i candidati risponderanno. Le dimande che non ammettono variazione di articolo non verranno bussolate. La Giunta dopo di aver enunciato il quesito, si assicurerà se tutti i candidati lo abbiano ben capito.

8.° Ad ogni risposta a voce, in iscritto e sul terreno sarà applicata dalla Giunta la meritata caratteristica di ottimo, bene, mediocre, male; assegnandosi all'ottimo due punti, al bene un punto, al mediocre nessuno. Un male avrà forza di togliere due punti dalla totalità di quelli riportati, e due mali annulleranno lo intero esame.

Sarà dichiarato idoneo colui che abbia comulato un numero di punti uguale, o al di là di quello delle dimande contenute nello apposito programma.

9.° Il dritto di candidazione pe' risultati idonei avrà la durata di due anni.

Tutte le piazze che verranno a risultare vacanti nel corso del primo anno saranno provvedute esclusivamente per anzianità da coloro giudicati idonei. I non idonei, e quelli che rinunziano allo esame, potranno essere ammessi al susseguente esame annuale, onde prendere il posto di rispettiva antichità tra gl'idonei per ascendere a' gradi cui aspirano; ben vero che il numero degl' individui da esaminarsi al principio del secondo anno non potrà eccedere, esclusi i rimasti candidati, quello stabilito per ciascun grado, preferendosi sempre l'antichità.

10.° La Giunta di esame nel fare uso del criterio morale per valutare le risposte de' candidati, ed applicare ad esse la competente caratteristica, distinguerà se i difetti rimarcati in dette risposte siano originati da mancanza di conoscenza, o da disattenzione, definendosi, che il mancare per conoscenza indica l'ignoranza della materia sulla quale si deve rispondere, ed il mancare per disattenzione dimostra soltanto una distrazione presa, ma non ignoranza della materia stessa.

Con le enunciate norme si procederà ad analizzare ciascuna risposta de' candidati, ed a proporzionarvi, mediante debita gradazione, la meritata caratteristica, ritenendosi che una mancanza di disattenzione non impedisce di dare il bene, mentre due della medesima specie vietano di assegnarlo. Per proporzionarsi il male dovranno concorrervi delle mancanze di conoscenza.

La Giunta noterà in un apposito foglio le commesse mancanze, per ciascuna risposta affin di facilitare il proprio convincimento non solo, ma per rendere benanche ostensivi gli elementi di esso ad ogni superiore ricerca.

Fornerà infine uno stato indicante i suoi parziali giudizi per ciascuna delle risposte, secondo l'ordine delle dimande riportate nel corrispondente programma, e vi esprimerà del pari il de-

finitivo giudizio, caratterizzandolo in apposita categoria col vocabolo *idoneo*, o *non idoneo*.

11.° Qualora il bene del Real servizio esigesse la commutazione di carica tra un primo sergente, ed un primo sergente foriere, i comandanti de' corpi sono facoltati a poterne esporre i motivi con circostanziata proposta al proprio generale ispettore per la debita approvazione.

Sempre che i candidati si credessero gravati dal giudizio delle Giunte potranno addurre le loro istanze, previo permesso dei capi de' corpi, a' generali di brigate eventuali sopra luogo, i quali con l'analogo divisamento invieranno il reclamo al rispettivo generale ispettore per le provvidenze di risulta.

ELENCO

Delle domande corrispondenti ai programmi di esame appartenente alle truppe del Genio pei gradi da caporale sino ad alfiere inclusivo del battaglione Pionieri.



1.

Per lo esame di un soldato per ascendere a caporale.

(In iscritto)

1.° D. Due delle quattro regole di aritmetica sugl' interi. (Manuale parte i. da pagina 1 a 21).

2.° D. Un tema per far compilare un rapporto straordinario che deve spedire un caporale capoposto al posto dal quale dipende. (Manuale parte ii. da pagina 159 a 167).

(A voce)

3.° D. Modo di ricevere le ronde. (Manuale parte ii. pag. 51 a 53 articoli 759, 765 a 767).

4.° D. Doveri di un caporale nel servizio interno. (Man. parte ii. pagina 73 a 78).

5.° D. Doveri di un caporale di guardia.

i. D. Come capoposto. (Manuale par. ii. pagina 27 articolo 548).

ii. D. Idem di consegna. (Manuale parte ii. pagina 25 articoli 533 a 535).

iii. D. Idem di posa. (Manuale par. ii. pagina 26 articoli 536 e 537).

6.° D. Nomenclatura delle parti che compongono un fucile modo di montarlo e smontarlo. (Man. par. i. da pag. 244 a 248).

(A voce sul terreno)

7.° D. Maneggio d'armi cariche e fuochi. (ORDIN. DI FANTERIA VOLUME I.).

8.° D. Spiega dell'istruzione del soldato senz'armi. (ORDIN. DI FANTERIA VOLUME I.).

2.

Per un caporale da ascendere a caporal foriere.

1.° D. Le quattro regole di aritmetica sugl'interi decimali. (MANUALE PARTE I. DA PAGINA 1 A 21 E DA 35 A 39),

2.° D. Formazione del foglio mensuale per la rivista di commessario. (MANUALE PARTE II. MODELLO A).

3.° D. Formazione della carpetta o foglio di prest. (MANUALE PARTE II. MODELLO B).

4.° D. Formazione del foglio di distribuzione dei generi del magazzino del corpo per la compagnia. (MANUALE PARTE II. MODELLO C).

5.° D. Scrivere sotto la dettatura per dar conto di corretta ortografia.

6.° D. Formazione dello stato di casermaggio di una compagnia. (MANUALE PARTE II. MODELLO D).

7.° D. Quantità e qualità di registri necessari per una compagnia e modo di tenerli. (MANUALE PARTE II. PAGINA 66, 68 ARTICOLI 1579 A 1581 E 1599).

3.

Per un caporale o caporal-foriere per passare secondo sergente.

(In iscritto)

1.° D. Compilare un rapporto sopra un tema relativo al servizio di un 2.° sergente capoposto di una guardia di Piazza. (MANUALE PARTE II. PAGINA 159 A 167).

2.° D. Le prime quattro regole dell'aritmetica pratica come per l'esame precedente. (MANUALE PARTE I. DA PAGINA 1 A 21).

3.° D. Indicare il modo come adoperare le zolle i graticci i gabbioni ec.

I. D. Indicare il modo come rivestire un parapetto, con zolle, o graticci, o gabbioni, o salciccioni o fascine. (Manuale parte I. pagina 156 a 159).

(A voce)

4.° D. Conoscere praticamente la costruzione dei gabbioni, salciccioni, graticci ec.

I. D. Descrivere la costruzione di un gabbione o salciccione, o graticcio o fascina o zolle che si adopera nella costruzione di una batteria di assedio, o di difesa, per cannoni, obici, o mortari indicando per ognuno il numero degli uomini che v'occorrono. (Manuale parte I. 205 a 210).

5.° D. Denominare tutte le parti che compongono una batteria su di un modello in rilievo. (Manuale parte I. pagina 203).

6.° D. Denominare tutti i pezzi che compongono un moschettone. (Manuale parte I. da pagina 244 a 246).

7.° D. Cognizione di tutti gli strumenti.

I. D. Indicare il nome degl' istrumenti per i lavori di terra. (Manuale parte I. pagina 243).

II. D. Istrumenti per la costruzione delle spianate e rivestimenti. (Manuale parte I. pagina 243).

8.° D. Doveri di un secondo sergente di sezione.

I. D. Disciplina e tenuta de' proprî soldati cura di nettezza e di proprietà. (Manuale parte II. pagina 69 articoli 1614 a 1616).

II. D. Ispezione che deve fare rapporto alle novità. (Manuale parte II. pagina 70 articoli 1617 e 1618).

9.° D. Spiegare la scuola del soldato. (Ordinanza di fanteria vol. I.).

(A voce sul terreno)

10.° D. Doveri di un 2.° sergente nelle manovre di divisione, e di battaglione.

I. D. Doveri della guida di sinistra nelle marce in colonna con la dritta in testa. (Ordinanza di fanteria vol. I.).

II. D. Per passare dall' ordine in colonna a quello di battaglia e viceversa. (Ordinanza di fanteria vol. I.).

III. D. Nelle contromarcie con la dritta o sinistra in testa; in massa e con distanze. (Ordinanza di fanteria vol. I.).

IV. D. Giungendo una colonna innanzi o indietro il fronte di battaglia deve spiegarsi sulla nuova linea. (Ordinanza di fanteria vol. I.).

4.

Per un secondo sergente da promuoversi a primo sergente.

(In iscritto)

1.° D. Le quattro regole dell' aritmetica, sia con le frazioni o decimali.

I. D. Una delle quattro operazioni coi fratti, ed un altra coi decimali. (MANUALE PARTE I. DA PAGINA 1 A 39).

2.° D. Conoscere le diverse dimensioni delle parti componenti una batteria, ed un ramo di trincea, e la disposizione della truppa del genio sul lavoro.

I. D. Indicare le dimensioni del parapetto d' una batteria fatta di terra che può essere attaccata dalla sola fanteria. (MANUALE PAR. I. PAG. 139 ART. 6 E 7).

II. D. Idem dall' artiglieria di campagna. (MANUALE PAR. I. PAG. 139 ART. 6 E 7).

III. D. Idem di posizione. (MANUALE PAR. I. PAG. 139 ART. 6 E 7).

IV. D. Idem d' una batteria di assedio. (MANUALE PAR. I. PAG. 139 ART. 6 E 7).

V. D. Idem della 1.ª parallela. (MANUALE PAR. I. PAG. 197 ART. 97).

VI. D. Idem della 2.ª idem della 3.ª (MANUALE PAR. I. PAG. 197 ART. 67).

VII. D. Disposizione degli uomini ai lavori della zappa semplice e doppia. (MAN. PAR. I. PAG 197 ART. 69 E 70).

3.° D. Metodo pratico per tracciare una circonferenza con un dato raggio, per dividere un angolo in due parti uguali, per alzare ed abbassare una perpendicolare da un punto dato sopra una linea retta tracciata; menare una parallela da una data retta da un punto determinato; innalzare una verticale da un punto del terreno, abbassare una perpendicolare da un punto fuori di una retta, modi di verificare se una superficie sia orizzontale. (MANUALE PARTE I. DA PAGINA 95 A 98 E PAGINA 127 PROBLEMA IX.).

4.° D. Indicare il modo come impiegare un distaccamento di truppa del Genio nei lavori di trincea, eseguiti a zappa volante, o zappa piena o doppia o con zappa coverta. Descrivere la costruzione ed il modo di adoperarsi dei gabbioni di trincea, e dei fagotti di zappa gabbioni fascinati e telai di blinde.

I. D. Per le zappe volanti. (MANUALE PAR. I. PAG. 197 ART. 69 E 70).

II. D. Idem piene o coperte. (MANUALE PAR. I. PAG. 197 ART. 69 E 70).

III. D. Descrivere la costruzione d'un gabbione rotolante e modo di usarlo, modo come impiegare i fagotti nella costruzione delle trincee. (MANUALE PAR. I. PAG. 198 ART. 71 E PAG. 208 ART. 7).

5.° D. Conoscere l'amministrazione iuterna di una compagnia a seconda delle ordinanze in vigore.

I. D. Fare una carpetta o un foglio di chiamata, o uno stato di rivista mensuale di Commissario con le possibili mutazioni, o un foglio di distribuzione di prest e periodo di anzianità o di discouto, con la corrispondente ricapitolazione. (MANUALE PAR. II. MODELLI A, B).

II. D. Averi in danaro de' sotto uffiziali e soldati. (MANUALE PAR. II. PAG. 114, 115 ART. 93, 94, 95).

III. D. Somministrazione di prest de' sotto uffiziali e soldati. (MANUALE PAR. II. PAG. 124 ART. 595, 596, 597).

IV. D. Come si amministra il lustro. (MANUALE PAR. II. PAG. 125 ART. 602, 603).

6.° D. Manutenzione estrazione e versamento dei generi di vestiario, armamento, munizione e casermaggio.

I. D. Della consegna de' letti dall'appaltatore alla Truppa, e della riconsegna dei letti allo appaltatore. (MANUALE PAR. II. PAG. 117 A 120 ART. 262 A 279).

II. D. Metodo da eseguirsi nella estrazione de' generi dal magazzino carte corrispondenti, e distribuzione da farsene agl'individui. (MANUALE PAR. II. PAG. 127 ART. 642 A 646).

III. D. Quali generi asporteranno i congedati o gli individui che passano da un corpo all' altro o da una compagnia all' altra dello stesso corpo. (MANUALE PAR. II. PAG. 127, 128 ART. 647 A 649).

IV. D. Munizione di prima dote spettante ad ogni individuo, e polvere per consumo delle cariche e scariche. (MAN. PAR. II. PAG. 132, 133 ART. 681, 682).

(A voce)

7.° D. Manovra d'una divisione di fanteria.

I. D. Formazione della divisione. (ORDINANZA DI FANTERIA VOL. I).

II. D. Fuoco di divisione di plotoni e di sezioni. (ORDINANZA DI FANTERIA VOL. I.).

III. D. Fuoco di file. (ORDINANZA DI FANTERIA VOL. I.).

IV. D. Marcia in battaglia. (ORDINANZA DI FANT. VOL. I.).

V. D. Rompere in colonna per plotone a dritta o a sinistra. (ORDINANZA DI FANTERIA VOL. I.).

VI. D. Spiegarsi sulla dritta o sinistra in battaglia. (ORDINANZA DI FANTERIA VOL. I.).

VII. D. Dimezzare le divisioni. (ORDINANZA DI FANTERIA VOL. I.).

VIII. D. Formare la divisione. (ORDINANZA DI FANTERIA VOL. I.).

8.° Doveri di un 1.° sergente.

I. D. Nella distribuzione del prest. (MANUALE PAR. II. PAG. 66 ART. 1575 A 1578).

II. D. Nella distribuzione dei generi agl'individui e che da essi si ritiene. (MANUALE PAR. II. PAG. 66, 67 ARTICOLI 1580 A 1584).

III. D. Circa la nomina di servizio de'sotto uffiziali e soldati la cura e distribuzione delle munizioni. (MANUALE PAR. II. PAG. 68, 68 ART. 1599, 1605).

5.

Per un secondo sergente da ascendere a primo sergente foriere.

1.° D. Le quattro operazioni dell'aritmetica su i decimali e rotti.

I. D. Una delle quattro operazioni coi decimali ed un altra coi rotti. (MANUALE PARTE I. PAGINA 28 A 39).

2.° D. Quadro della forza del corpo stabilito sulla rivista del primo del mese per regolare gli abbuonconti tanto degli averi degli uffiziali che della truppa. (MANUALE PARTE II. MODELLO I).

3.° D. Stato di pagamento degli averi degli uffiziali. (MANUALE PARTE II. MODELLO K).

4.° D. Minuta degli aggiusti stabilita su i fogli di rivista per la scrivania di razione. (MANUALE PARTE II. MODELLO L).

5.° D. Ruolo annuale. (MANUALE PARTE II. MODELLO F).

6.° D. Modello di matricola. (MANUALE PAR. II. MODELLO M).

7.° D. Formazione del foglio mensuale per la rivista di commissario dello Stato Maggiore e minore (MANUALE PARTE II. MODELLO A).

8.° D. Stato numerativo della forza per la rivista annuale d'ispezione. (MANUALE PARTE II. MODELLO N).

9.° D. Situazione giornaliera della forza del corpo con le mutazioni per darle alla Piazza ed all'ispezione ec. (MANUALE PARTE II. MODELLO O).

10.° D. Da scrivere una rappresentanza su di un espediente dato qualunque.

N. B. Un 2.° sergente che vuol concorrere pel grado di foriere maggiore deve prima subire lo esame di 1.° sergente e poi far quello stabilito per divenir 1.° sergente foriere, e ciò a mente dell'articolo 5.° del regolamento approvato da Sua Maestà il Re (D. G.) il 5 dicembre 1847.

6.

Per lo ascenso di primo sergente ad aiutante.

(In iscritto)

1.° D. Aritmetica ragionata con la soluzione dei problemi.

I. D. Una delle quattro regole coi decimali. (MANUALE PARTE I. DA PAG. 35 A 39).

II. D. Regola del tre diretta. (MANUALE PARTE I. DA PAG. 52 A 55).

III. D. Idem inversa. (MANUALE PARTE I. DA PAG. 55 A 57).

2.° D. Geometria piana applicata alla misura della superficie.

I. D. Misurare la superficie di un triangolo, o di un parallelogrammo, o trapezio, di qualunque poligono regolare, o di un cerchio. (MANUALE PARTE I. DA PAGINA 102 A 104).

3.° D. Tracciare sul terreno un'opera di campagna data in disegno ed elevare i profili necessari all'effettiva sua costruzione.

I. D. Tracciare sul terreno una fleccia o una lunetta di cui si abbia il disegno. (MANUALE PARTE I. PAG. 151, 152).

4.° D. Determinare la profondità d'una fossata di una data larghezza per ricavare la terra necessaria per la formazione di un parapetto, o di una banchina di note dimensioni.

I. D. Misurare siffatta altezza per una fossata corrispondente al fronte di un lato di trinceramento di campagna, terminato dagli estremi da piani verticali e costruito sopra un terreno orizzontale, dovendosi sul dato disegno indicare le dimensioni del profilo. (MANUALE PARTE I. PAG. 169. 170).

5.° Misurare i solidi d'escavazione e di rilievo rapportandone il calcolo per esteso.

I. D. Fare il calcolo sul caso precedente. (MAN. PAR. I. PAG. 169, 170).

6.° D. Denominazioni e dimensioni delle diverse gallerie, e di mine; utensili e materiali che bisognano alla loro costruzione, posizione, e formazione dei fornelli.

I. D. Descrivere un ramo maggiore. (MANUALE PARTE I. PAG. 192, 193).

II. D. Idem di comunicazione. (MANUALE PARTE I. PAGINA 193).

III. D. Idem di ascolto. (MANUALE PARTE I. PAGINA 193 ART. 56).

IV. D. Descrivere un fornello isolato ed accollato. (MANUALE PARTE I. PAG. 193 ART. 59).

V. D. Idem una fogata. (MANUALE PARTE I. PAG. 192, ART. 50).

7.° D. Modo sicuro per trasportare la polvere nelle gallerie, e nei rami, metodo, per caricare, e borrare le mine ed appiccarvi il fuoco.

I. D. Sul modo come trasportare è situare la polvere. (MANUALE PARTE I. PAG. 194 ART. 60, 61).

II. D. Metodo per caricare e porre il fuoco alle mine. (MANUALE PARTE I. PAG. 194, 195 ART. 62).

8.° D. Valutazioue del lavoro del tempo degli uomini, e dei mezzi per la formazione di una determinata opera di fortificazione passaggiera e modo più semplice e più sollecito per terrapianare un' opera.

I. D. Indicare il lavoro che può fare un uomo in un giorno impiegato a scavare la terra, e quindi calcolare la forza occorrente per fare uua data opera in un determinato tempo comprendendovi gl' individui necessarî a distribuire la terra nella formazione del parapetto e suoi rampari. (MANUALE PARTE I. PAG. 170 A 173).

9.° D. Indicare i vari ostacoli da opporre all'inimico per aumentare la difesa di un posto difensivo dettagliandone la costruzione.

I. D. Fare la spiega generale dell' uso, e quindi far la descrizione di un sistema di palizzate, o di un cavallo di frisa, di una abbattuta d' alberi, di un pozzo militare, di un tribolo. (MANUALE PARTE I. PAG. 161 A 163).

10.° D. Denominazione di tutte le parti componenti una fortificazione di campagna o permanente.

Fortificazione permanente.

I. D. Di un bastione. (MANUALE PARTE I. PAG. 180).

II. D. Di una tanaglia. (MANUALE PARTE I. PAG. 180 ART. 8).

III. D. Di un rivellino e suo ridotto. (MANUALE PARTE I. PAG. 181 ART. 9 E 10).

IV. D. Di una strada coverta. (MANUALE PARTE I. PAGINA 181 ART. 12).

v. D. Delle piazze d'armi e loro ridotti. (Manuale parte i. pag. 181, 182 art. 13 a 15).

vi. D. Dei trinceramenti dei bastioni. (Manuale parte i. pag. 183 art. 19).

Fortificazione di campagna.

vii. D. Di una lunetta. (Manuale parte i. pag. 145, art. 22).

viii. D. Di un ridotto quadrato. (Manuale parte i. pagina 145, 146).

ix. D. Di un forte bastionato. (Manuale parte i. pagina 147 art. 29).

(A voce)

11.° D. Istruire un plotone al maneggio delle armi dei sotto uffiziali (Ordinanza di fanteria vol. i).

12.° D. Doveri d'aiutante nelle manovre d'un battaglione.

i. D. Posto dell'aiutante nell'ordine di battaglia di un battaglione. (Ordinanza di fanteria vol. i).

ii. D. Posto dell'aiutante nell'ordine di colonna in un battaglione con la dritta o con la sinistra in battaglia. (Ordinanza di fanteria vol. i.).

iii. D. Doveri degli aiutanti nei diversi allineamenti di un battaglione schierato in battaglia. (Ordinanza di fanteria vol. i.).

iv. D. Doveri dell'aiutante nella marcia in colonna di un battaglione. (Ordinanza di fanteria vol. i.).

v. D. Doveri dell'aiutante nello spiegamento della colonna doppia. (Ordinanza di fanteria vol. i.).

7.

Per un aiutante da promuoversi ad alfiere de' Pionieri.

(In iscritto)

1.° D. Geometria piana.

I. D. Descrivere un triangolo sotto il rapporto dei lati e degli angoli. (Manuale parte I. pag. 83, 84 art. 18, 19).

II. D. Idem un parallelogrammo. (Manuale par. I. pag. 84 art. 20).

III. D. Rapporto del diametro alla circonferenza d' un cerchio. (Manuale parte I. pag. 98, 99 art. 65).

IV. D. Cercare come avere la circonferenza essendo dato il diametro e quindi misurare la superficie del cerchio. Misurare la superficie d'un settore, o di una porzione di cerchio conoscendosi lo sviluppo dell' arco la corda ed il raggio. Modo come ritrovare il centro d' un cerchio; tirare la tangente ad un cerchio da un punto dato sulla sua circonferenza. (Manuale parte I. pagina 97, 98, 104 prob. XIII, XIV, XV art. 68, 80, 81).

V. D. In ogni triangolo isoscele gli angoli opposti ai lati eguali come sono. (Manuale parte I. pagina 87 articolo 34).

VI. D. Indicare ciò che si richiede perchè due triangoli possano dirsi perfettamente eguali. (Manuale parte I. pagina 87 art. 35).

VII. D. Proprietà delle rette parallele e dinotare i rapporti che serbano tra loro gli angoli che risultano venendo le stesse tagliate da una terza proprietà del triangolo rettangolo. (Manuale parte I. pagina 88 a 90).

2.° D. Geometria solida.

I. D. Descrivere il cilindro retto e misurarne la superficie e solidità. (Man. par. I. pag. 110, 114, 116 art. 33, 51, 58).

II. D. Idem d' un parallelepipedo retto. (Manuale parte I. pag. 109, 113, 115 art. 23, 24, 47, 56).

III. D. Idem d'una piramide. (Manuale parte I. pag. 109, 113, 114, 116 art. 27 a 30, 48, 49, 57).

IV. D. Idem d' un prisma rettangolare. (Manuale par. I. pag. 108, 109, 113, 115 art. 19 a 23, 47, 55).

V. D. Idem d' una sfera. (Manuale parte I. pag. 111, 114, 116 art. 35, 52, 60).

3.° D. Geometria pratica.

I. D. Misurare la distanza accessibile nei suoi estremi,

ma che non si può da un punto andare all' altro. (MANUALE PARTE I. PAG. 128, 129 PROBLEMA XIII).

II. D. Idem una distanza della quale vi sia accessibile un punto solo. (MANUALE PARTE I. PAG. 128, 129 PROBLEMA XVII).

III. D. Idem d'un altezza accessibile nella sola base. (MANUALE PARTE I. PAG. 129 PROBLEMA XV).

IV. D. Livellare una piccola estensione di terreno con l'archipensolo. (MANUALE PARTE I. PAG. 130 PROBLEMA XVII).

4.° D. Algebra fino all'equazione di 2.° grado.

I. D. Le prime quattro regole dell'algebra. (MANUALE PARTE I. PAG. 252 A 256).

II. D. Soluzione d'una equazione di primo grado ad una incognita. (MANUALE PARTE I. PAG. 262 A 264).

III. D. Soluzione d'una equazione numerica e pura di 2.° grado. (MANUALE PARTE I. PAG. 264 ART. 36).

5.° D. Indicare il modo come levare una pianta d'un estensione di terreno; servendosi degl'istrumenti contemplati nella Geometria pratica non che dei soli picchetti e cordoni.

I. D. Indicare il modo come rilevare con la plancetta il terreno rappresentato da un poligono qualunque. (MANUALE PARTE I. PAG. 132 PROBLEMA XX).

II. D. Idem servendosi dei soli cordini e paletti. (MAN. PARTE I. PAG. 132 PROBLEMA XXI).

6.° D. Livellare un terreno, metodi a praticarsi.

I. D. Indicare il metodo a tenersi usando l'archipensolo. (MANUALE PARTE I. PAG. 130 PROBLEMA XVII).

II. D. Idem con la livella d'acqua. (MANUALE PARTE I. PAG. 131 PROBLEMA XVIII).

7.° D. Livellare un terreno sulle strade Militari ed indicare come rendere una di queste praticabile sotto date condizioni, ad una divisione di truppa composta di tutte le armi.

I. D. Diffinire le condizioni che deve avere una strada per essere trafficabile dalla fanteria dalla cavalleria dall'artiglieria di montagna, e quella di campagna. (MAN. PAR. II. PAGINA 171 ARTICOLO 8).

8.° D. Teoria completa della fortificazione di campagna.

I. D. Descrivere cos'è una freccia, una lunetta semplice idem con fianchi, idem di un ridotto, di un forte a stella, idem di un forte bastionato. (MAN. PARTE I. PAG. 145 A 147 ART. 21, 22, 23, 27, 29).

9.° D. Attacco e difesa delle opere di campagna.

I. D. Come si stabilisce la forza per la difesa d'un opera di campagna e come si ordina nello attacco. (MANUALE PAR. I. PAG. 175, 176 ART. 87, 88).

10.° Conoscenza delle diverse gallerie di mine e de' suoi rami, modi di costruirle; differenti metodi per caricare borrare ed accendere i fornelli.

I. D. Le stesse domande riportate per lo esame di un primo sergente ad aiutante.

11.° D. Delineare sulla carta la pianta ed i profili d'una determinata opera di campagna.

I. D. Si deve dare un tema per una freccia, o una lunetta. (MAN. PAR. I. PAG. 150 A 152 ART. 39, 40 PROBL. I. E II.).

12.° D. Pianta e profili di un fronte bastionato di fortificazione permanente, e delle opere che ne dipendono; denominazioni ed oggetto delle diverse parti che lo compongono.

I. D. Far descrivere le parti del fronte moderno. (MANUALE PARTE I. PAG. 180 A 184 ART. 5 A 28).

13.° D. Idea generale circa l'oggetto della formazione delle parallele negli assedi; costruzione dei rami di trincea precisandone le ordinarie dimensioni. Istruzione sopra i differenti utensili componenti il parco del Genio.

I. D. Descrivere l'oggetto della 1.ª parallela, e sue dimensioni, o della 2.ª o della 3.ª, e dire i diversi istrumenti di cui dev'esser fornito il parco del Genio in campagna. (MANUALE PARTE I. PAG. 196, 197, 243 ART. 63 A 67, 2, 3, 4).

14.° D. Principî di castrametazione applicati all'accampamento d'un battaglione.

I. D. Descrivere il metodo come tracciare il campo per un battaglione di fanteria. (MANUALE PARTE II. PAG. 107 A 110 E PAGINA 169 E 170 ARTICOLI 1 E 2).

(A voce)

15.° D. Doveri di uffiziale.

I. D. Doveri del comandante d'un posto, modo in cui le guardie prendono le armi, della preghiera, e quando le guardie prendono le armi. (MAN. PAR. II. PAG. 27, 28 ART. 548, 549, 551, 553).

II. D. Doveri delle pattuglie, e rapporto da farsi dai loro comandanti, loro vigilanza sulle sentinelle, casi in cui trovassero una sentinella mancante. (MANUALE PARTE II. PAG. 46, 47 ART. 723, 730, 731).

III. D. Incarichi degli uffiziali subalterni nelle compagnie ed al comando de' ploloni, visite che debbono fare. (MANUALE PARTE II. PAG. 62 ART. 1534, 1537 A 1539).

16.° D. Manovra d'una divisione di fanteria in ordine chiuso ed aperto. Scuola di battaglione.

I. D. Marcia in battaglia. (ORD. DI FANTERIA VOL. I.).

II. D. Rompere la divisione a piè fermo. (ORDINANZA DI FANTERIA VOL. I.).

III. D. Formare la divisione. (ORDINANZA DI FANTERIA VOL. I.).

IV. D. Rompere la divisione marciando e formarla. (Ordinanza di fanteria vol. I.).

V. D. Contromarcia con la dritta o con la sinistra in testa, o con distanze in in massa. (Ordinanza di fanteria vol. I.).

VI. D. Formare la divisione in ordine aperto. (Ordinanza di fanteria vol. I.).

VII. D. Raddoppiare e dimezzare le distanze. (Ordinanza di fanteria vol. I.).

VIII. D. Fuochi da cacciatori. (Ordin. di fant. vol. I.).

IX. D. Fuoco di mezzo battaglione. (Ordinanza di fanteria vol. II.).

X. D. Fuoco di battaglione. (Ordin. di fant. vol. II.).

XI. D. Rompere per plotone per la dritta per marciare verso la sinistra, o per la sinistra per marciare verso la dritta. (Ordinanza di fanteria vol. II.).

XII. D. Formare la massa dietro la prima divisione. (Ordinanza di fanteria vol. II.).

XIII. D. Spiegare la massa. (Ord. di fant. vol. II.).

XIV. D. Marcia in battaglia del battaglione. (Ordinanza di fanteria vol. II.).

ARITMETICA.

NOZIONI PRELIMINARI.

CAPITOLO I.

1. D. Che cosa è grandezza o quantità?

R. Si chiama grandezza, o quantità ogni cosa che può avere accrescimento o diminuzione. Adunque le lunghezze le superficie, i corpi, le velocità, i tempi sono delle quantità. E per esempio una compagnia o squadrone di soldati può essere accresciuto aggiungendovi altri soldati, e può essere anche diminuito togliendone alcuni. Dunque quella compagnia quello squadrone di soldati, che altrimenti pur si chiama numero di soldati, per esser capace di aumento, o di diminuzione è una quantità.

2. D. Quante specie di grandezze o quantità vi sono?

R. In generale vi sono due specie di grandezze, o quantità, la quantità continua, e la quantità discreta.

3. D. Quale è la quantità continua?

R. S' intende per quantità continua quella le di cui parti son talmente unite che formano un tutto continuato, come sarebbero le linee, i corpi, o pure una piazza, una strada.

4. D. Quale è la quantità discreta?

R. S' intende per quantità discreta quella che si considera come l' unione di più parti uguali o di più cose simili, e che si chiama benanche numero. Così il numero delle miglia comprese nella distanza fra due città, o il numero de' ducati che compongono una somma di denaro, si dicono quantità discrete.

5. D. Quale è la scienza che si occupa delle quantità continue, e quale delle discrete?

R. La Geometria si occupa delle quantità continue, e l'aritmetica si occupa delle quantità discrete ossia de' numeri.

6. D. Cosa è dunque la scienza dell' aritmetica?

R. L' aritmetica è la scienza de' numeri: essa ne considera la natura e le proprietà, ed il suo scopo è di dare i mezzi facili sì per rappresentare i numeri, che per comporli e decomporli; ciò che altrimenti pur si chiama calcolare.

7. D. Cosa s' intende per unità?

R. Onde avere una idea esatta de' numeri bisogna saper prima cosa mai s'intende per unità.

L'unità è una quantità che si prende (il più spesso ad arbitrio) per servire qual termine di paragone per tutte le quantità di una stessa specie. Così quando si dice tale oggetto pesa cinque libbre, la libbra è l'unità, alla quale si paragona il peso dell'oggetto; e parimente quando si dice tale strada è lunga dieci miglia, il miglio è l'unità alla quale si paragona la lunghezza della strada.

8. D. Cosa s' intende per numero?

R. Il numero esprime di quante unità e parti di unità una qualunque quantità è composta.

9. D. Cosa s' intende per numero intero?

R. Se la quantità è composta di unità intere il numero che l'esprime si chiama numero intero; così per esempio il 7 il 12 il 25 sono numeri interi, e per essi si possono indicare sette soldati, dodici cavalli, venticinque ducati.

10. D. Cosa è il numero semplice e quale il numero composto.

R. De' tre numeri citati 7, 12, 25 il primo si dice semplice perchè non oltrepassa il nove e gli altri si dicono composti.

11, D. Cosa s' intende per numero astratto?

R. Un numero che si enuncia senza indicare la specie dell'unità, come quando si dice semplicemente tre o tre volte quattro si chiama un numero astratto.

12. D. Cosa s' intende per numero concreto.

R. Allorchè nell'enunciare un numero si enuncia nel tempo stesso la specie dell' unità, come quando si dice quattro libre, cento botti, in tal caso quel numero si chiama numero concreto.

DELLA NUMERAZIONE.

13. D. Cosa è mai la numerazione?

R, La numerazione è l'arte di esprimere i numeri mediante una quantità limitata di parole e cifre.

14. D. Quali sono i caratteri e le cifre che si usano nella numerazione?

R. I caratteri, o sieno le cifre di cui si fa uso nella numerazione attuale, e le parole de' numeri che rappresentano sono quì sotto indicate.

zero,	uno,	due,	tre,	quattro,	cinque,	sei,	sette,	otto,	nove
0	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,

15. D. In qual modo con queste cifre si esprimono i numeri?

R. Per esprimere tutti gli altri numeri con queste stesse ci-

fre si è convenuto che di dieci unità se ne farebbe una sola, alla quale si darebbe il nome di decina, e che si conterebbero le decine come si contano le unità, cioè se ne farebbero due decine, tre decine, quattro decine ec. ec. fino a 9 decine; che per rappresentare queste novelle unità di decine si userebbero le stesse cifre che per le unità semplici, ma che si distinguerebbero dal sito che occupano mettendole alla sinistra di quelle che dinotano le unità.

Per rappresentare quindici che contiene una decina e cinque unità si scrive così 15, ventitrè che contiene due decine e tre unità, si è convenuto di scrivere così 23, cioè le cifre 1 e 2 che sono le decine si sono messe alla sinistra delle cifre 5 e 3 che sono le unità. Per rappresentare quaranta che contiene un numero esatto di decine e nessuna unità si scrive 40, mettendo un zero alla dritta del 4, e così si nota che non vi sono unità semplici. Si può con questo mezzo contare sino a novantanove inclusivamente.

Dopo 99 si può contare fino a novecentonovantanove con un metodo simile, cioè di ogni dieci decine si compone una sola unità che si chiamerà centinaio, perchè dieci volte dieci fanno cento, si conteranno queste centinaia da uno fino a nove, e si rappresenteranno con le stesse cifre; ma si situeranno alla sinistra delle decine. Così per indicare settecentoquarantanove che contiene sette centinaia, quattro decine e nove unità, si scrive 749, cioè la cifra 7 sta alla sinistra del 4 che rappresenta le decine. Settecentonove che contiene sette centinaia, nessuna decina, e nove unità, si scrive così 709, cioè si mette un zero al sito delle decine che mancano. Se le unità anche mancassero si metterebbero due zeri: così per indicare settecento si scrive così 700.

Dopo novecentonovantanove si può contare nel modo stesso fino a novemilanovecentonovantanove facendo di dieci centinaia un unità che si chiama mille, perchè dieci volte cento fanno mille, contando queste unità come precedentemente, e rappresentandole con le stesse cifre situate alla sinistra delle centinaia.

Così per dinotare seimilaottocentoventiquattro si scrive 6824; per dinotare seimila e quattro si scrive 6004 e per seimila si scrive 6000.

Continuando in tal guisa a contare dieci unità di un'istesso ordine, in una sola unità, e di situare queste novelle unità in luoghi di più in più avanzati verso la sinistra, si viene ad esprimere in un modo uniforme e con dieci cifre soltanto tutti i numeri interi ed immaginabili.

16. D. Quale si è dunque la proprietà caratteristica di siffatto sistema di numerazione?

R. Dalla numerazione che abbiamo esposta, la quale è puramente convenzionale, risulta che una cifra situata alla sinistra

di un altra, o seguita dal zero, rappresenta un numero dieci volte più grande di quando era sola. Una cifra seguita da due altre o da due zeri, dinota un numero cento volte più grande di quando era sola. Una cifra seguita da tre altre o da tre zeri dinota un numero mille volte più grande di quando era sola. E così proseguendo innanzi.

Adunque la cifra scritta sola, non accompagnata da altra, esprime il suo valore proprio di unità; se poi trovasi nel secondo luogo, vale di decine, nel terzo centinaia, nel quarto migliaia, nel quinto decine di migliaia, nel sesto centinaia di migliaia, nel settimo milioni, nell'ottavo decine di milioni nel nono centinaia di milioni ec.

MANIERA DI LEGGERE I NUMERI.

17. D. Cosa si fa per ben leggere un numero qualunque?

R. Per leggere un numero espresso da quante cifre si vuole si divide, procedendo dalla dritta alla sinistra in ternari a ciascuno de'quali si dà il nome di unità, migliaio, milione ec.ec.ec.

La prima cifra di ciascun ternario (procedendo sempre dalla dritta) avrà il nome del ternario, il secondo quello delle decine, ed il terzo quello delle centinaia. Così procedendo dalla sinistra, si leggerà ogni terno come se fosse solo e si pronunzierà alla fine di ciascuno il nome di questo stesso terno: per esempio volendo leggere il numero seguente 347, 689, 523 in dove il primo terno a sinistra rappresenta i milioni, il secondo le migliaia ed il terzo le unità, si dirà trecentoquarantasettemilioni seicentottantanovemila cinquecentoventitrè.

18. D. Quale si è dunque la divisione di ternari?

R. Generalmente la divisione di ternari è la seguente, unità decina centinaia semplici, unità decina centinaia di migliaia, unità decina e centinaia di milione, unità decina centinaia di migliaia di milione, unità decina centinaia di bilione ec. ec. sicchè contando dalla dritta alla sinistra di un numero dopo ogni tre cifre si mette una virgola, sulla settima cifra cadono i milioni e si suole metter sopra l'unità, alla tredicesima i bilioni e si suole metter sopra il numero due, alla diecinovesima i trilioni e si suole metter sopra il numero tre ec. ec.

19. D. In quale altro modo si suddivide un numero di più cifre?

R. I francesi ritenendo le stesse cifre nel combinarle cambiano sempre di denominazioni di tre in tre cifre, e considerano il migliaio come una denominazione da non più riprodursi, dopo il secondo ternario, alla settima cifra viene il milione e mettono sopra l'unità, dopo il milione alla decima cifra viene il bilione, e mettono sopra il numero due, alla tredicesima il

trilione e mettono sopra il numero tre ec. ec. Secondo questo sistema si contano soltanto unità decina e centinaia semplici, unità decina e centinaia di migliaia, unità decina e centinaia di milione, unità decina e centinaia di bilione, unità decina e centinaia di trilione ec. ec.

Adunque il numero seguente

3251807309245034006095

nel primo caso si divide nel seguente modo

3 2 1
3 , 251 , 807 , 309 , 245 , 034 , 006 , 095

e si legge tremila, duecentocinquantuno trilioni, ottocentosettemila, trecentonove bilioni, duecentoquarantacinquemila, trentaquattro milioni, seimila novantacinque; e nel secondo caso si divide nel seguente modo

6 5 4 3 2 1
3 , 251 , 807 , 309 , 245 , 034 , 006 , 095

e si legge

tre sestilioni, duecentocinquantuno quintilioni, ottocentosette quatrilioni, trecentonove trilioni, duecentoquarantacinque bilioni, trentaquattro milioni, seimila, novantacinque.

20. D. In quale altra guisa può esprimersi un numero qualunque?

R. Oggi tutte le nazioni usano le cifre arabe per dinotare i diversi numeri, ma ciò non pertanto ben può esprimersi un numero qualunque, con differenti cifre alle quali si assegna l'istesso valore di quelle arabe. In fatti se colle lettere scritte nella seconda serie s'indicano i numeri ad esse corrispondenti nella prima serie,

0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9.
m , n , o , p , q , r , s , t , u , v.

il valore del numero 6789, sarà espresso da s t u v. I negozianti usano spesso un tale artifizio per occultare il valore delle loro merci. Ed i governatori i generali i comandanti de'distaccamenti, o de'posti di guerra, possono avvalersene, per non far conoscere la forza della truppa, che hanno sotto i loro ordini, e più particolarmente volendo occultare di un arma qualunque gli approvisionamenti le munizioni ec.

21. D. In qual modo esprimevano i romani i diversi numeri?

R. I romani non avevano cifre apposite per la scrittura dei numeri, ma usavano le lettere del loro alfabeto diversamente situate. Ecco I numeri principali con la loro corrispondenza in cifre arabe;

I , V , X , L , C , IϽ , CIϽ , IϽϽ , CCIϽϽ
1 , 5 , 10 , 50 , 100 , 500 , 1000 , 5000 , 10000.

Con questi caratteri, i Romani indicavano anche tutti i numeri intermedî, servendosi di un'altra convenzione, cioè che un carattere di eguale o di minore valore posto dopo s'intendeva aggiunto, e posto innanzi s'intendeva sottratto, come qui sotto si osserva.

II, III, IV, VI, VII, VIII, IX, XI, XII, XIV, XV, XVI, XIX,

2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 15, 16, 19,

XX, XXX, XL, LX, XC, CX, CXX, CXLVII, CIↃIↃCCCLI

20, 30, 40, 60, 90, 110, 120, 147, 1851

Alle cifre IↃ, CIↃ indicante 500, e 1000 si sono anche sostituite le lettere D, M, dimodochè il numero 1851 si può benanche scrivere così MDCCCLI.

QUADRO DEI NUMERI ROMANI MODERNI.

I 1	II 2	III 3	IV 4	V 5	VI 6	VII 7	VIII 8	IX 9	X 10
XI 11	XII 12	XIII 13	XIV 14	XV 15	XVI 16	XVII 17	XVIII 18	XIX 19	XX 20
XXI 21	XXII 22	XXIII 23	XXIV 24	XXV 25	XXVI 26	XXVII 27	XXVIII 28	XXIX 29	XXX 30
XXXI 31	XXXII 32	XXXIII 33	XXXIV 34	XXXV 35	XXXVI 36	XXXVII 37	XXXVIII 38	XXXIX 39	XL 40
XLI 41	XLII 42	XLIII 43	XLIV 44	XLV 45	XLVI 46	XLVII 47	XLVIII 48	XLXI 49	L 50
LI 51	LII 52	LIII 53	LIV 54	LV 55	LVI 56	LVII 57	LVIII 58	LIX 59	LX 60
LXI 61	LXII 62	LXIII 63	LXIV 64	LXV 65	LXVI 66	LXVII 67	LXVIII 68	LXIX 69	LXX 70
LXXI 71	LXXII 72	LXXIII 73	LXXIV 74	LXXV 75	LXXVI 76	LXXVII 77	LXXXVIII 78	LXXIX 79	LXXX 80
LXXXI 81	LXXXII 82	LXXXIII 83	LXXXIV 84	LXXXV 85	LXXXVI 86	LXXXVII 87	LXXXVIII 88	LXXXIX 89	LXL 90
LXLI 91	LXLII 92	LXLIII 93	LXLIV 94	LXLV 95	LXLVI 96	LXLVII 97	LXLVIII 98	LXLIX 99	C 100
				D 500	M 1000				

CAPITOLO II.

Delle quattro operazioni degli interi.



ADDIZIONE DEGLI INTERI.

22. D. Cosa s' intende per addizione?

R. L'addizione è una operazione, mediante la quale dati più numeri omogenei se ne ritrova altro uguale a tutti presi insieme, e che si chiama somma. Gli aritmetici per esprimere con brevità una tale operazione usano il segno = (uguale), il quale dinota che i numeri, fra quali è posto quel segno sono effettivamente uguali; ed il segno + (più) per indicare la somma che deve effettuirsi. Così p. e. $8+5=13$, $9+6=15$, e si dice otto più cinque uguaglia tredici, e nove più sei uguale quindici. Le due somme de' numeri dati, in questi casi sono 13 e 15.

23. D. In qual modo si esegue l' addizione de' numeri?

R. Quando i numeri che si vogliono sommare hanno una sola cifra, non vi è bisogno di alcuna regola. Ma se i numeri da aggiungersi sono composti di più cifre, la somma deve eseguirsi aggiungendo le unità semplici alle unità semplici, le decine alle decine, le centinaia alle centinaia, le migliaia alle migliaia. In tal guisa la somma de' numeri composti di più cifre diviene la ripetizione della somma de' numeri di una sola cifra.

Così per esempio volendosi sommare i tre numeri 2312, 243, 5431.

$$\begin{array}{r} 2312 \\ 243 \\ 5431 \\ \hline 7986 \end{array}$$

Si incominciano a sommare le unità dicendo 2 e 3 fanno 5 ed 1 che fanno 6 e si scrive questa cifra sotto la stessa colonna delle unità. Si passa alla colonna delle decine e si dice 1 e 4 fanno 5 e 3 fanno 8 che si scrive sotto la stessa colonna delle decine. Alla colonna delle centinaia si dice 3 e 2 fanno 5 e 4 fanno 9 e si scrive sotto. Infine nella colonna delle migliaia si dice 2 e 5 fanno 7 che parimenti si scrive al di sotto.

Il numero adunque 7986 ritrovato mediante tal' operazione è la somma de' tre numeri proposti, poichè contiene le unità, le

decine, le centinaia, le migliaia, che successivamente abbiamo sommate.

Ma può accadere che la somma delle unità semplici sorpassi il numero 9; allora essa sarà composta di due cifre, e conterrà una o più decine, e queste ultime appartenendo al secondo luogo dovranno aggiungersi alla somma delle decine. Se anche la somma delle decine sorpassa il 9, allora è segno che contiene qualche centinaio, e dovrà questo aggiungersi alla somma delle centinaia, e così di seguito.

Nella somma de' quattro numeri seguenti 6903, 7854, 953, 7327.

```
 6903
 7854
  953
 7327
-----
23037 somma.
```

S'incomincia, come nell'altro esempio per la dritta, e si dice 3 e 4 fanno 7, e 3 fanno 10, e 7 fanno 17, si scrivono sole le 7 unità sotto la prima colonna, e si ritiene la decina per unirla come unità ai numeri della colonna seguente che sono anche delle decine. Passando a questa seconda colonna si dice 1 che si aveva dalla prima somma e 0 fa 1, e 5 son 6 e 5 fanno 11, e 2 fanno 13 scrivo 3 sotto la colonna attuale, e ritengo per la decina una unità che aggiungo alla colonna seguente, dicendo: 1 e 9 fanno 10, ed 8 fanno 18, e 9 fanno 27 e 3 fanno 30; pongo 0 sotto questa colonna, e ritengo, per le tre decine, tre unità che unisco alla colonna seguente, dicendo parimente 3 e 6 fanno 9 e 7 fanno 16, e 7 fanno 23, scrivo 3 sotto questa colonna, e come non vi è altra colonna, così scrivo a sinistra le due decine. Il numero 23037 è la somma de' quattro numeri proposti.

24. D. Quale è dunque la regola generale mercè la quale di più numeri se ne ritrovi la somma?

R. La regola generale per ritrovare la somma di più numeri interi è la seguente.

Si scrivano i numeri dati in guisa tale che corrispondano le unità, le decine, le centinaia ec. dell'uno, colle unità decine centinaia ec. dell'altro, indi si tiri una linea orizzontale. S'incominci dalla dritta, ed unendo le unità de' numeri semplici, il numero che si ha se non eccede il 9 si scrive sotto la linea in corrispondenza delle medesime. Ma se eccede il 9 e contenga una o più decine, si noti soltanto il numero semplice, e le decine si aggiungano a quelle che sono nella seconda seria verticale; si prosegua in pari guisa per tutte le altre serie, e si avrà un numero composto il quale ha le unità le decine ec. ec. in cor-

rispondenza delle unità decine ec. ec. de' numeri dati e che ne indica la somma. Così in questi due altri esempi.

9843521	34692098
6324	543208643
89424	2196421
329	56789209
2364822	3459487
12304420	640345858

il numero 12304420 esprime la somma di primi cinque numeri dati, e l'altri 640345858 esprime di cinque secondi numeri.

SOTTRAZIONE DEGLI INTERI.

25. D. Cosa è mai la sottrazione de' numeri interi.

R. La sottrazione de'numeri interi è una operazione per cui dati due numeri, togliendo dal maggiore il minore si vede di quanto l'uno supera l'altro, e si determina così l'avanzo, il quale chiamasi residuo o differenza. Il segno —(meno) indica la sottrazione de' numeri tra'quali si trova. Così p. e. $8 - 5 = 3$. $9-2=7$ e si dice otto meno cinque uguale tre, e nove meno due uguale sette. I due residui in tali casi sono 3 e 7 mentre i due numeri 8 e 9 si dicono i sottraenti e 5 e 2 si dicono i sottrattori.

26. D. Come si esegue la sottrazione?

R. La sottrazione de' numeri di una sola cifra è facile ad eseguirsi a memoria. Ma ne' numeri composti di più cifre si sottraggono le une dalle altre le unità della stessa classe, cioè dalle unità semplici le unità semplici, dalle decine le decine, dalle centinaia le centinaia e così proseguendo dalla dritta alla sinitra, l'operazione diviene una semplice ripetizione della sottrazione de'numeri di una sola cifra.

Volendo sottrarre da 798, 346 scrivo questi due numeri al di sotto l'uno dell'altro, della stessa maniera che nella somma

798 sottraendo
346 sottrattore
452 residuo.

Incomincio per sottrarre le unità tra di loro, e dico: da 8 tolto 6, resta 2. Passo alla colonna delle decine, e dico, da 9 tolto 4 resta 5. Ed infine alla colonna delle centinaia dico da 7 tolto 3 resta 4. Il numero 452 ritrovato con questa operazione è il residuo che si cerca, poichè esprime la differenza delle unità delle decine e delle centinaia dei due numeri dati.

Ma quando in queste parziali sottrazioni la cifra del sottrattore, è maggiore della corrispondente nel sottraendo, si aggiungano a queste dieci unità, che si hanno, prendendo, col

pensiero, una unità dalla vicina cifra a sinistra, la quale deve, per questa ragione, essere considerata come diminuita di una unità nell'operazione seguente.

Si vuol sottrarre 7987 da 27646, si scrivono i numeri come si vede.

27646	sottraendo
7987	sottrattore
19659	residuo.

Come non si può togliere 7 da 6, si aggiungano a 6, dieci unità, prendendo una unità dal numero vicino 4, e si dirà 7 tolto da 16, resta 9, che si scrive sotto 7. Passando alle decine non si dirà più 8, tolto da 4 ma 8 tolto da 3 soltanto perchè per l'imprestito fatto il 4 si è diminuito di una unità, e come non si può togliere 8 da 3, si aggiungono nella stessa maniera al 3, dieci unità prendendo una unità dalla cifra 6, che è sulla sinistra, e si dirà 8 tolto da 13, resta 5, che si scrive sotto di 8. Passando alla terza colonna si dirà parimenti 9 tolto da 5, o piuttosto 9 tolto da 15 (prestando come sopra) resta 6, che si scrive sotto il 9. Alla quarta colonna si dirà per la stessa ragione 7 tolto da 6, o piuttosto da 16, resta 9, che si scrive sotto il 7 e come non vi è niente a sottrarre nella quinta colonna si scrive sotto questa colonna non già 2 perchè si è imprestata una unità su questo 2, ma soltanto 1, e si avrà 19659 per il residuo tra i due numeri proposti.

27. D. Quale è dunque la regola generale perchè dati due numeri interi se ne ritrovi la differenza?

R. La regola generale della sottrazione, è la seguente; Si scrive il numero maggiore sopra il minore, in guisa che corrispondano esattamente nelle colonne verticali le unità colle unità, le decine con le decine le centinaia con le centinaia ec. si tiri una linea orizzontale. S'incominci poi dalla dritta andando alla sinistra, e dalle unità decine ec. ec. del numero maggiore si tolgano le unità decine ec. ec. del numero minore, e si notino i residui. Ove però qualche carattere del numero superiore sia minore del suo corrispondente inferiore, si prenda dal carattere immediatamente prossimo sulla sinistra una unità, la quale nel luogo seguente val dieci, e ad esso aggiunto, se ne sottragga la cifre inferiore. Si badi però nel continuar l'operazione di diminuire di una unità il carattere superiore da cui questa si è presa. Così ne' due seguenti esempi.

843704568	320985432
682519832	235698316
161184736	85287116

Il numero 161184736 è il residuo de' primi due numeri dati come 85287116 lo è de' due secondi.

MOLTIPLICAZIONE DEGLI INTERI.

28. D. Cosa è mai la moltiplicazione?

R. Moltiplicare un numero per un altro vale prendere il primo di questi due numeri tante volte per quante unità sono nell'altro. Così moltiplicare 4, per 3 significa prendere tre volte il numero quattro, o pure quattro volte il numero tre che è lo stesso.

Il numero che si deve moltiplicare si chiama il moltiplicando, quello pel quale si deve moltiplicare si chiama il moliplicatore, ed il risultato dell'operazione si chiama prodotto.

Il moltiplicando, ed il moltiplicatore si chiamano anche fattori del prodotto ed il segno della moltiplicazione è così $\times$ talchè nel citato esempio 3 e 4 sono i fattori di 12, perchè $3 \times 4 = 12$.

29. D. Come si esegue la moltiplicazione de' numeri semplici?

Secondo l'idea data, la moltiplicazione può eseguirsi scrivendo il moltiplicando tante volte per quante unità sono nel moltiplicatore, ed in seguito eseguir la somma. Ad esempio per moltiplicare 7 per 3 e 9 per 4 si potrebbe scrivere

7	9
7	9
7	9
21	9
	36

E le somme 21 e 36 risultanti da questa addizione, sarebbero i prodotti delle due moltiplicazioni. Ma quando il moltiplicatore fosse considerevole, l'operazione così replicata diverrebbe lunghissima. Si è adunque ricercato il metodo di giungere a questo risultato per una via più breve.

Per moltiplicare i numeri i più composti, si replica più volte l'operazione, e sempre si moltiplica un numero di una sola cifra per un numero di una sola cifra. Bisogna dunque esercitarsi a trovare il prodotto de' numeri semplici, il che si ottiene nel minor tempo mediante la qui annessa tavola, che dal suo inventore Pitagora è stata chiamata Pittagorica.

TAVOLA PITTAGORICA.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

La prima colonna di questa tavola si ottiene aggiungendo successivamente una unità. La seconda aggiungendo 2, la terza 3 e così di seguito.

Con essa si ritrova il valore di un numero semplice moltiplicato per un altro puranche semplice, prendendo i due fattori uno nella linea orizzontale, e l'altro sulla verticale, il prodotto sarà quel numero ch'è nell'incontro di queste due linee. Così si vedrà che il prodotto di 3 per 9 è 27, di 5 per 8 è 40 ec.

Tornerà però sempre assai più utile di mandare a memoria i prodotti de' nove numeri semplici.

30. D. Come si esegue la moltiplicazione quando uno de' due fattori è un numero composto.

Quando un fattore è semplice e l'altro è composto, dopo di aver scritto il primo sotto l'ultima cifra a destra del secondo, e tirata una linea orizzontale, si moltiplichi il fattore semplice per ciascun carattere del composto, andando da destra a sinistra, e sotto la linea tracciata si notino i prodotti che non oltrepassino il 9. Se ve ne sieno che superino questo numero, si notino soltanto i loro eccessi, e questi si aggiungano al prodotto prossimamente vicino. Così ne' due seguenti esempî.

Fattori	8 5 7 6	Fattori	9 4 5 6 7 2
	8		6
Prodotto	6 8 6 0 8	Prodotto	5 6 7 4 0 3 2

Nel primo caso si moltiplichi il 6 per l'8 e del prodotto 48 si noti l'8 sotto la linea, e le 4 decine si aggiungano al seguente prodotto. Si moltiplichi il 7 per 8 e poichè il prodotto 56 unito alle 4 decine fa 60 si nota il 0 e le 6 decine si uniscano al prodotto del 5 per 8 che è di 40, e per conseguenza si avrà 46 scritto il 6 si serberanno 4 decine, che aggiunte al prodotto del 8 per 8 che è 64 danno 68 il quale numero si scriva interamento sotto la linea, stantechè non v'ha altro carattere da moltiplicarsi. Laonde dei due fattori 8576 ed 8 il prodotto totale sarà 68608, e nel secondo caso il prodotto de' due fattori 945672 e 6 sarà 5674032.

31. D. Come si esegue la moltiplicazione quando tutti e due i fattori son numeri composti?

R. Essendo amendue i fattori numeri composti, si dovrà, procedendo da destra a sinistra fare successivamente con ciascuna cifra quanto si è prescritto nel caso precedente cioè bisogna moltiplicare tutte le cifre del moltiplicante per le cifre delle unità che sono nel moltiplicatore, dopo tutte le stesse cifre del moltiplicante bisogna moltiplicarle per quelle delle sole decine, e si scriverà questo secondo prodotto sotto il primo; ma come deve esprimere il prodotto delle decine, così si scriverà la prima cifra di questo prodotto sotto le decine; e le altre cifre sempre verso la sinistra. Parimenti il terzo prodotto si scriverà sotto il secondo, ma avanzando anche di un posto perchè rappresenta il prodoto delle centinaia, e così di seguito. In tal modo saranno l'uno sotto l'altro, ed il primo supererà il secondo di un luogo a destra, il secondo parimenti il terzo, e così fino all'ultimo. Ciò fatto sommati insieme i prodotti parziali si avrà il prodotto totale. Così ne' due seguenti esempi.

Fattori	8 7 6 5 4	Fattori	4 5 6 7 2
	4 6 5		2 3
	4 3 8 2 7 0		1 3 7 0 1 6
	5 2 5 9 2 4		9 1 3 4 4
	3 5 0 6 1 6	Prodotto	1 0 5 0 4 5 6
Prodotto	4 0 7 5 9 1 1 0		

Nel primo caso si moltiplichi il fattore maggiore pel 5 che esprime le unità dell'altro fattore, di poi per 6 ossia per le decine, e finalmente per quello delle centinaia 4. I prodotti particolari 438270, 525924, 350616 sono scritti in guisa che il primo incominci dal luogo delle unità, il secondo da quello delle decine, il terzo da quello delle centinaia, e poscia sommati coll'istesso ordine cui si sono notati, la loro somma 40759110 sarà il prodotto cercato. Parimenti nel secondo caso sarà 1050456 il prodotto de' due numeri 45672 e 23.

32. D. Può talvolta abbreviarsi l'operazione?

Talvolta avviene che nei due fattori vi sono de' zeri all'ultimo, ed in tal caso questi si possono tralasciare nei prodotti parziali, e si scrive soltanto nel prodotto totale il numero de'zeri che sono ne' fattori. P. e.

6430	519000
90	400
578700	20760000

Nel primo caso la moltiplicazione si è fatta tra i due numeri 643 e 9 e dopo il prodotto 5787 si sono aggiunti i due zeri che erano ne' due fattori; e nel secondo esempio la moltiplicazione si è eseguita tra i due numeri 519 e 4 e dopo il prodotto 2076 si sono situati i cinque zeri che erano ne' due fattori dati.

DIVISIONE DEGLI INTERI.

33. D. Cosa è mai la divisione.

R. La divisione è una operazione in cui di due numeri disuguali, osservando quante volte il minore entra nel maggiore se ne trova un altro, che indica in quante parti tutte uguali al numero più piccolo, si è diviso il numero maggiore. Ossia si trova quel numero il quale contiene tante unità, per quante volte il numero maggiore contiene il minore. Il numero da dividersi si chiama dividendo, divisore quello pel quale si divide, e quoziente quello che si ha dall'operazione. Due punti (:) esprimono il segno di divisione; e significano che i numeri tra quali son situati debbonsi dividere l' uno per l'altro. Così p. e. 64 : 16 = 4, e si dice otto diviso per quattro uguaglia due.

Questi numeri si scrivono come qui sotto.

E poichè il divisore ed il quoziente sono i fattori del dividendo, si può fin d'ora conchiudere che, in una divisione qualunque il divisore moltiplicato pel quoziente devè dare il dividendo.

Considerando i tre numeri 64, 16 e 4 come il prodotto ed i fattori di una moltiplicazione si e già detto di sopra che il prodotto 64 contiene tante volte il moltiplicate 16, quante unità si contono nel moltiplicatore 4; e siccome la divisione ha per oggetto di trovare quest' ultimo numero, così potrà anche dirsi che la divisione ha per oggetto di trovare il numero delle volte che il 16 è contenuto nel 64, ed in generale la divisione è quella operazione per mezzo della quale si cerca di conoscere quante volte un numero è contenuto in un altro.

Per trovare quante volte il numero 16 è contenuto nel 64, potrebbe adoperarsi la sottrazione ripetuta, come segue:

$$64 - 16 = 48 - 16 = 32 - 16 = 16 - 16 = 0.$$

dalla quale operazione risulta che il 16 è contenuto quattro volte nel 64, perchè tolto quattro volte dal 64 si è avuto un resto zero. Per mezzo della divisione si giunge più presto a questo risultamento, onde può dirsi che la divisione è un abbreviazione della sottrazione.

Inoltre, il prodotto 64 può anche considerarsi come il 4 ripetuto 16 volte, perchè ripetere quattro volte il 16 è lo stesso che ripetere 16 volte 4; e quindi il numero 64 può supporsi composto di 16 parti eguali, ognuna delle quali è un 4. Quando si divide 64 per 16 l'operazione si riduce dunque a decomporro il numero 64 in 16 parti eguali, e trovare il valore di una di quelle parti, che sarebbe 4. Ciò posto si vede che la divisione può considerarsi anche come una operazione nella quale si cerca di decomporre un numero dato in tante parti eguali, quante unità sono contenute in un altro numero dato.

Dunque la divisione si può riguardare sotto tre aspetti diversi;

1.° La divisione è quella operazione per la quale dato un prodotto ad uno de' suoi fattori, si cerca l'altro fattore.

2.° La divisione è quella operazione per la quale si cerca quante volte un numero è contenuto in un' altro.

3.° La divisione è quella operazione per la quale si cerca di decomporre un numero dato in tante parti eguali, quante unità si contengono in un'altro numero dato.

Nella divisione di 64 per 16 il quoziente 4 può avere perciò tre significati: 1.° esso è l'altro fattore di 64 che si cercava; 2.° esso dinota il numero delle volte che il 16 è contenuto nel 64; 3.° esso è una delle 16 parti eguali in cui si è diviso il 64. È importante di ben comprendere questi tre oggetti della divisione.

34. D. Come si esegue la divisione allorchè il divisore è un numero semplice?

R. Per eseguir siffatta operazione, si suppone che già si sappia ritrovare quante volte un numero di uno o due cifre contiene un numero di una sola cifra. È questa una conoscenza già acquistata, quando si sanno a memoria i prodotti di numeri che hanno una sola cifra. Vi si può anche giungere facendo uso della tavola Pitagorica. Per esempio se si vuol sapere quante volte 74 contiene 9, cerco il divisore 9 nella prima linea, discendo verticalmente finchè incontro il numero più prossimo a 74, che è 72, allora il numero 8 che si ritrova dirimpetto a 72 nella prima colonna è il quoziente che cerco.

Ciò premesso, ecco come si fa la divisione di un numero che ha molte cifre, per un altro che ne ha una sola. Si scrive il divisore alla sinistra del dividendo, e si osservi quante volte il primo si contiene nell'ultimo carattere a sinistra del dividendo, ovvero ne'due ultimi se mai un solo fosse minore dell'an-

zidetto divisore, e si noti il quoziente sotto del divisore, avendo prima tra l'uno e l'altro tirato una linea; indi si moltiplica questo quoziente trovato pel divisore ed il prodotto che si ha scritto sotto il numero già diviso si sottragga dal medesimo e sulla dritta di tal residuo si ponga la cifra susseguente del dividendo, che per non dimenticarsi si segni con un puntino: si divide allora il numero risultante da tale unione pel dato divisore; e si ripete una tale operazione finchè non vi sono altri caratteri sul dividendo. Ciò si vedrà più chiaramente negli esempî seguenti.

Divisore 6	13453 Div.°	8	965424 Dividen.
	12		8
Quoziente 2242 $\frac{1}{6}$	——	120678	——
	=14		16
	12		16
	=25		= =54
	24		48
	=13		=62
	12		56
	=1		=64
			64
			— —

Nel primo caso poichè l'unità non si può dividere per 6 così si divide il 13 e si scrive sotto la linea del divisore il quoziente 2 che si ottiene da questa prima divisione. Si moltiplichi questo 2 pel 6 ed il prodotto 12 scritto sotto del 13 e sottratto dal medesimo, si noti il residuo 1. A destra dell' 1 si cali il 4, col segnare sul medesimo carattere un puntino, e diviso il 14 pel 6 e notato il quoziente 2 a destra dell'altro 2 si moltiplichi per 6, ed il prodotto 12 sottratto da 14 dà il residuo 2, a destra del quale si cali il 5. Si divide il 25 per 6, ed il quoziente 4, scritto a destra del secondo 2 il prodotto 24 si toglie da 25 ed a dritta del residuo 1 si cali l'ultima cifra 3. Il quoziente 2 che si ha dividendo il 13 per 6 si scrive a destra del 4, ed il prodotto 12 tolto da 13 lascia un residuo di 1, il quale per non essere più divisibile si scrive a fianco del quoziente totale con metterci sotto una lineetta ed il divisore 6. Sicchè il quoziente della divisione tra i due numeri dati sarà 2242 $\frac{1}{6}$. E nel secondo esempio dividendo con l'istesso metodo il numero 965424 per 8 il quoziente sarà 120678.

35. D. Come si esegue la divisione allorchè divisore e dividendo hanno più cifre?

R. Si prendono sulla sinistra del dividendo tante cifre per quante possono contenere il divisore, e ritrovato questo primo quoziente si scriva sotto il divisore, si moltiplica per lo stesso il prodotto si toglie dalle cifre distaccate dal dividendo, ed accanto al residuo si abbassa la cifra seguente del dividendo. Si ripigli allora nel modo stesso l'operazione finchè non più restano cifre nel dividendo. Così ne' due seguenti esempî.

```
2567890   | 23                 165327   | 14
23        |--------            14       |--------
———         111647 9/23        ———        11809 1/14
=26                            =25
 23                             14
———                            ———
=37                             113
 23                             112
———                            ———
 148                           ==127
 138                              126
 ———                           ————
=109                             ==1
  92
 ———
  170
  161
 ———
 ==9
```

36. D. Come può talvolta abbreviarsi l'operazione della divisione?

R. Avviene talvolta che all' estremità del dividendo e del divisore vi sono dei zeri, ed allora se ne sopprimono nell' uno e nell'altro l'istessa quantità, e si esegue la divisione come se non vi fossero questi zeri, però si mettono in seguito del quoziente. P. e.

```
4330000   | 40                 526000   | 300
4         |--------            3        |--------
———         108250             ———        175300
=33                             22
 32                             21
———                            ———
=10                            =16
  8                             15
———                            ———
 20                            =10
 20                               9
———                            ———
 ==                              =1
```

E nel primo caso la divisione si esegue come se i due numeri dati fossero 433000 e 4 ed accanto al quoziente 10825 si aggiunge un zero, e nel secondo come se i due numeri a dividersi fossero 5260 e 3, cioè togliendo due zeri al dividendo e due al divisore ed aggiungendoli alla dritta del quoziente 1753 sicchè il vero quoziente de'secondi numeri dati diviene 175300.

CAPITOLO III.

Verificazione delle quattro operazioni degli interi.

37. D. Come si vede se nel sommare più numeri interi astratti si sia commesso errore.

R. Dopo di essersi eseguita l'addizione, si separi con una lineetta orizzontale uno de' numeri dati, e per più facilità si scelga il primo, e si sommano i rimanenti; indi dalla prima somma si toglie la seconda, ed il residuo dovrà dare il primo numero cioè quello che si è separato dagli altri. Così ne' due seguenti esempi.

	42456			462358
	3084			24560
	567			3207
	23			4659
1. som.	46130		1. som.	484784
2. som.	3674		2. som.	32426
Residuo	42456	uguale	Residuo	452358

Nel primo caso la somma dei numeri dati escluso il solo primo numero 42456 è 3674 la quale tolta dalla somma che si aveva avuto cioè 46130 si ha il residuo 42456, cioè il primo numero dell'addizione; quindi si è certo che l'operazione è esatta.

Nel secondo caso la prima somma si è creduto esser 484784 la seconda somma è 32426 e la loro differenza è 452358 che per non essere il primo numero tra quelli dati dimostra chiaro di essersi errato l'operazione. Ed invero rettificando la somma si vede che esser deve 494784 invece di quella precedente 484784.

38. D. Come si vede se nel sottrarre due numeri interi si sia commesso errore.

R. Eseguita la sottrazione, si somma il numero minore col residuo, il risultato deve essere il numero maggiore. P. c.

	432856			5678945	
	24695			364231	
	408161	Residuo		5414714	Resid.
somma	432856	uguale	somma	5778945	

Nel primo caso la somma del sottrattore e del residuo è 432856, cioè il sottraendo quindi l'operazione è esatta. Nel secondo esempio la somma del sottrattore e del residuo è 5778945 diverso dal sottraendo, adunque la sottrazione fatta è erronea. Ed in verità si vede che da 6 togliendo 3 resta 3 e non quattro come si era scritto, sicchè il vero residuo è 5314714.

39. D. Come si vede se nel moltiplicare due numeri interi si sia commesso errore.

R. Si divida il prodotto avuto per uno dei fattori, e se si ha per quoziente l'altro fattore, si è certo di non essersi errato. P. e.

```
| 5          34567              21456          | 32
|______          5                 32          |______
34567      ______              ______           21455
            172835              42912
            15                  64368
            ___                 ______
          = 22                  686582
            20                  64
            ___                 ___
          = 28                = 46
            25                  32
            ___                 ___
          = 33                  144
            30                  128
            ___                 ___
             35               = 178
            ___                 160
            = =                 ___
                              = 182
                                160
                                ___
                              = = 22 = =
```

Nel primo caso essendosi moltiplicato 34567 per 5, una volta che il prodotto 172835 diviso per 5 dà per quoziente 34567 cioè l'altro fattore si è certo che l'operazione è esatta. Nel secondo esempio il prodotto 686582 poichè diviso pel fattore 32 dà per quoziente 21455 diverso dall'altro fattore dato, così ben può dirsi essersi errata l'operazione. Ed in verità nel rettificarla si ritrova che il prodotto che si domandava era 686592 in cambio di quello 686582 che si credeva il vero.

40. D. Come si vede se nel dividere due numeri astratti interi si sia commesso errore.

R. Si moltiplichi il quoziente pel divisore e si aggiunga il residuo, se ve n'è stato, se il risultato di tale operazione dà il dividendo, la divisione si è bene eseguita. P. e.

Divisore
8
8230
8
65840
2
65842 uguale

Dividendo
65842
64
= 18
16
= 24
24
= = 2 Residuo.

Divisore
36
Quoziente 11903
36
71418
35709
13
428521 *Prodotto*

Dividendo
428521
36
= 68
36
325
324
= =121
108
= 13

Nel primo caso il prodotto del quoziente della divisione 8230 pel divisore 8, essendo 65840 ed aggiuntovi il residuo 2 poichè si ha il dividendo cioè 65842 si è certo che l'operazione è esatta. Lo stesso dicasi del secondo esempio.

CAPITOLO IV.

Dei numeri interi concreti, ossia denominati.

41. D. Come si eseguono le quattro operazioni de'denominati.

R. Per ben eseguire le quattro operazioni de' numeri denominati, è necessario prima conoscere il valore delle monete, de' pesi, delle misure ec. ec., secondo i diversi paesi le diverse nazioni; non che il valore delle une in relazione colle altre del proprio genere. E perciò ne indichiamo qui le principali, usate presso di noi, segnatamente nella capitale del regno.

MONETE

		Argento	Rame	
Napoli...		10	10	10
	Ducato	Carlini	Grana	Cavalli
		5	20	10
	Ducato	Tarì	Grana	Cavalli
		2	50	
	Ducato	Patacche	Grana	

	Oro	Argento
Napoli...		2
	Zecchino =	Ducati
		3
	Oncia =	Ducati
		6
	Oncia doppia	Ducati
		15
	Quintupla —	Ducati
		30
	Decupla =	Ducati

PESI

Napoli...		100		$33\frac{1}{3}$
	Cantaio	Rotola		Once
		40		
	Tomolo	Rotola		
		12	20	20
	Libbra	Once	Trappesi	Acini

MISURE

Napoli....		8	12	5	10
	Canna	Palmi	Once	Minuti	Punti
		2	12	60	
	Carro	Botte	Barili	Caraffe	
		24	60′	60″	
	Giorno	Ore	Minuti primi	Minuti secondi	

Moggio in Napoli 48400 palmi quadrati.

SOMMA DE' DENOMINATI.

42. D. Come si esegue la somma de' denominati?

R. Per eseguire una tale operazione fa d'uopo che i numeri sieno tutti dello stesso genere, non potendosi per esempio un numero di soldati ed un numero di ducati riunirsi per formarne un tutto, ed è necessario conoscer bene qual relazione serbano fra loro

le quantità che si vogliono sommare; cioè quante unità della specie minore costituiscono una di quella della specie maggiore. Una volta ciò conosciuto si dispongono le cifre in guisa che quelle di una stessa specie corrispondino nella stessa verticale, e tirata una linea orizzontale s' incominci l' operazione. Si determinino separatamente le varie somme incominciando da quella dell' infima specie, le quali se avviene che contengono una o più unità della specie prossimamente maggiore, si uniranno queste alla somma seguente, notando sotto la linea solo il dippiù. In tal guisa continuando l' operazione si avrà la somma richiesta. Ciò si renderà vieppiù chiaro con un esempio.

	10	10	10		8	12	5	10
Ducati	Carl.	Gra.	Cavalli	Canne.	Palmi.	Oncc	Min.	Pun.
24	5	7	3	213	6	8	4	7
88	3	2	6	32	2	6	2	8
33	4	6	8	8	5	3	4	9
146	3	6	7	254	6	6	2	4

Nel primo caso la somma de' cavalli è 17 sicchè si nota il 7 e si aggiunge un grano alle altre 7, 2, 6, le quali insieme fanno in tal caso 16 grana quindi il 6 si nota ed il carlino si unisce a 5. 3. 4 carlini per cui si hanno 13 carlini, il 3 si noti e si aggiunge un ducato all' ultima somma che sommata dà 146 ducati. Adunque la somma totale sarà per conseguenza di 146 ducati 3 carlini 6 grana e 7 cavalli. Parimenti nel secondo esempio la somma che si cerca è 254 canne 6 palmi, 6 once, 2 minuti, 4 punti.

SOTTRAZIONE DE' DENOMINATI.

43. D. Come si esegue la sottrazione de' denominati?

R. Per eseguire la sottrazione de' denominati bisogna che i numeri siano dello stesso genere, non potendosi per esempio da un numero di botti di vino, togliere un numero di botti di olio, ed è parimenti necessario di ben conoscere quante unità della specie minore costituiscono una di quelle della specie maggiore.

Ciò premesso per eseguire la sottrazione si scrive il numero minore sotto il maggiore, si principia dalla dritta e proseguendo verso la sinistra si eseguano tante sottrazioni particolari, per quante sono le differenti specie di colonne; se dal numero superiore non si può togliere l' inferiore, si prenda una unità dalla colonna immediata a questa e si unisca per quanto vale P. e.

	8	12	5	10		10	10	10
Canne	Palmi	Once	Min.	Pun.	Ducati	Carlini	Grana	Cavalli
625	5	3	4	6	871	4	7	4
324	6	2	4	7	354	6	9	8
300	7	0	4	9	516	7	7	6

Nel primo esempio da 6 punti non se ne possono togliere 7 per cui si prende un minuto del 4 il quale vale 10 punti per cui dal 16 tolto il 7 si ha il residuo 9. Così parimenti da 3 minuti non potendo togliere 4 si prenda un'oncia dal 3 la quale essendo l'istesso di 5 minuti così dall'8 tolto il 4 si noti il residuo 4. Da due once tolto 2 once il residuo è zero. Da 5 palmi non potendo sottrarre 6 si prende una canna dalla cifra vicina la quale perchè è l'istesso che 8 palmi così dal 13 tolto il 6 si ha il residuo 7. E per le canne proseguendo la sottrazione si ha il residuo di 300. Adunque il risultato della sottrazione dicesi essere di 300 canne 7 palmi zero once 4 minuti e 9 punti. L'istesso dicesi per l'altro esempio dove 516 ducati, 7 carlini 7 grana e 6 cavalli è la differenza.

Così parimenti nell'esempio seguente.

	12	10	3	20						
Lib.	Once	Dram.	Scrupoli	Acini	=	L,	O,	D,	S,	A.
817	9	7	0	17		719	9	7	0	18
97	11	9	2	19						

la differenza che si cerca è libbre 719 once 9 dramme 7 scrupoli 0 acini 18.

MOLTIPLICAZIONE DE' DENOMINATI.

44. D. Come si esegue la moltiplicazione quando un fattore è un numero denominato e l'altro un numero astratto?

R. Nell'eseguire tale operazione non è necessario che i due fattori siano dello stesso genere, perchè il prodotto sarà sempre dello stesso genere del moltiplicando, ed il moltiplicatore figurerà da numero astratto. Per esempio volendo conoscere il costo di 25 tomoli di grano al prezzo di ducati 2 per ogni tomolo, si moltiplicherà 2 per 25 ed il prodotto 50 esprimerà ducati come il moltiplicando 2; e quantunque il moltiplicatore 25 sia un numero concreto, pure esso qui serve ad indicar soltanto che il 2 deve esser ripetuto 25 volte.

Ciò premesso per eseguire la moltiplicazione si moltiplica l'intero astratto per l'infima specie del denominato, incominciando dalla dritta alla sinistra e si noti il prodotto, di poi mano mano si moltiplica per tutti gli altri numeri e sempre di ogni prodotto parziale si tolgono i numeri costituenti la specie prossima per unirla a questa come unità, e si nota il solo avanzo. Così p. e.

	8	12	5	10		10	10	10
Canne	Palmi	Once	Min.	Pun.	Ducati	Carlini	Grana	Cavalli
23	6	3	4	5	32	6	7	8
				8				6
190	2	7	1	0	196	0	6	8

Nel primo caso moltiplicando i 5 punti per 8 si hanno 40 punti ossia 4 minuti; quindi si scrive il zero e si aggiunge il 4 al prodotto di 8 per 4 che è 32 e 4 fan 36 ossia 1 minuto e 7 once le quali aggiunte al prodotto di 8 per 3 ossia 24 si hanno 31 once, ossia due palmi e 7 once; e continuando a moltiplicare l'8 per 6 si hanno 48 palmi e 2 fanno 50 ossia 2 palmi e 6 canne, le quali aggiunte al prodotto delle canne questi sarà di 190. Adunque il prodotto della moltiplicazione si dice essere di 190 canne 2 palmi 7 once ed 1 minuto. Lo stesso dicasi pel secondo esempio:

45. D. Come si esegue la moltiplicazione allorchè ambi i fattori sono numeri denominati?

R. Se i fattori sono amendue denominati, come p. e. dovendosi moltiplicare

Ducati	Grana	Cavalli		Canne	Palmi	Once
12	25	3	per	6	5	4

in tal caso si riducano i 12 ducati 25 grana e 3 cavalli tutti in cavalli, cioè si dice le 25 grana equivalgono a 250 cavalli, i 12 ducati equivalgono 1200 grana o 12000 cavalli adunque sommati questi tre numeri la somma 12253 cavalli vale lo stesso che il primo fattore. Parimenti, si riducano le 6 canne 5 pal. 4 once tutte in once perlocchè si dice 5 palmi equivalgono a 60 once, 6 canne equivalgono a 48 palmi, o 576 once, adunque sommati i tre numeri 4, 60, e 576 il secondo fattore dato equivale a 640 once. Una volta eseguita siffatta riduzione per aversi il risultato della moltiplicazione basta moltiplicare 12253 per 640 ed il prodotto in seguito 7841920 sarà quello che si cerca.

E poichè dall'ennunciazione della proposta moltiplicazione, appare chiaro che si vuol conoscere le 6 canne, 5 pal. e 4 once, supposto ogni canna costare 12 ducati 25 grana e 3 cavalli quanto costano, in tal caso si riduca un ducato in cavalli che sarà 1000, la canna ridotta in once dà 96, moltiplicati questi numeri si noti il prodotto 96000. Si divida il primo prodotto 7841920 per 96000 ed il quoziente 81 saranno i ducati, il residuo che resta da tal divisione cioè 6492 si riduca in grani moltiplicandolo per 100, ed il prodotto 659200 diviso per 96000 il quoziente 6 indicheranno i grani. E parimenti il residuo di tal divisione cioè 832, ridotto in cavalli sarà 8320 che diviso per 96000 poichè non di alcun quoziente, si dice essere il prodotto cercato di 81 duc. 6 gr. Ciò per altro assai meglio si vedrà colla divisione de' denominati.

DIVISIONE DE' DENOMINATI.

46. D. Come si esegue la divisione di un numero denominato per un intero?

R. Dovendosi dividere un numero denominato per un intero, si divide ciascuna specie del denominato per l'intero, ma s'incominci dal più grande, affinchè se in alcuna divisione vi rimane un residuo, il medesimo ridotto prima in unità della specie che immediatamente segue, ad essa si unisca. I quozienti parziali in tal guisa ottenuti si scrivono ne' rispettivi luoghi sotto il divisore e sarà così eseguita la divisione. P. e.

```
Duc. Carl. Gra. Cav.   | 6
 37    6    9    8     |________________
 36                     Duc. Carl. Gra. Cav.
 ---                     6     2    8    3
= 1  ducato
  16
  12
  ---
 = 4  carlini
   49
   48
   ---
  = 1  grana
    18
    18
    ---
    = =
```

In quest' esempio il 37 diviso per 6 dà il quoziente 6 ed il residuo è 1 ducato ossia 10 carlini i quali aggiunti a' 6 segnati nel dividendo si hanno 16 carlini che divisi per 6 danno per quoziente 2 e per residuo 4 carlini ossia 40 grana le quali unite alle 9 grana segnate sul dividendo si hanno 49 grana, che divise per 6 danno il quoziente 8 e per residuo 1 grano cioè 10 cavalli i quali aggiuuti agli 8 del dividendo divengono 18 cavalli che divisi per 6 danno il quoziente 3: sicchè il quoziente dell' intera divisione si dice esser 6 ducati 2 carlini 8 grana 3 cavalli.

Talvolta però avviene che la prima specie non si può dividere pel dato numero del divisore, allora bisogna ridurla a quella che immediatamente la segue, e se questa neppure è suscettibile di contenere il divisore, si passa all' altra imme-

diata, e così finchè si ha un numero maggiore del divisore. P. e.

Dividendo

Can.	Pal.	Onc.	Min.
12	5	7	3

101 pal.
85
——
16 pal.
199 onc.
17
——
29
17
——
12
63
51
——
12

Divisore 17

Can.	Pal.	Onc.	Min.
0	5	11	$3\frac{12}{17}$

Quoziente

Non potendosi per 17 dividere le 12 canne si riducano a palmi, e si uniscano agli altri 5; per cui diviso per 17 il loro aggregato che è 101 pal. si avrà per quoziente 5 palmi e per residuo 16 palmi. I quali ridotti ad once ed unite alle altre 7, fanno 199 once, che si dividono per 17 si nota il quoziente 11 once e le rimanenti 12 si riducano a 60 minuti, più 3 minuti che sono nel dividendo si hanno 63 minuti i quali divisi per 17 danno per quoziente $3\frac{12}{17}$ di minuti. Quindi l'intero quoziente sarà, zero canne 5 palmi 11 once 3 minuti $\frac{12}{17}$ di minuti.

47. D. Come si esegue la divisione di due num. denominati?

R. Si abbiano a dividere due numeri denominati tra loro come p. e. conoscendo che 81 duc. 68 gran. e 4 caval. è il costo di 6 canne 5 pal. e 4 once si cerca il costo di una canna. In tal caso li 81 ducati 68 grana e 4 cavalli ridotti a cavalli danno 81684. Parimente una canna è l'istesso che 96 once e moltiplicato per 81684 si ha il prodotto 7841664. Le 6 canne 5 palmi e 4 once ridotte ad once danno 640 once, un ducato vale 1000 cavalli ed il prodotto di questi numeri è di 640000. Si divida il primo prodotto 7841664 per questo secondo 640000 ed il quoziente 12 indicherà i ducati; il residuo 161664 ridotto in grana fa 16166400 il quale diviso per 640000 dà il quoziente 25 che indica le grana, e finalmente il residuo 166400 ridotto a cavalli dà 1664000 il quale diviso per 640000 dà 2

cavalli per quoziente. Il costo quindi di una canna è ducati **12**, **25** grana e 2 cavalli.

Cade a proposito l'osservare che se per l'addizione e la sottrazione degli interi astratti e denominati, debbono i numeri essere omogenei; per la moltiplica e divisione possono essere dell'una e dell'altra specie.

CAPITOLO V.

Delle frazioni.

48. D. Quale è l'origine delle frazioni?

R. Le frazioni hanno origine dal resto della divisione. Sia da dividersi 33 per quattro. Questa operazione consiste nel dividere il 33 in quattro parti uguali. Il quoziente è 8; ma questo numero non è contenuto quattro volte esattamente nel 33, poichè vi rimane un unità ancora da dividersi in quattro parti uguali.

Immaginando eseguita la divisione di questa unità in quattro parti uguali una di esse parti, ossia la quarta parte dell'unità si scrive così, $\frac{1}{4}$; ed i numeri 4 ed 1 separati da una piccola linea, indicano che l'unità si è divisa in quattro parti uguali, e di queste parti se n'è presa una. L'espressione $\frac{1}{4}$ che si pronunzia *un quarto* dicesi *frazione*, ed aggiunta al quoziente 8 da $8\frac{1}{4}$, che rappresenta l'esatta quarta parte di 33.

49. D. Cosa s'intende adunque per rotto o frazione?

R. S'intende per numero rotto ovvero fratto o frazione quella espressione numerica che esprime una o più parti uguali di quelle in cui si suppone divisa l'unità. Così p. e. se di una unità divisa in quattro parti uguali, se ne debbano prendere 3, ciò s'indicherà con una frazione la quale si proferisce con dire tre quarti e si scrive così $\frac{3}{4}$.

50. D. Cosa s'intende per rotto di rotto, o frazione di frazione?

R. Dicesi frazione di frazione o rotto di rotto quella quantità, la quale esprime una o più parti non di una unità, ma di un'altra frazione. Così p. e. $\frac{1}{2}$ di $\frac{3}{4}$ di ducati, dinota che si debba prendere la metà non di un ducato intero ma di $\frac{3}{4}$ parti di un ducato.

51. D. Cosa s'intende per numeratore, e denominatore di una frazione?

R. Ne segue da ciò che per indicare qualsivoglia frazione vi vogliono due numeri, de' quali uno denomina in quante parti uguali si è divisa l'unità, e l'altro indica quante di siffatte parti se ne debbono prendere. È perciò che il primo si chiama denominatore ed il secondo numeratore. Adunque si chiama denominatore il numero inferiore che dinota in quante parti si è divisa l'unità, e numeratore l'altro numero che indica quante parti se ne sono prese. Così nella frazione $\frac{5}{6}$ il denominatore è 6 ed indica che l'unità e stata divisa in 6 parti uguali, ed il numeratore è 5, ed indica che se ne sono prese 5 parti. Il numeratore ed il denominatore, insieme considerati, si chiamano anche i termini della frazione.

52. D. Quali sono i rotti o frazioni vere?

R. I rotti o le frazioni vere e legittime sono quelle che hanno il numeratore minore del denominatore. Tali sono per esempio $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$ ec.

53. D. Quali sono i rotti o frazioni spurie o apparenti?

R. I rotti o le frazioni spurie o apparenti sono quelle che hanno il numeratore uguale, o maggior del denominatore.

Tali sono p. e. $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{12}{11}$ ec.

È ben si osserva che con ragione tali frazioni si dicono apparenti, giacchè quando il numeratore è eguale al denominatore, allora la frazione è uguale all'unità. Per esempio $\frac{5}{5}$ significa che l'unità è stata divisa in cinque parti delle quali se ne sono prese cinque; cioè si sono prese tutte e per conseguenza il valore della frazione è la stessa unità. Quando poi il numeratore è maggiore del denominatore come nella frazione $\frac{9}{8}$ in tal caso l'unità si è divisa in 8 parti eguali, e siccome di queste parti non se ne possono prendere più di otto, così essendo il numeratore 9 maggiore di 8, bisogna supporre che due unità sieno state divise ognuna in otto parti uguali, e per formare la frazione $\frac{9}{8}$ si siano prese tutte le parti della prima unità, ed una delle parti della seconda. La frazione adunque è maggiore dell'unità, e questa conseguenza si desume ancora dal riflettere che $\frac{9}{8}$ rappresenta l'ottava parte di 9, la quale si ottiene dalla divisione di 9 per 8, che dà per quoziente $1\frac{1}{8}$.

54. D. Quali sono i rotti spurî moltiplici esatti dell'unità e quali i non moltiplici esatti dell'unità?

R. Quando il numeratore di un rotto spurio è un moltiplice esatto del denominatore, il rotto sarà moltiplice dell'unità, ed in contrario non essendolo il numeratore del denominatore nemmeno lo sarà il rotto. Così p. e. $\frac{8}{4}$, $\frac{18}{6}$ sono nel primo caso, perchè realmente eseguendosi la divisione di 8 e 18 per 4 e 6 si hanno i due quozienti interi 2 e 3 ed in contrario nei due rotti $\frac{9}{4}$ e $\frac{23}{6}$ eseguendosi la divisione vi restano i residui 1 e 5 sicchè i due quozienti non sono moltiplici esatti dell'unità e nemmeno lo sono i rotti.

55. D. Come si riduce una o più frazioni ad avere un dato denominatore?

R. Poichè la frazione equivale al quoziente di una divisione, di cui il numeratore è il dividendo ed il denominatore è il divisore, è ben chiaro che se amendue le parti di una frazione si moltiplicano o si dividono per un numero qualunque non si altera il suo valore. Così p. e. se nella frazione $\frac{3}{4}$ si moltiplicano ambi i membri per 2 si avrà $\frac{6}{8}$ che è perfettamente lo stesso di $\frac{3}{4}$ perchè la prima frazione dinota l'unità divisa in 8 parti uguali dovendone prendere 6; la seconda cioè $\frac{3}{4}$ dinota l'unità divisa in 4 parti uguali dovendone prendere 3. Ed infatti se p. e. si pone l'unità $=24$, $\frac{6}{8}$ sarà l'istesso che 18 parti e $\frac{3}{4}$ è parimente uguale a 18. Così pure se la frazione $\frac{6}{15}$ si divide tanto il numeratore quanto il denominatore per 3 si avrà $\frac{6}{15}$ perfettamente uguale a $\frac{2}{5}$. In effetti ponendo l'unità uguale a 30, $\frac{6}{15}$ sarà $=$ a 12 parti e $\frac{2}{5}$ sarà parimente uguale a 12 parti.

Ciò premesso, un tal principio fa conoscere, che un num. intero o fratto che sia, può ridursi ad avere un dato denominatore. Così p. e. il numero 12 è l'istesso che la frazione $\frac{12}{1}$ la quale moltiplicata per qualunque numero sì il numeratore che il denominatore, non si altera di valore, e perciò volendo per esempio dargli il denominatore 2, 4 ec. si cambierà in $\frac{24}{2}$, $\frac{48}{4}$ ec. Per l'istesso principio

un numero qualunque di diverse frazioni può ridursi ad avere l'istesso denominatore. Così p. e. $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{6}$ sono uguali a questi altri rotti.

$$\frac{2\times5\times6}{4\times5\times6} \qquad \frac{3\times4\times6}{4\times5\times6} \qquad \frac{5\times5\times4}{4\times5\times6}$$

cioè sono perfettamente uguali alle tre frazioni

$$\frac{60}{120} \qquad \frac{72}{120} \qquad \frac{100}{120}$$

Locchè mena alla seguente regola pratica per ridurre più frazioni allo stesso denominatore; cioè di moltiplicare ogni numeratore per tutti i denominatori escluso il suo, e porre per comune denominatore, il prodotto di tutti i denominatori delle frazioni date.

56. D. Come sono tra loro le frazioni che hanno lo stesso denominatore, o lo stesso numeratore?

R. Atteso l'origine della frazione (par. 48), è agevol cosa il notare che di due frazioni che hanno lo stesso denominatore è maggiore quella, che ha il più grande numeratore; e viceversa di due frazioni che hanno lo stesso numeratore, è minore quella che ha maggiore il denominatore.

Così p. e. $\frac{4}{5}$ è maggiore di $\frac{3}{5}$ giacchè l'unità è divisa in 5 parti nel primo rotto e se ne prendono 4, e nel secondo è pure divisa in 5 parti ma se ne prendono 3 e $\frac{7}{9}$ è minore di $\frac{7}{8}$ giacchè nel primo rotto si prendono 7 parti di una unità divisa per 9, e nel secondo rotto si prendono anche 7 parti di una unità divisa per un numero minore, per cui le parti sono maggiori.

57. D. Quale è il segno per indicare che una frazione è maggiore, o è minore di un'altra?

R. Il segno per indicare che una frazione è maggiore di un altra è così $>$ e per indicare che una frazione è minore di un altra si usa quest'altro segno $<$.

Adunque nel primo caso si scrive $\frac{4}{5} >$ di $\frac{3}{5}$ e nel secondo $\frac{7}{9} < \frac{7}{8}$.

SOMMA DELLE FRAZIONI.

58. D. Come si esegue la somma delle frazioni?

R. Più frazioni si sommano tra loro riducendole prima allo stesso denominatore, poscia sommati i numeratori si scrive sotto il comune denominatore. P. e. volendo sommare le frazioni seguenti

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{3}{3}.$$

Si riducono prima allo stesso denominatore cioè la prima diviene $\frac{3\times6\times3}{4\times6\times3}$ la seconda si cambia in $\frac{5\times4\times3}{6\times4\times3}$ e la terza sarà $\frac{2\times6\times4}{3\times6\times4}$. Eseguite tali moltiplicazioni si avranno le frazioni $\frac{54}{72}+\frac{60}{72}+\frac{48}{72}$ e sommati i tre numeratori, la somma sarà $+\frac{162}{72}$. Ed eseguendosi la divisione di 162 per 72, il quoziente $2\frac{18}{72}$ ossia $2\frac{1}{4}$ sarà la somma cercata.

59. D. Come si esegue la somma delle frazioni unite agli interi?

R. Se le frazioni si trovano unite a degli interi, si sommano prima gli interi e poscia le frazioni, le quali se nell'unirle tra loro contengono degli interi questi si sommeranno con gli altri. P. e.

$$8\frac{7}{12}+3\frac{1}{8}+2\frac{3}{4}=8\frac{224}{334}+3\frac{48}{384}+$$
$$2\frac{288}{384}=13\frac{560}{384}=14\frac{176}{384}=14\frac{11}{24}.$$

Si può benanche ridurre l'intero e rotto tutto a rotto, e allora l'operazione si esegue come nel primo esempio cioè quando si hanno solo delle frazioni.

SOTTRAZIONE DELLE FRAZIONI.

60. D. Come si esegue la sottrazione di due frazioni?

R. Due frazioni si sottraggono tra loro, riducendole prima allo stesso denominatore, di poi sottraendo dal numeratore maggiore il minore, e ponendo sotto il residuo il comune denominatore. P. e. volendo eseguir la sottrazione delle due seguenti frazioni

$$\frac{7}{8}-\frac{5}{7}.$$

Si riducono allo stesso denominatore, e la prima sarà la stessa che $\frac{7\times7}{7\times8}$ e la seconda $\frac{5\times8}{7\times8}$ adunque la sottrazione deve eseguirsi tra le due frazioni $\frac{49}{56}-\frac{40}{56}=\frac{9}{56}$.

61. D. Come si esegue la sottrazione di due frazioni che sono unite agli interi?

R. Se le frazioni sono unite agli interi, allora la sottrazione si esegue considerando l'intero maggiore da sottraendo ancorchè la sua frazione sia minore dell'altra, perchè prendendo una unità

dell' intero e riunendola alla sua frazione, quella che si avrà, sarà sempre maggiore di quella che accompagna l' intero minore, e sottraendo gl' interi tra di loro e le frazioni dopo di essere state ridotte allo stesso denominatore si sarà eseguita l'operazione. P. e.

$$6\frac{2}{3}-4\frac{1}{2}.\ \text{Vale lo stesso che}\ 6\frac{4}{6}-4\frac{3}{6}$$

E poichè $6-4=2$ e $\frac{4}{6}-\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$ Sarà dunque $6\frac{4}{6}-4\frac{3}{6}=2\frac{1}{6}$.

Vogliasi ora sottrarre da $5\frac{1}{2}-3\frac{5}{7}$. Non potendosi da $\frac{1}{2}$ sottrarre $\frac{5}{7}$ si prende dall' intero 5 una unità ed aggiungendola alla frazione $\frac{1}{2}$ si avrà $5\frac{1}{2}$ esser lo stesso che $4\frac{3}{2}$ e perciò $5\frac{1}{2}-3\frac{5}{7}=4\frac{3}{2}-3\frac{5}{7}$; ora le due frazioni ridotte allo stesso denominatore si cambiano nelle uguali frazioni $\frac{3\times7}{2\times7}$ e $\frac{5\times2}{2\times7}$ sicchè la sottrazione dovrà eseguirsi tra $4\frac{21}{14}$ e $3\frac{10}{14}$, il residuo degli interi è 1 quello delle due frazioni è $\frac{11}{14}$; adunque $1\frac{11}{14}$ è il residuo che si cercava.

Si può benanche ridurre l' intero e la frazione ad un solo rotto, ed eseguire allora la sottrazione tra le due frazioni. Così nell' esempio citato

$$5\frac{1}{2}-3\frac{5}{7}=\frac{11}{2}-\frac{26}{7}=\frac{77}{14}-\frac{52}{14}=\frac{25}{14}=1\frac{11}{14}.$$

MOLTIPLICAZIONE DELLE FRAZIONI.

62. D. Come si esegue la moltiplicazione delle frazioni?

R. La moltiplicazione delle frazioni si esegue moltiplicando scambievolmente i numeratori ed i denominatori; e la frazione che avrà per numeratore il primo prodotto e per denominatore il secondo è il prodotto cercato. P. e. si debba moltiplicare $\frac{3}{4}$ per $\frac{5}{6}$ il prodotto de' due numeratori è 15 quello de' denominatori è 24, adunque $\frac{15}{24}$ è il prodotto che si cerca; e parimenti il prodotto di $\frac{2}{3}$ per $\frac{8}{9}$ è uguale a $\frac{16}{27}$.

63. D. Come si esegue la moltiplicazione delle frazioni che sono unite agli interi?

R. Se le frazioni sono unite agli interi, l'operazione si esegue moltiplicando l'intero per l'intero, ciascuno intero per la frazione dell'altro, e le frazioni fra loro; o più facilmente si riducono gl'interi e rotti tutti a rotti, si fa la moltiplicazione delle frazioni ed in seguito si separano gl'interi. P. e.

$$3\frac{4}{5}\times 4\frac{5}{6}=3\times 4+3\times\frac{5}{6}+4\times\frac{4}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}$$

cioè uguale a $12+\frac{15}{6}+\frac{16}{5}+\frac{20}{30}$ e riducendo i rotti allo stesso denominatore $=12+\frac{75}{30}+\frac{96}{30}+\frac{20}{30}=12+\frac{191}{30}=18\frac{11}{30}$. Ed operando nel secondo modo si ha $3\frac{4}{5}\times 4\frac{5}{6}$ vale lo stesso che $\frac{19}{5}\times\frac{29}{6}=\frac{551}{30}=18\frac{11}{30}$.

DIVISIONE DELLE FRAZIONI.

64. D. Come si esegue la divisione delle frazioni.

R. La divisione delle frazioni si esegue moltiplicando il numeratore della frazione dividendo, pel danominatore della frazione divisore, ed il prodotto sarà il numeratore della frazione quoziente; si moltiplichi poi il denominatore della frazione dividendo pel numeratore della frazione divisore, e si avrà il denominatore della frazioue quoziente. P. e. si debbano dividere $\frac{3}{4}$ per $\frac{5}{6}$ eseguendo come si è detto si ritrova essere il risultato della divisione $=\frac{3\times 6}{4\times 5}=\frac{18}{20}=\frac{9}{10}$; e parimente in questo secondo esempio $\frac{2}{3}:\frac{7}{8}$ il quoziente della divisione sarà $\frac{16}{21}$. Si osservi che i due punti segnati tra le frazione è il segno per dimostrare che una deve esser divisa per l'altra.

65. D. In quale altra guisa si può eseguire la divisione di due frazioni?

R. Si rovesci la frazione divisore, ed indi si moltiplichi numeratore con numeratore denominatore con denominatore, e si avrà il quoziente richiesto P. e. nel primo caso

$$\frac{3}{4}:\frac{5}{6}=\frac{3}{4}\times\frac{6}{5}=\frac{3\times 6}{4\times 5}=\frac{18}{20}=\frac{9}{10}.$$

66. D. Come si esegue la divisione quando le frazioni sono unite agli interi?

R. Dato poi il caso che le frazioni sono unite agli interi, si

riducono a semplici espressioni frazionarie e quindi si esegua la divisione tra le frazioni e dipoi si separano gl' interi. P. e.

$$7\frac{3}{4} : 6\frac{4}{5} = \frac{31}{4} : \frac{34}{5} = \frac{155}{136} = 1\frac{19}{136}$$

CAPITOLO VI.

Delle frazioni decimali.

67. D. Cosa sono i rotti o frazioni decimali?

R. Si dicono *rotti* o frazioni decimali quelli i di cui denominatori sono i numeri 10, 100, 1000, ec. ec. cioè a dire

$$\frac{1}{10}, \frac{2}{100}, \frac{3}{1000} \text{ ec.}$$

a differenza delle altre frazioni dette di cui si è discorso nel capitolo precedente sono dette frazioni decimali.

E poichè i denominatori delle frazioni decimali crescono secondo i numeri 10, 100, 1000 ec. è facile il vedere che esse serbano una legge simile a quella degli interi; in fatti siccome dieci unità fanno una decina, e dieci decine un centinaio

così $\frac{10}{10000}$ fanno $\frac{1}{1000}$ $\frac{10}{1000}$ fanno $\frac{1}{100}$, $\frac{10}{100}$ fanno $\frac{1}{10}$.

68. D. Come diversamente possono scriversi le frazioni decimali?

R. Nelle frazioni decimali se il numeratore ha tante cifre quanti zeri sono nel denominatore, il primo carattere a sinistra dinota parti decime dell' unità, il secondo centesime, il terzo millesime, il quarto decimillesime ec. Sieno date perciò le frazioni decimali $\frac{2}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{3}{1000}$, $\frac{8}{10000}$ le quali ridotte allo stesso denominatore equivalgono a $\frac{2000}{10000}$, $\frac{500}{10000}$, $\frac{30}{10000}$, $\frac{8}{10000}$ e la loro somma è $\frac{2538}{10000}$ cioè *due mila cinquecento trentotto diecimilesimi.*

Nella quale frazione il 2 dinota parte decime dell' unità, il 5 centesime, il 3 millesime, l' 8 diecimillesime.

Da siffatta ordinata successione che hanno i caratteri decimali si è tolto il vantaggio di scriverli senza denominatori, e per distinguirli dagli interi si tramezzano con una virgoletta, così per esempio 4, 336 si legge *quattro interi e trecentotrentasei millesimi*. E se non vi sono interi si supplisce con un zero, così p. e. 0, 754 significa zero interi e *settecento cinquantaquattro millesimi*. Pongasi però sempre mente, che nel leggere i decimali, fa d' uopo supporvi il corrispondente denominatore,

il quale si compone dell'unità seguita da tanti zeri quante sono le cifre del decimale istesso; così per esempio $4\frac{336}{1000}$ si scrive soltanto 4, 336, e la frazione $\frac{754}{1000}$ si scrive 0, 754. Epperò dovendosi indicare de' decimali mancanti di qualche parte p. e. $\frac{64}{1000}$, $\frac{98}{10000}$ affin di dare il giusto denominatore bisogna porvi tanti zeri alla sinistra delle cifre, per quante sono le parti mancanti; e perciò le citate frazioni si scriveranno 0, 064; e 0, 0098.

69. D. Quale altra regola generale si ritrae dalla natura stessa delle frazioni decimali?

R. Poichè $\frac{7}{10}$ è l'istesso che $\frac{70}{100}$, $\frac{700}{1000}$ è chiaro che si esprimerà l'istessa quantità decimale o che si scrive 0, 7 ovvero 0, 70 oppure 0, 700. E perciò non si altera il valore di un decimale se a destra del medesimo si aggiungeranno quanti zeri si vogliono. In verità tanto è prendere sette decine di un ducato, cioè sette carlini, quanto settanta centesimi di un ducato cioè settanta grana.

ADDIZIONE DEI DECIMALI.

70. D. Come si esegue la somma delle frazioni decimali?

R. Per eseguir la somma delle frazioni decimali, si scrivono i decimali in guisa che le unità dello stesso ordine si trovino situate nelle stesse colonne verticali, cioè le parti decime colle decime, le centesime colle centesime le millesime colle millesime. Ma se i decimali sono uniti agli interi, questi separati da quelli mediante una virgola, si scrivono coll'ordine solito, cioè le unità sotto le unità le decine sotto le decine ec. Ciò fatto si sommano i caratteri delle serie verticali nella stessa guisa che si è detto de' numeri interi, e sarà così eseguita l'addizione P. e.

	7, 8 0 4 4	0, 0 0 1 2 3
	6 4, 0 1 2	3, 6 5 3
	0, 3 2 6	4, 8 7 4 2
somma	7 2, 1 4 2 4	8, 5 2 8 4 3

SOTTRAZIONE DE' DECIMALI.

71. D. Come si esegue la sottrazione de' decimali?

R. Si disponga il decimale minore sotto al maggiore, e nell'istesso ordine che si è detto per l'addizione. Che se i deci-

mali sono uniti agl' interi, questi si separino colla solita virgola, e poi si fa la sottrazione come se fossero tutti interi. P. es

	4 3, 3 3 4 4 5		0, 7 4 5 6 8
	2 1, 8 7 4 3		0 4 3 9 5 4
Residuo	2 1, 4 6 0 1 5	*Residuo*	0, 3 0 6 1 4

MOLTIPLICAZIONE DE' DECIMALI.

72. D. Come si esegue la moltiplicazione de' decimali?

R. Sieno i decimali soli o uniti agli interi, si moltiplicano tra loro come se fossero tutt' interi, e dopo si separano dal prodotto, verso la dritta, tanti caratteri decimali quanti son quelli di ambedue i fattori. Che se i caratteri del prodotto non sono sufficienti per distaccare questi ultimi, si aggiungono de' zeri sulla sinistra del prodotto, e così sarà eseguita la moltiplicazione. P. e.

0, 3 3 4 5	5, 0 2 8 4 6 9
0, 0 0 3 4	4, 2 3
1 3 3 8 0	1 5 0 8 5 4 0 7
1 0 0 3 5	1 0 0 5 6 9 3 8
0, 0 0 1 1 3 7 3 0	2 0 1 1 3 8 7 6
	2 1,2 7 0 4 2 3 8 7

Nel primo caso il prodotto contiene soltanto sei caratteri, giacchè è 113730, ma in ambedue i fattori vi sono otto cifre decimali, quindi si sono aggiunti due zeri a sinistra per avere il vero prodotto della moltiplicazione. E nel secondo si sono separate otto cifre dalla dritta.

73. D. Quale osservazione convien fare circa la moltiplicazione de' decimali?

R. Relativamente alla moltiplicazione de' decimali vi è da osservare.

I. Il prodotto che nasce moltiplicando un decimale per un decimale è sempre un decimale p. e. 0, 00022 × 0, 923 = 0, 00020306.

II. Il prodotto che si ha moltiplicando un decimale per un intero, può costare di decimali, e d' interi uniti a decimali p. e. 0, 00032 × 44 = 0, 01408; e 0, 82 × 6 = 4, 92.

III. Il prodotto che si ha moltiplicando un decimale per un intero e decimale; può essere di decimali, e d' interi e decimali p. e. 55, 00014, × 0, 00051 × 0, 0280500714 e 0, 345 × 6, 81 = 2, 34945.

IV. Il prodotto che si ha moltiplicando interi e decimali, per interi e decimali, costa sempre d' interi e decimali p. e. 7, 0154 × 3, 21 = 22, 519434.

DIVISIONE DE' DECIMALI.

74. D. Come si esegue la divisione de' decimali?

R. Si esegue la divisione delle frazioni decimali, come se fossero numeri interi, e si nota solo la differenza, delle cifre decimali del dividendo su quelle del divisore. Ma se si voglia un quoziente più esatto, ovvero il divisore sia maggiore del dividendo, si aggiungono a questo dei zeri alla destra, finchè si creda necessario, e poi si esegua la divisione per avere il quoziente cercato P. e.

Dividendo	*Divisore*
243,5497	32,56
227 92	7 , 4 8 *Quoziente*
= 15629	
13024	
= = 126057	
20648	
= = = = 9	

Dividendo	*Divisore*
0 , 00075	0 , 0087
0 , 00075000	
000696	0 , 0862 *Quoziente*
= 540	
522	
= 180	
174	
= = 6	

Nel primo caso il quoziente è 748, ma le cifre decimali del dividendo son quattro, quelle del divisore son due, sicchè la differenza è di due cifre, e perciò si sono staccate l'8 ed il 4 ed il quoziente della divisione si dice essere 7, 48. Nel secondo esempio poi il divisore essendo maggiore del dividendo a dritta di questi si sono situati tre zeri, e dopo si è eseguito la divisione. Il quoziente avendo tre cifre, e la differenza dei caratteri decimali, del dividendo su quella del divisore, essendo di quattro cifre decimali, si è dovuto aggiungere un zero a sinistra, ed il quoziente della divisione si è ritrovato 0, 0862. Che se si avesse voluto continuare la divisione, per aver un quoziente più prossimo al vero, bastava mettere alla dritta del dividendo altri zeri che avrebbero dati altrettante cifre nel quoziente.

75. D. Quale osservazione convien fare circa la divisione de' decimali?

R. È da osservarsi nella divisione de' decimali.

I. Il quoziente che si ha dividendo un decimale maggiore per un altro minore, costa d'interi, e decimali p. e. 0, 232: 0, 0029 = 80; e 0, 294; 0, 0043 = 68, 37.

II. Il quoziente di un decimale minore diviso per un altro maggiore, è sempre un decimale p. e.

$$0,000014 : 0\ 6421 = 0002\,\frac{115800}{642100}$$

III. Il quoziente che si ha dividendo un intero per un decimale, è sempre d'interi, e d'interi e decimali p. e. 135 0, 0015 = 90000; e 84: 0, 074 = 1135, 13.

IV. Il quoziente che si ha dividendo interi e decimali per decimali: è composto d'interi; o pure interi e decimali p. e. 87, 16: 0, 4358 = 200; e 14, 07: 0, 981 = 14, 45.

V. Il quoziente che si ha dividendo interi e decimali per interi e decimali; ma gl' interi del dividendo maggiore di quelli del divisore, si compone d'interi, o interi e decimali p. e. 1407: 12, 191 = 1, 154.

VI. Il quoziente che si ha dividendo interi e decimali per interi e decimali, ma gl' interi del divisore maggiore di quelli del dividendo, è sempre composto di soli decimali p. e.

$$14,\ 4197 : 115,\ 003 = 0,\ 08\,\frac{339460}{1760030}$$

CAPITOLO VII.

De' quadrati e della estrazione della radice quadrata.

76. D. Cosa s'intende per quadrato di un numero e cosa è la radice quadrata di un numero?

R. Se un numero qualunque si moltiplica per se stesso, il prodotto che ne risulta dicesi quadrato di questo numero; ed il numero rispetto al quadrato dicesi radice quadrata. Così p. e. il quadrato di 7 è 49 giacchè 7 × 7 = 49 è l'istesso 7 è la radice di 49; il quadrato di 49 è 2401 giacchè 49 × 49 = 2401 è l'istesso 49 è la radice quadrata di 2401. E per indicare queste due operazioni si scrive:

$$\overline{7}^{\,\cdot} = 49 \text{ e } \sqrt{49} = 7$$

E si dice il *quadrato di sette è quarantanove*, *e la radice quadrata di quarantanove è sette.*

Quindi elevare un numero a quadrato, significa moltiplicarlo

per se stesso; ed estrarne la radice quadrata, vale il determinare una quantità numerica tale, che moltiplicata una volta per se stessa, dia il quadrato, ossia il numero dato. Or poichè tutti i numeri possono moltiplicarsi per loro stessi, e non tutti i numeri sono veri quadrati; così la prima operazione è sempre eseguibile, e la seconda può farsi o esattamente, o con approssimazione, determinando il numero prossimo, cioè il massimo quadrato contenuto nel numero dato.

77. D. Come si ottiene il quadrato di una frazione, o di un intero unito ad una frazione?

R. Il quadrato di una frazione si ha facendo il quadrato tanto del numeratore quanto del denominatore, P. e. volendosi il quadrato di $\frac{3}{4}$ bisognerà moltiplicare $\frac{3}{4}$ per $\frac{3}{4}$, e conseguentemente 3 per 3 e 4 per 4, ed il quadrato cercato sarà $\frac{9}{16}$.

Che se la frazione è unita a qualche intero, per averne il quadrato, la maniera più breve, è di ridurre prima l'intero e la frazione a semplice espressione frazionaria, ed indi formare come nel precedente caso il quadrato tanto del numeratore che del denominatore P. e. si cerchi il quadrato di $9\,\frac{3}{4}$, poichè $9\,\frac{3}{4}$ è l'istesso che $\frac{39}{4}$ il suo quadrato sarà

$$\frac{39 \times 39}{4 \times 4} = \frac{1521}{16} = 95\,\frac{1}{16}.$$

78. D. Come si estrae la radice quadrata da un numero intero?

R. Indicheremo la regola pratica per estrarre da un numero intero composto la radice quadrata, ma a ben eseguire siffatta operazione, bisogna mandare a memoria i quadrati de' numeri semplici, i quali sono qui appresso indicati.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81

Per estrarre la radice quadrata da un numero composto fa d'uopo:

I. Dividere il dato numero in binarî incominciando dalla dritta alla sinistra.

II. Dall'ultimo binario a sinistra, si deve estrarre la radice quadrata esatta o prossima, e questa sarà il primo carattere della radice.

III. Di questa radice se ne formi il quadrato, e questo si sottrae dal primo binario.

IV. Si segna al lato del residuo il secondo binario, ma se ne separa con una virgoletta la prima cifra a dritta.

V. Si divide il numero che ne risulta, dopo di aver separata l'ultima cifra a destra, pel doppio del carattere della radice ritrovata, il quoziente sarà l'altro carattere della radice dimandata.

VI. Questo quoziente si scrive tanto a dritta che sotto al doppio della prima radice, e si moltiplicano questi due numeri, il prodotto si sottrae dal residuo più l'intero secondo binario.

VII. Si cali l'altro binario, e se ne separa con una virgoletta l'ultima cifra a dritta, indi si dividano le cifre abbassate meno quella separata, pel doppio de' caratteri della radice già rinvenuta; il quoziente sarà l'altro carattere della radice. Finalmente si scrive a dritta e sotto del doppio dei due primi caratteri della radice, l'altro carattere rinvenuto; si moltiplichino questi due numeri, ed il prodotto si sottragga dall'intere cifre: seguitando sempre l'operazione in tal guisa si ottiene la radice quadrata di un numero composto ed intero P. e.

Si vogli la radice quadrata di 53949025, e quella di 15768954.

53, 94, 90, 25 = rad. (7345) e 15, 76, 89,74 = rad. (3971)

```
 49                          |   15 76 89 74
 ___                         |    9           69
 =49,4        143            |   ___           0
  42 9        3              |    62,6        ___
 _____        ___            |    62 1        621
 =659,0       429            |    _____       787
  585 6       1464           |   =558,9         7
 _______         4           |    550 9       _____
 =  7342,5   _____           |    _______     5509
    7342 5    5856           |  == 807,4      7941
 ________     14685          |     794 1        1
    00000        5           |    _______     _____
              _____          |    = 133       7941
              73425          |
```

Nel primo caso si divida il num. 53949025 in quattro classi, ognuna di due caratteri, per mezzo delle virgole. S'estragga dalla prima classe 53 la sua radice quadrata prossima 7; e si noti il 7 nel posto della radice. Sotto il 53 si scriva il 49, quadrato del 7; poscia, fattane la sottrazione, si noti sotto la linea il residuo 4, ed a destra del 4 si scriva l'altra classe immediata 94, per avere il primo dividendo 49. A sinistra di 494 si scriva il primo divisore 14, ch'è il doppio della radice 7 si divida 49 per 14, e si noti il quoziente 3 sì a destra del 7, nella radice, che a destra del divisore 14. Sotto il 494 si scriva 429, ch'è il prodotto di 143 moltiplicato per 3; poscia, fattane la sottrazione, si noti sotto la linea il residuo 65,

ed a destra di 65 si scriva l'altra classe immediata 90, per avere il secondo dividendo 654. A sinistra di 6590 si noti il secondo divisore 146, che è il doppio della radice già rinvenuta, ossia di 73 e fatta la divisione si noti il quoziente 4 sì a destra del 73 nella radice, che a destra del divisore 146. Sotto il 6590 si scriva 5856, ch'è il prodotto di 1464 moltiplicato per 4; poscia, fattane la sottrazione, si noti sotto la linea il residuo 734, ed a destra di tal numero si scriva l'altra classe 25, per avere il terzo dividendo 7342. A sinistra del terzo dividendo si scriva il terzo divisore 1468, ch'è il doppio della radice 734; si divida il terzo dividendo pel terzo divisore, e si noti il quoziente 5 sì a destra del 734 nella radice, che a destra del divisore 1468. Finalmente sotto il 73425 si scriva 73425, ch'è il prodotto di 14685 moltiplicato per 5; e perchè, fattane la sottrazione; il residuo è zero, sarà 7345 la radice esatta del numero 53949025. Nel secondo esempio poichè vi resta il residuo 133 il numero 3971 sarà la radice più prossima di 15768974.

79. D. Come si estrae la radice quadrata di una frazione?

R. Per estrarre le radice quadrata di una frazione più casi si distinguono.

Quando ambo i termini della frazione sono quadrati perfetti; ed allora estratta la radice quadrata dal numeratore e dal denominatore, si avranno i due termini della frazione che si cerca P. e.

$$\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3};\ \sqrt{\frac{25}{64}}=\frac{5}{8}.$$

Che se il solo denominatore è un quadrato perfetto, dal numeratore si estrarrà la radice quadrata prossima, e dal denominatore quella esatta. P. e.

$$\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{1}{2},\ \sqrt{\frac{3}{25}}=\frac{1}{5}.$$

Se il denominatore neanche è un quadrato perfetto, si moltiplicheranno i due termini della frazione per il denominatore moltiplicato tre volte per se stesso il che non cangia in verun modo il valore della frazione, ed estratto allora sì dal numeratore come dal denominatore la radice quadrata, la quale sarà esatta pel solo numeratore, essa radice disterà dalla radice vera per una differenza trascurabile. P. e.

$$\sqrt{\frac{5}{6}}=\sqrt{\frac{5\times6\times6\times6}{6\times6\times6\times6}}=\sqrt{\frac{1080}{1296}}=\frac{32}{36}=\frac{8}{9};$$

$$\sqrt{\frac{6}{25}}=\sqrt{\frac{6\times25\times25\times25}{25\times25\times25\times25}}=\sqrt{\frac{93750}{390625}}=\frac{306}{325}.$$

80. D. Come si estrae la radice quadrata da un intero unito ad una frazione?

R. Si estrae la radice quadrata da un intero unito ad una frazione, riducendo tutto ad una espressione frazionaria, e poscia operando come ne' paragrafi precedenti. P. e.

$$\sqrt{5\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{49}{9}}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}.$$

81. D. Come si vede se nell' estrarre la radice quadrata da un numero qualunque, siasi o no errato?

R. Per vedere se nell' estrarre la radice quadrata da un numero qualunque, siasi o no errato, conviene inalzare la stessa radice a quadrato, se un tal quadrato è uguale al numero da cui si è estratta la radice, è segno che non si è errato. Però se il numero da cui si è estratta la radice non è quadrato, perfetto conviene in tal caso aggiungervi anche il residuo rimasto nell' estrazione della radice. Così ne' due esempi messi al paragrafo 68. si è certo che 7345 è la radice di 53949025 perchè $7345 \times 7345 = 53949025$; e 3971 è la radice prossima di 15768974, giacchè $3971 \times 3971 = 15768841$ ed aggiuntovi il residuo 133 si ha il numero dato 15768974.

CAPITOLO VIII.

De' cubi e dell' estrazione della radice cubica.

82. D. Cosa s' intende per cubo di un numero e cosa è la radice cubica di un numero?

R. Se un numero qualunque si moltiplica per se stesso, ed il prodotto risultante da tale moltiplicazione si moltiplica per l' istesso numero, questo secondo prodotto dicesi cubo del numero, e questi rispetto al cubo si dice radice cubica. Così p. e. il cubo di 3 è 27, giacchè $3 \times 3 \times 3 = 27$ e di 27, il 3 si dice esser la radice cubica. Il cubo di 27 è 16983 giacchè $27 \times 27 \times 27 = 16983$ e di questo numero 27 è la radice cubica. Per indicare queste due operazioni si scrive.

$$\overline{3}^3,\ \text{o pure}\ (3)^3 = 27\ \text{e}\ \sqrt[3]{27} = 3.$$

Quindi elevare un numero a cubo, significa moltiplicarlo pel suo quadrato, ed estrarne la radice cubica, vale lo stesso che determinare una quantità numerica tale, che moltiplicata due volte per se stessa, dia il cubo ossia il numero dato.

Or poichè tutti i numeri possono sempre moltiplicarsi pei loro quadrati, e non tutti i numeri sono perfetti cubi; così si può sempre trovar il cubo di un dato numero, e viceversa la ra-

dice cubica di un numero può aversi, o esattamente, o con approssimazione, cioè determinando il massimo cubo che esiste nel numero dato.

83. Come si ha il cubo di una frazione?

R. Il cubo di una frazione, si ha facendo il cubo tanto del numeratore quanto del donominatore. P. e. per avere il cubo di $\frac{3}{4}$ bisogna moltiplicare $\frac{3}{4}$ per $\frac{9}{16}$ e conseguentemente 3 per 9 e 4 per 16, ed il cubo cercato sarà $\frac{27}{24}$.

84. D. Come si ha il cubo di una frazione unita ad un intero?

R. Se la frazione è unita a qualche intero, per averne il cubo, la maniera più breve, è di ridurre prima l'intero e la frazione, a semplice espressione frazionaria, ed indi formare come nel caso precedente, il cubo tanto del numeratore che del denominatore P. e. si cerchi il cubo di $2\frac{2}{3}$ perchè questa espressione è uguale a $\frac{8}{3}$ il suo cubo sarà

$$\frac{8 \times 8 \times 8}{3 \times 3 \times 3} = \frac{512}{27}.$$

85. D. Quale è la regola per estrarre la radice cubica da un numero intero composto?

R. Indicheremo la regola pratica per estrarre la radice cubica da un numero intero composto, ma per ben eseguire una tale operazione, fa d'uopo mandare a memoria i cubi de' numeri semplici, che sono quì appresso indicati nella seconda linea.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	8	27	64	125	216	343	512	729

Volendosi da un numero intero qualunque, estrarre la radice cubica.

I. Si divide in ternarî incominciando dalla dritta alla sinistra, e per quanti sono i ternarî tante cifre avrà la radice. Dall'ultima casella o ternario, che può costare anche di un numero minore di cifre, si estragga la sua radice cubica esatta od approssimativa, e questa sarà il primo carattere della radice; indi la medesima si elevi a cubo si sottragga dalla prima casella, e si noti il residuo.

II. Si abbassi vicino al residuo il secondo ternario, e si separino con una virgoletta le due prime cifre a dritta, indi si prenda il triplo del quadrato del primo carattere della radice, e questo passi per divisore delle dette cifre, meno quelle separate, il quoziente sarà il secondo carattere della radice.

III. Si faccia il triplo quadrato del primo carattere della radice, e si moltiplichi pel secondo; il triplo quadrato del secon-

do e si moltiplichi pel primo; ed il cubo del secondo carattere; ma scritto in guisa questi numeri che ognuno de' prodotti particolari, superi l'altro di un luogo a dritta, ed il loro prodotto totale si sottrae dalle intere cifre.

IV. Si cali vicino a questo residuo l'altro ternario, e si separino come sopra le due prime cifre, indi si prenda il triplo quadrato de' due caratteri della ritrovata radice, e questo va ad essere il divisore delle dette cifre, meno quelle separate, ed il quoziente esprimerà il terzo carattere della radice.

V. Si scrivano sotto del divisore con l'ordine detto di sopra, il triplo delle due prime cifre della radice moltiplicate pel terzo carattere della stessa, ed il quadrato del terzo carattere, e la loro somma si moltiplichi pel terzo carattere della stessa radice. O pure si faccia il triplo quadrato de' due primi caratteri della radice, e si moltiplichino pel terzo, ed il triplo quadrato del terzo e si moltiplichi per le due prime cifre, ed il cubo del terzo carattere, scritti che ognun di questi parziali prodotti superi l'altro d'un luogo a dritta e così di seguito.

P. e. la radice cubica del numero 275386202216.

	$\sqrt[3]{275, 386, 202, 216}$ = radice 6506.
	216
	593,
108	275386
	274625
12675	7612
	275 386 202
	274 625 000
1267500	761 2022
	275 386 202 216
	275 386 202 216
	000 000 000 000

In tale esempio si estragga da 275 la radice cubica 6, e si noti nel luogo della radice. Si scriva sotto 275 il 216 cubo del 6, e fattane la sottrazione, a destra del residuo 59 si noti il 3 primo carattere della classe seguente, per avere il primo dividendo 593; si scriva il primo divisore 108 triplo prodotto del quadrato della radice 6; e poscia diviso il primo dividendo 593 pel primo divisore 108; si noti nella radice il quoziente 5 a destra del 6. Sotto a 275386 si noti il 274625, cubo del 65; e fattane la sottrazione, a destra del residuo 761 si noti il 2 primo carattere della classe seguente, per avere il secondo dividendo 7612. A sinistra del secondo residuo 7612 si noti il secondo divisore 12675, il quale nasce dal triplo quadrato di 65; e fattane la

divisione, si scriva nella radice il quoziente zero a destra del 55. Sotto 275386202 si noti il 274625000 cubo della radice 650; e fattane la sottraziono, a destra del residuo 761202 si noti il 2 primo carattere della classe che siegue per avere il terzo dividendo 76120022. A sinistra dell'anzidetto terzo dividendo si noti il terzo divisore 1267500, che è il triplo quadrato di 650 e fattane la divisione, si noti il quoziente 6 nella radice a destra del 650. Finalmente sotto 275386202216 si scriva il 275386202216 cubo di 6506, e fattane la sottrazione, non essendovi alcun residuo; ciò dinota che 6506 sia la radice cubica esatta del numero dato.

86. D. Come si estrae la radice cubica da una frazione ordinaria?

R. Per estrarre la radici cubica da una frazione ordinaria tre casi bisogna distinguere.

I. Allorchè amendue i termini della frazione data sono cubi perfetti, ed in questa supposizione si estrae la radice cubica si dal numeratore che dal denominatore, e di questi numeri se ne formerà una frazione che sarà la radice cercata p. e.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=\frac{3}{2};\quad \sqrt[3]{\frac{64}{125}}=\frac{4}{5}$$

II. Se della frazione proposta solamente il denominatore è un quadrato perfetto, allora bisogna moltiplicare ambo i termini della frazione proposta, per la radice quadrata del denominatore, dalla risultante frazione, si estarrà la radieç cubica; la quale sarà esatta pel solo denominatore, P. e.

$$\sqrt[3]{\frac{7}{64}}=\sqrt[3]{\frac{7\times8}{64\times8}}=\sqrt[3]{\frac{56}{512}}=\frac{8}{3};$$

III. Essendo amendue i termini non cubi perfetti, nè il denominatore un quadrato, in tal caso bisogna moltiplicare ambo i termini della frazione proposta, pel quadrato del denominatore, ed indi dalla risultante frazione, estrarne la radice cubica, la quale sarà esatta pel denominatore solamente P. e.

$$\sqrt[3]{\frac{32}{78}}=\sqrt[3]{\frac{32\times78\times78}{78\times78\times78}}=\sqrt[3]{\frac{194688}{474552}}=\frac{58}{78}=\frac{29}{39}$$

87. D. Come si estrae la radice cubica da una frazione unita agl'interi?

R. Se vi sono degli interi uniti alla frazione, si converte il tutto ad una espressione frazionaria e l'operazione si riduce allora ad estrarre la radice cubica da una frazione P. e. $3\frac{3}{8}$ è l'istesso che $\frac{27}{8}$ la cui radice cubica è $\frac{3}{2}$ ossia $1\frac{1}{2}$.

88. D. Come si vede se nell' estrarre la radice cubica si è commesso errore?

R. Per vedere se nell' estrarre la radice cubica siasi o no errato, converrà inalzare la stessa radice a cubo. Se un tal cubo è uguale al numero, da cui s'è estratta la radice, è segno che non si è errato. Però se il numero da cui si è estratta la radice, non è cubo esatto, conviene in tal caso aggiungervi il residuo così nell' esempio del paragrafo 85, si è certo che 6506 è la radice cubica di 275386202216 giacchè 6506 × 6506 × 6506=275386202216, mentre di 65386239 il n.° 402 si dice essere la radice cubica prossima, giacchè 402×402×402=64994808 ed aggiuntovi il residuo 421431 si ha 65386239.

CAPITOLO XI.

Delle ragioni e proporzioni.

89. D. Cosa s'intende per rapporto o ragione tra due grandezze?

R. Il paragone di due grandezze o quantità omogenee, dicesi rapporto o ragione. Le grandezze paragonate si dicono in generale termini della ragione, e più particolarmente, la prima si chiama antecedente della ragione, e la seconda conseguente. Quindi è che volendo paragonare due grandezze omogenee espresse co' numeri 6 e 3, sarà di esse 6 l'antecedente e 3 il conseguente. Il paragone si esprimerà dicendo la ragione di sei a tre, e suole scriversi frapponendo due punti tra l'antecedente ed il conseguente cioè 6 : 3 e si dice per brevità sei sta tre.

90. D. Quale è la ragione geometrica e quale l'aritmetica?

R. Or poichè due grandezze omogenee possono paragonarsi circa la quantità di esse, o pure notarsi di quanto l'una ecceda l'altra, perciò vi sono due specie di ragione geometrica cioè, o per quoziente, ed aritmetica ossia per differenza. La prima indica quante volte l'antecedente contiene il conseguente; e la seconda di quanto l'uno differisce dall'altro.

91. D. Cosa è l'esponente o quantità di una ragione?

R. Si chiama esponente o quantità della ragione quel numero che indica questo quoziente o residuo. Così nella ragione di 6 : 3 il numero 2 sarà l'esponente, o la quantità della loro ragione geometrica, ciò che si ottiene dividendo l'antecedente 6 pel conseguente 3, o più in generale formando una frazione che ha per numeratore l'antecedente e per denominatore il conseguente cioè $\frac{6}{3}$. Sarà poi 3 la quantità della loro ragione aritmetica, che si ha sottraendo dall'antecedente il conseguente, cioè da 6 — 3.

92. D. Quando due ragioni si dicono uguali?

R. Si dicono uguali due ragioni, qualora i loro esponenti o quantità sono uguali, e si dirà una esser maggiore o minore dell'altra, secondochè la quantità o l'esponente dell'una sarà maggiore o pur minore di quella dell'altra. Così per esempio le ragioni geometriche di 9 : 3 e di 12 : 4 si diranno uguali perchè amendue hanno per quantità 3, e la ragion geometrica di 9 : 3 si dirà maggiore di quella di 8 : 4 poichè la prima ha per esponendo il 3 e la seconda ha il 2. Similmente sono uguali le ragioni aritmetiche 8 : 2 e 16 : 10 perchè la quantità di ambedue è 6; epperò la ragione aritmetica di 7 : 2 si dirà maggiore di quella di 5 : 3; stantechè la quantità della prima è 5 quella della seconda è 2.

93. D. Quale è la ragione semplice e quale la composta?

R. Una ragione si dice semplice, se il paragone è di due sole grandezze: si dice poi composta, se la sua quantità è il prodotto della quantità di più ragioni semplici.

Contraseguino intanto 12 a 4, e 4 a 2, due ragioni geometriche semplici; sarà $\frac{12}{4}$ ovvero 3 la quantità di 12 a 4; e sarà $\frac{4}{2}$ ovvero 2 la quantità di 4 a 2; sicchè la ragione che ha per quantità il prodotto di 3×2 ossia 6, si dice composta dalle ragioni di 12 a 4 e di 4 a 2.

94. D. Cosa s'intende per proporzione?

R. L'uguaglianza di due ragioni viene altrimenti detta proporzione, la quale del pari può essere geometrica o aritmetica secondochè le ragioni sono della prima o della seconda specie. Adunque 12 sta a 6 come 8 sta a 2 sarà una proporzione geometrica, è 4 sta a 3 come 9 sta ad 8 sarà una proporzione aritmetica.

CAPITOLO X.

Delle proporzioni geometriche.

95. D. In qual modo suole scriversi una proporzione geometrica.

R. Essendo uguali le ragioni geometriche di 6:2 e di 10:5 formeranno esse una proporzione e si dirà sei sta a due, come dieci a cinque ciò che suole anche scriversi in tal guisa $6 : 2 = 10 : 5$ o pure $6 : 2 :: 10 : 5$, o che val lo stesso $\frac{6}{2} = \frac{10}{5}$.

96. D. Cosa s'intende per ragione diretta, e ragion reciproca?

R. Due quantità si dicono essere tra loro in ragion diretta, quando al crescere, o al diminuire di una, corrisponde un proporzionato accrescimento o diminuzione dell'altra. Così p. e. se una canna di panno costa 12 ducati, 5 canne dello stesso

panno costeranno 60 ducati. Si dicono poi due quantità essere in ragion reciproca, o inversa, semprequanto all'accrescimento di una, corrisponde una uguale diminuzione dell'altra; posto p. e. che una raddoppi, o si tripla, l'altra si riduce ad una metà, ad una terza parte, e viceversa. Così p. e. di un panno necessario per costruire degli uniformi per soldati, se ne prenderà un numero di canne doppio triplo, secondo che la larghezza del panno sarà metà o terza parte di una prima specie, rimanente tutte le altre cose uguali.

Da ciò nasce che nelle proporzioni geometriche le due ragioni si diranno dirette, se l'antecedente della prima ragione essendo maggiore o minore del suo conseguente, l'antecedente della seconda è puranco maggiore o minore del suo conseguente. E si dirà poi una ragione reciproca di un'altra, se a proporzione che l'antecedente della prima è maggiore, o minore del suo conseguente, l'antecedente della seconda è minore o maggiore del suo conseguente.

97. D. Cosa s'intende per proporzione discreta e proporzione continua?

R. Ogni proporzione relativamente a'termini che la compongono dicesi discreta qualora le quattro grandezze o termini della proporzione sono tutti differenti tra loro come in quella citata di $6 : 2 = 10 : 5$. Continua poi dicesi quella proporzione formata da tre termini, di cui quello di mezzo fa le veci di conseguente nella prima ragione e di antecedente nella seconda. Così p. e. $8 : 4 = 4 : 2$.

98. D. Quale si è la proprietà principale della proposizione geometrica?

R. La soluzione della più parte de'problemi aritmetici, tiene alla proprietà principale della proporzione geometrica, ed a poche illazioni derivanti dalla stessa. Cioè in ogni proporzione geometrica, il prodotto de' termini estremi, è uguale a quello de'termini medî. Che tanto avviene è facile a vedersi con degli esempî. Sia infatti la proporzione $12 : 6 = 10 : 5$; saranno uguali le frazioni di $\frac{12}{6}$ e $\frac{10}{5}$, le quali rimarranno altresì uguali se si riducono alla medesima denominazione, cioè sarà $\frac{12 \times 5}{6 \times 5} = \frac{10 \times 6}{6 \times 5}$ e perciò $12 \times 5 = 10 \times 6$; ma 12×5 è il prodotto de' termini estremi della proporzione, e 10×6 è quello dei termini medî; sicchè è vero quanto si è enunciato.

99. D. Quali conseguenze si possono dedurre da tal proprietà?

R. Le illazioni che si ricavano da tal proprietà, e che menano alla più sollecita risoluzione de'problemi aritmetici sono le seguenti.

I. Per conoscere se quattro grandezze formano una propor-

zione geometrica, basta moltiplicare i termini estremi ed i termini medî, e vedere se questi due prodotti sono uguali.

II. In ogni proporzione geometrica se s'invertono i termini di ciascuna ragione cioè se il conseguente si passa antecedente e l'antecedente conseguente, o anche si paragona l'antecedente all'antecedente ed il conseguente al conseguente, i quattro termini rimangono sempre proporzionali. Infatti nella proporzione di $12 : 6 = 10 : 5$ invertendo i termini si ha $6 : 12 = 5 : 10$ in dove il prodotto degli estremi 6×10 è uguale a 12×5; e lo stesso avviene se la proporzione si scrive in quest' altro modo cioè $12 : 10 = 6 : 5$ dove sempre $12 \times 5 = 10 \times 6$.

III. Si forma una ragion composta da più ragioni semplici dirette, moltiplicando gli antecedenti tra loro, ed i conseguenti tra loro. Così p. e. la ragion composta di $6 : 3$ di $8 : 4$ sarà quella di $6 \times 8 : 3 \times 4$ cioè $48 : 12$, e quella di $4 : 2$ di $8 : 6$ di $10 : 4$ sarà $4 \times 8 \times 10 : 2 \times 6 \times 4$ cioè $320 : 48$.

IV. E si forma la ragion composta di più ragioni dirette e di altre reciproche, moltiplicando gli antecedenti di quelle dirette pe' conseguenti di quelle reciproche, ed i conseguenti delle ragioni dirette per gli antecedenti di quelle reciproche. Quindi la ragion composta della diretta di $10 : 5$ e della reciproca $2 : 3$ sarà $10 \times 3 : 5 \times 2$ ossia $30 : 10$; la quale può anche ottenersi trasmotando la ragion reciproca in diretta, e moltiplicando gli antecedenti tra loro ed i conseguenti tra loro; e ciò perchè in ambedue i casi la quantità della ragion composta è la stessa. adunque la ragion composta della diretta di $2 : 3$ e delle reciproche di $4 : 8$ e di $10 : 6$ sarà $2 \times 8 \times 6 : 3 \times 4 \times 10$ cioè quella di $96 : 120$.

V. Si rinviene l'estremo ignoto in una proporzione geometrica discreta, moltiplicando i due medî, e dividendo il prodotto per l'altro estremo. Così per esempio $6 : 18 = 8 : x$ (1); $x = \frac{18 \times 8}{6} = 24$; dove il termine ignoto per essere l'ultimo della proporzione si dice anche quarto proporzionale.

VI. Si rinviene uno de' termini medî ignoti, in una proporzione geometrica discreta, dividendo il prodotto degli estremi pel medio noto. Così p. e. $16 : 18 :: x : 24$; $x = \frac{6 \times 24}{18} = 8$; dove l'ignoto per essere al terzo posto della proporzione, si dice anche terzo proporzionale

VII. Si rinviene il quarto proporzionale, in una proporzione geometrica continua, con moltiplicare il medio per se stesso, o

(1) I numeri ignoti s'indicano con le ultime lettere dell'alfabeto cioè x, y, z.

che vale lo stesso, inalzarlo a quadrato, e dividerlo per l'estremo cognito. Così p. e. $16 : 8 :: 8 : x$, $x = \frac{8 \times 8}{16} = \frac{64}{16} = 4$; ed $x : 8 = 8 : 4$; $x = \frac{8 \times 8}{4} = 16$.

VII. Si rinviene il termine di mezzo ignoto, o che vale lo stesso il medio proporzionale in una proporzione continua, con moltiplicare gli estremi, e dal prodotto estrarne la radice quadrata. Così p. e. $16 : x = x : 4$; $x = \sqrt{16 \times 4} = \sqrt{64} = 8$. È ben facile il vedere perchè si debba così operare; imperocchè moltiplicando i termini estremi, si viene ad avere un prodotto uguale al quadrato del termine medio, e quindi estraendo da questo, la radice quadrata, la stessa deve dare il medio proporzionale dimandato.

CAPITOLO X.

Delle proporzioni aritmetiche.

100. D. Come si suole scrivere una proporzione aritmetica?

R. La equidifferenza tra due ragioni date, si scrive 10. 6: 18. 14 e vien profferita 10 sta a 6, per differenza, come 18 sta 14; e può la stessa proporzione benanche scriversi così $10 - 6 = 18 - 14$.

101. D. Quale è la proprietà principale della proporzione aritmetica?

R. In tutte le proporzioni aritmetiche, avviene che la somma de' termini estremi, è uguale a quella de' termini di mezzo. In effetti nella proporzione 10 . 6 : 18 . 14 potendo essa rappresentarsi per $10 - 6 = 18 - 14$ è chiaro, che se a tali uguali quantità, si aggiungano di comune $6 + 14$ non cambiano affatto di valore. Quindi sarà $10 - 6 + 6 + 14 = 18 - 14 + 6 + 14$ ossia $10 + 14 = 18 + 6$ cioè $24 = 24$; ma 10 e 14 dinotano i termini estremi della proporzione, e 18 e 6 dinotano quelli medî, dunque è vero quanto sopra si è enunciato.

102. D. Quali conseguenze si ricavano da tal proprietà?

R. Le conseguenze che si ricavano da tal proprietà sono le seguenti.

I. Per conoscere se quattro grandezze formano una proporzione aritmetica, basta vedere se la somma de' termini estremi è uguale a quella de' termini di mezzo.

II. I termini di una proporzione aritmetica se s' invertono cioè il conseguente passa antecedente e viceversa, o anche se si paragona antecedente ad antecedente e conseguente a conseguente, i quattro termini sempre rimangono proporzionali. Infatti nella proporzione 10. 6 : 18. 14 si ha 6. 10 : 14. 18 giacchè $6 + 18 = 10 + 14$ e si ha pure 10. 18 : 6. 14.

III. Si possono sempre ricavare i termini ignoti di qualsiasi equidifferenza. Nella proporzione discreta basta addizionare i due termini medì, e dalla somma di questi sottrarre l'estremo cognito, che il residuo sarà l'estremo ignoto. P. e. 10 . 6 : 18 , x ; x sarà uguale a 6 + 18 — 10 = 14. Essendo poi l'ignoto uno de' termini medì, si rinviene con addizionare i due estremi, e sottrarre dalla somma di questi, il medio noto; la differenza darà l'altro medio ignoto; p. e. 10 . 6 : x . 14 . x sarà uguale a 10 + 14 — 6 uguale cioè a 18. Nelle proporzioni continue, si determina un estremo ignoto raddoppiando il medio e togliendo l'estremo conosciuto, la differenza darà l'altro estremo. P. e. 10 . 6 : 6 . x in tal caso x sarà = 12 — 10 = 2. E volendo ritrovare il termine medio bisogna sommare gli estremi e prenderne la metà. P. e. 10 . x : x . 2 , x sarà $= \frac{12}{2} = 6$.

CAPITOLO XI.

Soluzione de' Problemi Aritmetici.

103. D. Cosa s'intende per problema aritmetico?

R. Il problema aritmetico è quella quistione che esige una soluzione mediante le regole dell'aritmetica.

104. D. In quante classi possono dividersi i problemi aritmetici?

R. I problemi aritmetici quasi tutti fan parte delle proporzioni geometriche, possono dividersi in quattro classi, che dalle varie regole mediante le quali si risolvono si chiamano

1. Del Tre ovvero Aurea.
2. Società.
3. Alligazione.
4. Falsa posizione.

105. D. Di queste regole quale è la regola principale, dalla quale le altre quasi ne dipendono?

R. Di queste quattro regole la principale, da cui le altre quasi ne dipendono, è la regola del tre, così detta, perchè ne'problemi con essa risoluti, i termini dati sono tre, o a tre possono ridursi, e da essi bisogna venire in cognizione del quarto proporzionale incognito. Essa si divide in quattro classi, cioè regola del tre semplice diretta, regola del tre semplice reciproca, regola del tre composta diretta, e regola del tre composta reciproca.

CAPITOLO XII.

Regola del tre semplice diretta.

106 D: Come si risolvono i problemi appartenenti alla regola del tre semplice diretta?

R. I problemi appartenenti alla regola del tre semplice di-

retta, si risolvono con una proporzione geometrica, nella quale le due ragioni sono semplici e dirette. Cioè se il primo termine della proporzione è maggiore, o pur minore del secondo termine, il terzo parimenti è maggiore, o pur minore del quarto; o pure il primo termine essendo maggiore o minore del terzo, il secondo è parimenti maggiore, o minore del quarto. Ed è questo il necessario ragionamento che conviene fare, prima che un dato problema si riconosca essere della classe di quelli che si risolvono con la regola del tre semplice diretta.

Si avverti però, che non appena enunciato un problema aritmetico, dopo di aver veduto a qual regola si appartiene, bisogna

I. Distinguere le grandezze date e quelle che si cercano.

II. Notare i numeri contrassegnanti le grandezze date separatamente, mettendo quelli che indicano le grandezze dell'istessa specie, in corrispondenza tra loro.

III. È necessario esaminar la ragione che passa tra la grandezza cercata, e la sua omogenea, se è semplice, o composta, diretta, o reciproca delle ragioni in riguardo alle altre grandezze omogenee.

IV. Da sì fatto esame si ricavino le proporzioni, che si possono avere, e per semplicità del calcolo si fa in modo che i numeri da ritrovarsi, sieno di ogni proporzione il quarto proporzionale.

V. Finalmente si trovino i quarti proporzionali.

Ciò meglio si vedrà ne' seguenti esempi.

Problema I. Un sergente maggiore ha ricevuto dal suo quartier-mastro, per prest giornaliero di 75 soldati, la somma di 9 ducati; si domanda per 168 soldati quanto deve avere?

Si dispongono tutti i termini del problema, come qui sotto si osserva, ad oggetto di avere un'idea chiara di quel che si conosce, e di quel che si va cercando.

Primo numero di soldati........	75
Secondo numero di soldati........	168
Prima somma avuta ducati......	9
Seconda somma che *si cerca*.	X

In seguito si vegga se le ragioni della proporzione, sono tra loro dirette, o inverse, il che facilmente si scorge ragionando in tal guisa. La somma da darsi per prest ai soldati è maggiore, se maggiore n'è il numero; ed al contrario è minore, se essi sono in minor numero; quindi la ragione delle somme per prest, è diretta di quelle de' soldati; in guisa che essendo il secondo numero di soldati maggiore de' primi, dovrà parimenti esser maggiore la seconda somma che si cerca. Per cui il problema appartiene alla regola del tre semplice diretta, e si risolve con la seguente proporzione, la quale è conseguenza del ragionamento seguente. Se 75 soldati hanno avuto per prest 9 ducati, 168 soldati quanto avranno, e quindi la proporzio-

ne sarà 75 : 168 : : 9 : x : e quindi $x = \frac{168 \times 9}{75} = \frac{1512}{75} = 20$ ducati e $\frac{12}{75}$; ovvero 20 ducati 1 carlino e 6 grana.

Per esser certo di aver bene operato, fa d' uopo osservare se il prodotto de' due estremi della proporzione, è uguale a quello de' medî. Or $75 \times 20 \frac{12}{75} = 1512$, e $168 \times 9 = 1512$ quindi 20 ducati 1 carlino e 6 grana è la somma cercata.

Problema II. Per comprare canne 15 $\frac{1}{4}$ di un dato panno, si sono pagati ducati 109 $\frac{1}{2}$; si cerca quanto bisogna pagare per aver 27 canne del medesimo panno.

Prima quantità di panno canne.....	15 $\frac{1}{4}$
Seconda quantità di panno canne	27
Primo prezzo della prima quantità...	109 $\frac{1}{2}$
Secondo prezzo della seconda quantità che si cerca.	X

Poichè se maggiore, o minore, è la quantità di panno che si vuole, tanto più, o meno, danaro si deve pagare, è chiaro che la ragione del danaro è diretta di quella del panno. Laonde il problema si risolve come nell' esempio antecedente, cioè con fare.

$$15\frac{1}{2}\!\!\!\!\!\!$$

$$15\frac{1}{4} : 27 : : 109\frac{1}{2} : \text{al quarto proporzionale.}$$

Quì però è necessario di osservare, che essendovi nella proporzione alcuni termini composti d' interi e frazioni, conviene prima ridurli tutti ad espressioni frazionarie; per cui si ha

$$\frac{61}{4} : 27 :: \frac{219}{2} : \text{al quarto proporzionale}$$

il quale è uguale a $\frac{27}{1} \times \frac{219}{2}$ diviso per $\frac{61}{4}$; o sia a $\frac{5913}{2}$ diviso per $\frac{61}{4}$; cioè $\frac{5913}{2} \times \frac{4}{61} = \frac{23652}{122}$; ed eseguendosi tal divisione si ritrova essere il quoziente uguale a ducati 193 e $\frac{53}{61}$. La quale frazione ridotta a carlini e grana, si avrà il quarto termine essere 193 duc. 8 car. 6 grana e $\frac{51}{61}$.

Problema III. Per fare 45 rotola di polvere ci vogliono rotola 36 $\frac{1}{2}$ di salnitro. Per farne cantaia 40, e rotola 32, quanto salnitro vi bisognerà?

S' istituisca la proporzione dicendo; $45 : 36\frac{1}{2} :: 40,32 : x$;

e quindi $x = \frac{36\frac{1}{2} \times 40,32}{45} = 32.70\frac{2}{5}$ Sicchè per fare cantaia 40 e rotola 32 di polvere ci vorranno cantaia 32, e rotola $70\frac{2}{5}$ di salnitro.

Problema IV. Un capitale di 3800 ducati all' otto per cento che rendita annua dà?

La proporzione da stabilirsi è

$$100 : 3800 = 8 : x \text{ e } x = \frac{8 \times 3800}{100} = \frac{30400}{100} = 304.$$

Problema V. Una rendita di ducati 304 all' otto per 100 da qual capitale proviene?

La proporzione sarà

$$8 : 100 :: 304 : x \text{ e quindi } x = \frac{304 \times 100}{8} = \frac{30400}{8} = 3800.$$

REGOLA DEL TRE SEMPLICE INVERSA.

107. D. Come si risolvono i problemi che appartengono alla regola del tre semplice inversa?

R. I problemi di questa regola, si risolvono fissando una proporzione nella quale le ragioni ambedue semplici, sono però inverse l' una dell' altra; come si vede da' seguenti problemi.

Problema I. In una piazza assediata, si è alimentato per 5 mesi un presidio di 5200 uomini; si vuol sapere in un anno coll' istessa provvisione, quanti soldati si potranno alimentare.

Primo tempo mesi........	5
Secondo tempo mesi......	12
Primo presidio...........	5200
Secondo presidio si cerca.	X

Poichè è chiaro che quando maggiore è il numero de' soldati componendo il presidio, tanto meno è il tempo che può durare la provvisione, ed in contrario se minore è il numero de' soldati, maggiormente dura la provvisione; così la ragione de' tempi è reciproca di quella de' soldati. Quindi per fissare la proporzione, si riduce prima la ragione reciproca a diretta facendo il conseguente antecedente, e l' antecedente conseguente e si avrà in tal caso $12 : 5 = 5200 : x$ quarto proporzionale, che sarà il numero de' soldati che si vuol sapere. Ed $x = \frac{5 \times 5200}{12} = \frac{26280}{12} = 2190$. Sicchè il numero de' soldati che si cerca è 2190.

Problema II. Un sotto-uffiziale per un cappotto, di un panno largo palmi $5\frac{3}{4}$ vi ha impiegato palmi $11\frac{2}{3}$. Si desidera sapere per farsene un altro consimile, ma di un panno largo soltanto palmi $3\frac{1}{2}$, quanti palmi vi vogliono?

Prima larghezza del panno palmi	$5\frac{3}{4}$
Seconda larghezza del panno palmi	$3\frac{1}{2}$
Prima quantità del panno palmi	$11\frac{2}{3}$
Seconda quantità che si cerca.	X

Essendo chiaro, che quanto più è largo il panno, tanta minor quantità vi s' impiega, ed al contrario quanto meno è largo il panno, tanto più ce ne vuole per formare uno stesso cappotto; così le quantità de' panni sono in ragion inversa delle larghezze de' medesimi panni. Quindi si risolverà questo problema facendo come nel precedente esempio $3\frac{1}{2} : 5\frac{3}{4} :: 11\frac{2}{3} : x$, e riducendo tutti i termini ad espressioni frazionarie, si ha $\frac{7}{2} : \frac{23}{4} :: \frac{35}{3}\ x$, ed il quarto termine si trova moltiplicando $\frac{23}{4}$ per $\frac{35}{3}$ ed il prodotto $\frac{805}{12}$ dividerlo per $\frac{7}{2}$ ciò che dà per quoziente $\frac{1610}{84}$ che ridotto a palmi è uguale a palmi $19\frac{14}{84}$; o sia palmi 19 ed once 2 che sarà il panno che si desiderava conoscere.

Problema III. Conoscendosi che il rapporto tra la lira di Francia ed il ducato Napolitano, è come 24 : 100; si cerca quanti ducati fanno 2786 lire.

Essendo la lira di Francia minore del nostro ducato, è chiaro che la medesima quantità di danaio dovrà più volte contenere la lira che il ducato; e tanto maggior numero di volte, per quanto il 100 contiene il 24. Laonde il numero delle lire è in ragion reciproca di quella di 24 a 100, e perciò bisognerà fare come $100 : 24 :: 2786 : x$, ed $x = \frac{24 \times 2786}{100} = 668$ duc. e 64 gra.

Problema IV. Quaranta soldati in 22 ore hanno costruito un trinceramento di campagna, si domanda un simile trinceramento volendo costruirsi in 7 ore, quanti soldati fa d' uopo impiegarvi?

Per lo stesso trinceramento è ben chiaro che, quanto mino-

re è il numero de' soldati, tant' è maggiore il tempo da impiegarvi. Sicchè la ragione de' tempi è reciproca di quella de' soldati, e la proporzione da fissarsi è $7 : 22 :: 42 : x$ e quindi $x = \frac{22 \times 42}{7} = 66$.

REGOLA DEL TRE COMPOSTA DIRETTA.

108. D. Quali sono i problemi che si appartengono alla regola del tre composta diretta e come si risolvono?

R. I problemi che si appartengono alla regola del tre composta diretta sono tutti quelli che si risolvono mediante una proporzione, in cui una ragione è composta da due, entrambe dirette. Ciò meglio si vedrà con i seguenti esempi.

Problema 1. Quindici soldati hanno scavato in 2 giorni di tempo 19 canne di fosso; si vuol sapere 36 soldati in 9 giorni quante canne ne scaveranno?

Primo numero di soldati.......	15
Secondo numero di soldati.......	36
Primo tempo giorni	2
Secondo tempo giorni	9
Primo scavamento canne	19
Secondo scavamento si cerca.	X

In tal caso si paragoni in prima la ragione della quantità di scavamento con quella de' soldati, supponendo per un momento che il tempo sia sempre lo stesso. E poichè quanto maggiore è il numero de' soldati, tanto è più lo scavamento, e quanto minore si è il numero, meno è lo scavamento che possono fare nel medesimo tempo, così ben può dirsi essere gli scavamenti nella ragion diretta de' soldati. Si paragoni in seguito l'istessa ragione degli scavamenti col tempo, supponendo che il numero de' soldati sia l'istesso. E perchè più è il tempo che s'impiega maggiore è la quantità dello scavamento che si ha, e quanto meno è il tempo che s'impiega dal medesimo numero de' soldati, tanta minor quantità di lavoro si ha; si vede che la quantità di scavamento, è in ragion diretta de' tempi.

Or nel presente caso, essendo disuguali tanto il numero dei soldati che i tempi, la quantità dello scavamento sarà in ragion composta della diretta de' soldati, e della diretta dei tempi.

Ma la ragion composta si ha par. 99 moltiplicando antecedente con antecedente, e conseguente con conseguente delle ragioni componenti; quindi la proporzione da fissarsi sarà la seguente. Come il primo numero di soldati moltiplicato pel tempo primo, sta al secondo numero di soldati moltiplicato pel tempo secondo, così la quantità del primo scavamento, sta al quarto

proporzionale che si cerca cioè $15\times2 : 36\times9 :: 45 : x$ ed x $\frac{36\times9\times45}{15\times2}=\frac{334\times45}{30}$ uguale $\frac{14580}{30}=486$. Ciò che indica il numero di canne del fosso che scaveranno 36 soldati in 9 giorni.

Problema II. Ducati 75 in due anni han dato il guadagno di ducati 12, si cerca ducati 300 in quattro anni qual guadagno daranno?

Facendosi l'istesso ragionamento del problema precedente e poichè trattasi di guadagni simili, così saranno essi in ragion composta della diretta ragione del numero de'ducati 75 e 30, e della diretta ragione de'tempi 2 a 4. S'istituisca dunque la proporzione, dicendo $75\times2 : 12 :: 300\times4 :$ ad x numero cercato; ed x sarà $=\frac{12\times300\times4}{75\times2}$ uguale ducati 96. Sicchè ducati 300 in quatro anni daranno il guadagno di ducati 96.

Problema III. Dieci mortari in 8 ore, han lanciato in una piazza assediata 230 bombe; si vuol sapere in 9 ore con 16 mortari, quante bombe si potranno gettare nella stessa piazza?

Primo numero de' mortari.......	10
Secondo numero de' mortari	16
Primo tempo ore	8
Secondo tempo ore..............	9
Primo numero delle bombe	230
Secondo numero delle bombe che si cerca.	X

Con un ragionamento simile all'antecedente si giunge a vedere, che la ragione del numero delle bombe lanciate, e quelle che si cerca, è composta dalla ragione diretta de' mortari e de' tempi, cioè

$10\times8 : 16\times9 :: 230 : x$ ed $x=\frac{230\times16\times9}{10\times8}$ uguale $\frac{33120}{80}=414$

REGOLA DEL TRE COMPOSTA INVERSA.

109. D. Quali sono i problemi che si appartengono alla regola del tre composta inversa e come si risolvono?

R. I problemi che si appartengono a tal regola, sono tutti quelli che si risolvono, fissando una proporzione, in cui v'ha una ragion composta da una diretta e da un'altra reciproca.

Problema I. Un fosso lungo 60 canne, è stato scavato da 24 soldati in 22 ore; si vuol sapere in quanto tempo 15 soldati ne scaveranno 95 canne lungo?

Primo fosso canne............	60
Secondo fosso canne............	96
Primo numero di soldati.......	24
Secondo numero di soldati.......	15
Primo tempo ore	22
Secondo tempo che si cerca.	X

Si supponga per un momento, che il numero de' soldati sia l'istesso in ambedue i casi, e si paragoni la lunghezza dei fossi con quella de' tempi. E poichè quanto più lungo è il fosso; più è il tempo che s' impiega a scavarlo, e quanto è meno lungo, tanto meno tempo ci vuole per scavarlo, sono dunque i tempi in ragion diretta della lunghezza de' fossi. Si suppongono ora di uguale lunghezza i fossi, e si paragoni la ragione de' soldati con quella de' tempi. È chiaro che maggiore è il numero de' soldati, meno tempo ci vuole per scavare il fosso, ed al contrario diminuendo i soldati, il tempo conviene che cresca; quindi la ragione de' soldati è inversa di quella de' tempi; ma essendo vari si la lunghezza de' fossi che quella de' soldati, la ragione del tempo dato a quello che si cerca, sarà composta dalla diretta della lunghezza de' fossi, e dalla inversa del numero di soldati che s' impiega. E poichè la ragione inversa si riduce a diretta, con fare l' antecedente conseguente ed il conseguente antecedente, per cui la proporzione da fissarsi sarà, come la lunghezza del primo fosso moltiplicato pel secondo numero di soldati, sta alla lunghezza del secondo fosso moltiplicato pe' primi soldati, così il tempo primo, a quel che si cerca, cioè.

$$60 \times 15 : 96 \times 24 :: 22 : x, \text{ e quindi } x = \frac{96 \times 24 \times 22}{60 \times 15} =$$

$$\frac{50688}{900} = 2 \text{ giorni } 7 \text{ ore } 15 \text{ minuti primi.}$$

Problema II. Con 6 cannoni Paixhans si son tirati contro una batteria, in cinque ore 200 colpi; si cerca in quanto tempo con 10 cannoni dello stesso calibro si tireranno 500 colpi?

Primo numero di cannoni......	6
Secondo numero di cannoni......	10
Primo numero di tiri.........	200
Secondo numero di tiri..........	500
Primo tempo ore.............	5
Secondo tempo che si cerca.	X

Con un ragionamento simile a quello fatto nel problema antecedente, si vedrà che la ragione de' tempi, è la composta della diretta de' tiri, e della reciproca del numero de' cannoni sicchè la proporzione sarà

$$200 \times 10 : 500 \times 6 :: 5 : x \text{ ed } x = \frac{500 \times 6 \times 5}{200 \times 10} = \frac{15000}{2000} = 7 \text{ ore } \frac{1}{2}.$$

Problema III. Per fare gli uniformi a 128 soldati di un panno largo palmi $6\frac{1}{4}$, si sono impiegate canne 162. Si vuol sape-

re per fare de' simili uniformi a 486 soldati, con un panno largo palmi $4\frac{1}{2}$ quante canne si richiedono?

Primo numero di soldati.........	128
Secondo numero di soldati.........	486
Prima larghezza del panno palmi .	$6\frac{1}{4}$
Seconda larghezza del panno palmi .	$4\frac{1}{2}$
Primo numero delle canne.......	162
Secondo numero delle canne che si cerca.	X.

Esaminando questo problema, si vede facilmente che le canne date, sono a quelle che si cercano, in ragion composta dalla diretta de' numeri de' soldati, e dalla reciproca della larghezza de' panni. Laonde bisognerà stabilire questa proporzione, trasmutando la ragion reciproca in diretta

$128 \times 4\frac{1}{2} : 486 \times 6\frac{1}{2} :: 162 : x$ ed $x = \frac{486 \times 6\frac{1}{2} \times 162}{128 \times 4\frac{1}{2}} =$

$855\frac{1368}{4608}$ di canna; cioè uguale a 855 canne 2 palmi 4 once e mezzo.

110. D. Come si vede se nella soluzione di tali problemi della regola del tre composta diretta o inversa non si è errato?

R. La pruova per esaminare, se siasi operato bene nella regola del tre composta diretta o reciproca, la quale dal numero dei termini nel quesito, volgarmente si chiama regola del cinque, del sette ec., è la medesima di quella del tre semplice; poichè tutti i termini cogniti si riducono parimenti a tre, ed il quarto si ritrova similmente con moltiplicare il secondo pel terzo, e dividere il prodotto pel primo. Laonde è chiaro che anche in queste, una volta ritrovato il numero che si cerca, e messo i quattro numeri in proporzione il prodotto degli estremi esser deve uguale a quello de' medi; quando ciò avviene, si è certo di aver ben calcolato.

CAPITOLO XIII.

Della regola di società, o compagnia.

111. D. Quali problemi si appartengono alle regole di società o compagnia?

R. A questa regola appartengono tutti que' problemi, i quali mirano a dividere un numero, in parti che abbiano tra loro una data ragione.

Ha preso un tal nome, dall' uso grandissimo che se ne fa nelle compagnie di commercio e si distingue in semplice quando

le somme contribuite da' soci, non hanno differenza di tempo, e composta se v' ha benanche differenza nel tempo che le date somme sono state impiegate.

DELLA REGOLA DI SOCIETÀ O COMPAGNIA SEMPLICE.

112. Come si risolvono i problemi che si appartengono alla regola di società semplice.

R. I seguenti problemi faranno conoscere, il metodo che si tiene per risolvere tutti quelli spettanti alla regola di società semplice.

Problema I. Tre negozianti han costituito una banca di ducati 2000. Il primo vi ha impiegato ducati 658, il secondo 300 ed il terzo 842. Essendosi guadagnato 280 ducati si domanda quando spetta ad ognuno.

Il lucro 280 ducati, si è fatto per l'aggregato di tutti e tre i capitali impiegati; e poichè la ragione de' lucri è diretta di quella de' capitali cioè essendo maggiore il capitale maggiore è il lucro, e viceversa, è chiaro che il guadagno di ciascuno di essi, deve esser contenuto nel guadagno totale, per quanto il suo fondo è contenuto nel fondo totale. Perocchè chi avesse fornito per esempio la metà, o il terzo del fondo, avrebbe evidentemente dritto alla metà, o al terzo del guadagno. Per avere quindi il guadagno che spetta a ciascun socio, si farà la proporzione seguente, il fondo totale, al fondo particolare, come il guadagno totale, al guadagno relativo che spetta a quel tale fondo. Nell' esempio proposto si avranno dunque le seguenti proporzioni

2000 : 658 :: 280 : al guadagno del primo negoziante.
2000 : 300 :: 280 : al guadagno del secondo.
2000 : 842 :: 280 : al guadagno del terzo.

Moltiplicando il secondo termine di ciascuna proporzione pel terzo, e dividendo il prodotto pel primo termine, si troverà spettare al primo negoziante 92 duc. 1 car. 2 gra., al secondo 42 duc. ed al terzo 145 duc. 8 car. ed 8 grana. E per vedere se si è bene operato si sommano i tre guadagni, i quali guadagni uniti insiemi poichè fanno l'intero lucro di 280 ducati si è certo che non è corso alcun errore nell'operazione.

Problema II. Un quartier mastro, deve distribuir la somma di 150 ducati a 320 soldati, i quali sono divisi in tre compagnie, delle quali la prima ne ha 96, la seconda 100, e la terza 124. Si vuole sapere quanto spetta a ciascuna compagnia.

Si fissano le seguenti proporzioni

320 : 96 :: 150 : a quel che spetta alla prima compagnia.
320 : 100 :: 150 : a quel che spetta alla seconda compagnia.
320 : 124 :: 150 : a quel che spetta alla terza compagnia.

E fatte le operazioni si vede che la prima compagnia deve avere 45 ducati, la seconda 46 ducati 8 carlini e 7 grana e mezzo, e la terza 58 ducati 1 carlino e 2 grana e mezzo. Le quali tre somme riunite insieme fanno la somma data di 150 ducati.

Problema III. Tre negozianti A, B, C, mettono in società la somma di ducati 300; però convengono tra essi, che sulla perdita, o guadagno, percepir dovesse A per metà, B pel terzo, e C pel quarto. Terminata la società, si trova che sull'anzidetta somma, siasi fatto il guadaguo di ducati 36. Si cerca quale è il guadagno spettante ad A, B, C.

Si notino i rotti $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, e si moltiplichino insieme tutti i loro denominatori. Sarà il prodotto di $2 \times 3 \times 4 = 24$.

Del 24 si prende il 12 per la sua metà, 8 pel suo terzo, e 'l 6 pel suo quarto. Sarà la somma di $12 + 8 + 6 = 26$.

S' istituisca la proporzione dicendo

$$26 : 12 :: 36 : \text{sta al quarto} = \frac{12 \times 36}{26} = 16\frac{16}{26} = 16\frac{8}{13}.$$

$$26 : 8 :: 36 : \text{sta al quarto} = \frac{8 \times 36}{26} = 11\frac{2}{26} = 11\frac{1}{13}.$$

$$26 : 6 :: 36 : \text{sta al quarto} = \frac{6 \times 36}{26} = 8\frac{8}{26} = 8\frac{4}{13}.$$

Sicchè sarà il guadagno di $A = 16\frac{8}{13}$, quello di $B = 11\frac{1}{13}$, quello di $C = 8\frac{4}{13}$, le quali tre porzioni sommate insieme fanno i 36 ducati.

DELLA REGOLA DI SOCIETÀ O COMPAGNIA COMPOSTA.

113. Come si risolvono i problemi che si appartengono alla regola di società composta?

R. Gli esempi che seguono faran praticamente vedere in qual modo si risolvono tali problemi.

Problema I. Tre negozianti han fatto una banca di negozio, il primo vi ha posto ducati 14 per 5 mesi, il secondo ducati 190 per tre mesi, il terzo ducati 72 per 18 mesi. Essendosi guadagnato 200 ducati, ciascuno domanda il suo guadagno relativo al capitale impiegato, ed al tempo che l' ha tenuto in società.

In questo problema il guadagno spettante a ciascun socio, è proporzionale al prodotto del suo capitale, pel tempo che lo ha tenuto in commercio; cioè quando son diversi i capitali ed i tempi, i guadagni sono in ragion composta della diretta dei

capitali e de' tempi ; quindi fa d'uopo moltiplicare ciascun capitale pel tempo che si è impiegato , e formar di tutti i prodotti una somma prima di fissare le proporzioni. Ciò che eseguito nel nostro esempio si ha pel

$$\begin{array}{rl} \text{Primo.} & 14 \times 5 = 70 \\ \text{Secondo.} & 190 \times 3 = 570 \\ \text{Terzo.} & 72 \times 18 = 1296 \end{array}$$

e la somma di questi tre prodotti parziali sarà 1936. In tal caso le proporzioni da stabilirsi saranno

$$1936 : \quad 70 :: 200 : x \text{ cd } x = \frac{70 \times 200}{1936} = 723 \, , \, 1 \frac{576}{1936}$$

$$1936 : \quad 570 :: 200 : x \text{ ed } x = \frac{570 \times 200}{1936} = 5888 \, , \, 4 \frac{576}{1936}$$

$$1937 : \quad 1296 :: 200 : x \text{ ed } x = \frac{1296 \times 200}{1936} = 13388 \, , \, 4 \frac{576}{1036}$$

le quali spettanze particolari , sommate tutte danno 20000 grana, cioè 200 ducati.

Problema II. Tre giuocatori A , B , C fanno insieme nel giuoco un banco di ducati 1300 , con mettere A ducati 300 , B ducati 430 , C ducati 570. Terminata la prima ora del giuoco; A ritira la sua porzione , B se la ritira terminata la terza , C finalmente si alza dal giuoco , terminata l'ora quinta. Si cerca sapere essendo stata per tutte le cinque ore, sempre l'istessa la fortuna del giuoco , ed essendosi in tutto il giuoco perduta la somma di ducati 400 , quant' è la perdita di ciascuno de'tre giuocatori A , B, C.

Essendo le perdite , qualora son diverse le quantità poste e diversi i tempi , in ragion composta della diretta delle somme impiegate , e della diretta de' tempi ; si deve in questo caso , distribuire l'intera perdita , nella ragione , che ha la somma de' prodotti delle quantità lasciate , moltiplicate per i tempi rispettivi. Sicchè essendo

$$\begin{array}{r} 300 \times 1 = 300 \\ 430 \times 3 = 1290 \\ 570 \times 5 = 2850 \\ \hline \text{Somma} = 3440 \end{array}$$

le proporzioni saranno le seguenti

$$\begin{array}{l} 3440 : \ 300 = 400 \text{ alla perdita di A} \\ 3440 : 1290 = 400 \text{ alla perdita di B} \\ 3440 : 2850 = 400 \text{ alla perdita di C.} \end{array}$$

Per la qual cosa saranno le perdite

$$\text{di A} = \frac{300 \times 400}{3400} = 27 \text{ duc. } 2 \text{ gra. } 8 \text{ cav.}$$

$$\text{di B} = \frac{1290 \times 400}{3400} = 116 \quad 21 \quad 7$$

$$\text{di C} = \frac{2850 \times 400}{3440} = 256 \text{ duc. } 75 \text{ gra. } 8 \text{ cav.}$$

CAPITOLO XIV.

Regola di alligazione o legamento.

114. D. Quali sono i problemi che si appartengono a tale regola?

R. Una tal regola, ha per oggetto la risoluzione di que' problemi, in cui date più sostanze miscibili, si vuole con un prezzo intermedio, tra il maggiore ed il minore, avere un composto con parti proporzionate a quelle date. Tale regola si suole da alcuni dividere in semplice quando le sostanze miscibili sono due, e composte quando sono più di due.

REGOLA DI ALLIGAZIONE SEMPLICE.

115. D. Come si risolvono i problemi dell'alligazione semplice?

R. Il modo come vanno risoluti i problemi che appartengono alla regola dell'alligazione semplice, è quello indicato nei seguenti esempî.

Problema I. Si vuole un barile di vino di 24 carlini, e poichè vi sono due qualità, cioè di 30 e di 16 carlini, così nell'aversi un barile misto delle due qualità, si cerca sapere qual parte vi debba essere della prima e quale della seconda, perchè il composto costi 24 carlini.

Epperò per ben comprendere come vanno risoluti siffatti problemi, è necessario di riflettere, che se le differenze del prezzo intermedio, da'prezzi delle date qualità di vino, fossero uguali, il barile si dovrebbe comporre, mezzo con quello della miglior qualità, e mezzo con la qualità inferiore, e ciò perchè di quanto il valore di mezzo barile della prima qualità, supera la metà del prezzo dato, altrettanto il valore del mezzo barile della seconda qualità manca dall' altra metà. Ma essendo tali differenze disuguali, la porzione del vino migliore, deve essere tanto maggiore della porzione del vino inferiore, quanto la differenza del prezzo di quello del medio, è minore della differenza del prezzo di questo dall' istesso medio valore. E per l' opposto, tanto più

piccola, quanto l'anzidetta differenza prima, è maggiore della seconda differenza. Quindi le porzioni che debbono comporre il tutto debbono essere fra loro in ragion reciproca di tali differenze.

Ciò premesso nel problema enunciato, si ritrovi la differenza tra il prezzo medio 24, ed il massimo 30 ch'è 6, e si scriva tal cifra a lato del prezzo minimo 16; e la differenza 8 tra il medio ed il minimo, si scriva vicino al prezzo massimo. La quantità del vino migliore, esser dee a quella dell'inferiore qualità, come 8 a 6; e se il tutto come nell'esempio è un barile, questo diviso in 14 parti uguali quanto appunto indica la somma di tali differenze, di queste parti $\frac{8}{14}$ saranno del vino migliore, e $\frac{6}{14}$ della qualità inferiore, o che val l'istessa $\frac{4}{7}$ della prima qualità e $\frac{3}{7}$ della seconda. Che poi il barile debba effettivamente comporsi delle indicate porzioni, si vede osservando se i prezzi di $\frac{4}{7}$ del miglior vino, e $\frac{3}{7}$ di quello della qualità inferiore, uniti insieme danno i 24 carlini. Ciò si ottiene fissando le proporzioni; se un barile del vino migliore costa 30 carlini, $\frac{4}{7}$ quanto costerà? E se un barile dell'inferior vino, costa 16 carlini, $\frac{3}{7}$ quanto costerà?

$$1 : 30 :: \frac{4}{7} : x \text{ ed } x = \frac{120}{7} = 17\frac{1}{7}$$

$$1 : 6 :: \frac{3}{7} : x \text{ ed} = \frac{48}{7} = 6\frac{6}{7}$$

E poichè la somma de' due quarti proporzionali, o sia dei ritrovati prezzi $17\frac{1}{2}$ e $6\frac{6}{7}$ è uguale a 24 carlini, il problema è stato esattamente risoluto.

Problema II. Si vuol formare un cannone di bronzo. Ogni cantaro di rame puro, costa ducati 87, e quello di stagno purificato ducati 67. Si cerca sapere quanto rame purificato, e quanto stagno anche purificato si deve mettere, per ogni cantaro, acciò il bronzo del cannone costi 85 ducati il cantaro

Prezzi		Differenze
	78	18
85		
	67	2

Somma delle differenze 20

E poichè la porzione di rame per ogni cantaro, deve stare alla porzione di stagno, come 18 : 2, o che val lo stesso come 9 : 1 perciò se si suppone un cantaro diviso in 10 parti, 9 di tali parti dovranno essere di rame, ed una di stagno, cioè $\frac{9}{10}$ di rame, e $\frac{1}{10}$ di stagno.

REGOLA DI ALLIGAZIONE COMPOSTA.

116. D. Come vanno risoluti i problemi che appartengono alla regola di alligazione composta?

R. Il modo di risolvere i problemi dell'alligazione composta è quello indicato ne' seguenti esempi.

Problema. Si desidera una libbra di metallo per grana 38; ma misto di piombo che costa grana 29, di rame che costa grana 52, e di stagno grana 43; si brama conoscere la quantità di rame, di piombo, e di stagno necessario, per formare la dimandata libbra.

Si prenda il 29 per prezzo fisso da paragonarsi col medio e con ciascuno degli altri dati, cioè si trovi la differenza tra 29 e 38 ch'è 9, e si scriva al lato del 52; trovata la differenza tra 38 e 52 ch'è 14 si scriva al lato del 29, indi la stessa differenza 9 tra 29 e 38 si noti al lato del 43, e quella fra 38 e 43 ch'è 5 si noti al lato del 29. Finalmente, rinvenuta la somma di tutte queste differenze, si ha

	Prezzi dati	Differenze	Frazioni
Prezzo medio 38	52	 9	$\frac{9}{37}$
	43	 9	$\frac{9}{37}$
	29	. . . . 14 + 5	$\frac{19}{37}$
		Somma delle differ. 37	

Adunque si vede che in ogni libbra del metallo addimandato vi dovrà entrare $\frac{9}{37}$ di rame $\frac{9}{37}$ di stagno e $\frac{19}{37}$ di piombo; si stabiliscono allora le seguenti proporzioni

$$1 : 52 :: \tfrac{9}{37} : x \text{, ed } x = \tfrac{468}{37} = 12\tfrac{24}{37}$$
$$1 : 43 :: \tfrac{9}{37} : y \text{, ed } y = \tfrac{387}{37} = 10\tfrac{17}{37}$$
$$1 : \ 9 :: \tfrac{19}{37} : z \text{, e } z = \tfrac{551}{37} = 14\tfrac{33}{37}$$
$$\overline{38 \ \text{»}}$$

Se poi si prenda il 52 per prezzo fisso da paragonarsi col medio, e con tutti gli altri, la differenza 14 (tra 52 e 38) si noti al lato del 29, la differenza 9 (di 38 e 29) al lato del 52, la differenza 14 (di 52 e 38) al lato del 43. Or poichè 38 non è intermedio tra 52 e 43 ma minore di ambedue,

e per conseguenza non si può togliere il 43 dal 38, si prenda la differenza del 43 sui 38 ch'è 5 e si noti al lato del 52 col segno — per dinotare che dee sottrarsi 9, cioè vi rimarrà 4;

	Prezzi	Differenze	Frazioni
Prezzo medio 38	52	. . . . 9 — 5 = 4	$\frac{4}{32} = \frac{2}{16}$
	43	 14	$\frac{14}{32} = \frac{7}{16}$
	29	 14	$\frac{14}{32} = \frac{7}{16}$
		32	

Adunque nella miscela vi sarà $\frac{2}{16}$ di rame, $\frac{7}{11}$ di stagno, e $\frac{7}{11}$ di piombo e

Le proporzioni da fissarsi sono allora le seguenti

$$1 : 52 :: \tfrac{2}{16} : x, \text{ ed } x = \tfrac{104}{16} = 6\tfrac{8}{16}$$
$$1 : 43 :: \tfrac{7}{16} : y, \text{ ed } y = \tfrac{301}{16} = 18\tfrac{13}{16}$$
$$1 : 29 :: \tfrac{7}{16} : z, \text{ e } z = \tfrac{203}{16} = 12\tfrac{11}{16}$$
$$38$$

Ed ecco che la detta libbra può esser formata benanche da $\frac{7}{16}$ di rame, $\frac{7}{16}$ di stagno, e $\frac{7}{16}$ di piombo.

CAPITOLO XV.

Regola di falsa posizione.

117. D. Quali sono i problemi che si appartengono alla falsa posizione?

R. I problemi, che si appartengono alla falsa posizione sono quelli in cui divider si debba un dato numero in parti, che abbiano tra loro alcune determinate ragioni, ma vi manca però qualche termine per poterle ridurre alla regola generale di proporzione. E siccome il detto termine può idearsi a volontà, e quasi sempre è falso, ma è però di guida, per lo scovrimento di quel che si cerca così, una tal regola si dice essere di falsa posizione. E sarà semplice allorchè con una sola posizione si giunge a risolvere il problema, composta o doppia allorchè vi è di bisogno di stabilir due o più posizioni.

REGOLA DI FALSA POSIZIONE SEMPLICE.

118. D. In che modo si risolvono i problemi che appartengono alla regola di falsa posizione semplice?

R. Benchè tali problemi si possono sempre risolvere prendendo un numero a volontà, e per così dire all'azzardo non

di meno conviene sceglierlo secondo le condizioni che si enunciano nella quistione, perchè il calcolo allora diviene assai più facile. La pratica regola a tenersi nella soluzione di tali problemi, meglio si vedrà cogli esempî seguenti.

Problema 1.° Si voglia ritrovare un numero di cui la metà il terzo ed i due quinti sommano insieme 148.

In tal caso, ben si vede che il numero ignoto deve essere esattamente divisibile, per due, per tre, e per cinque, poichè la somma di tutte le parti deve essere un numero intero. Si prenda dunque il 30 che è il più piccolo numero divisibile per i sopra espressi numeri, sommando la metà, il terzo ed i due quinti, cioè 15, 10, 12 si ha 37 e quindi si stabilisce la seguente proporzione 37 sta a 148 come 30 sta al numero che si cerca. Adunque $37 : 148 :: 30 : x$ ed $x = \frac{148 \times 30}{37} = 120$.

Ed infatti la metà di 120 è 60, il terzo è 40 ed i due quinti sono 48, i quali tre numeri sommati fanno appunto 148.

Problema II. Un Principe Reale lascia la sua fortuna a tre reggimenti ne dà al primo il terzo, al secondo due quinti, e 32000 ducati che restano, al terzo: si domanda quale era la fortuna del defunto, e quale parte spetta a' due primi reggimenti.

Ben si osserva, che la fortuna che si vuol sapere, deve esser divisibile per tre e per cinque. Si prende adunque il numero 15, dal quale togliendo il terzo 5 ed i due quindi 6 si ha la somma 11. ed il residuo 4. La proporzione a stabilirsi sarà dunque se 4 dà 32000, 15 quanto darà? Cioè $4 : 32000 :: 15 : x$ ed $x = \frac{32000 \times 15}{4} = 120000$.

Le parti adunque degli eredi sono 40000, cioè il terzo di 12000, 48000, cioè i due quinti di 12000, e 32000; le quali sommate tutte e tre fanno 120000.

REGOLA DI FALSA POSIZIONE DOPPIA.

119. D. Come si risolvono i problemi che appartengono alla regola della falsa posizione doppia?

R. Per risolvere tali problemi, si prenda un numero ad arbitrio, che sarà la prima posizione, si vede se sodisfa alle condizioni del problema, il che se avviene, un tal numero sarà quello che si cerca; in contrario se ne noteranno gli errori. Indi si faccia un'altra posizione, e dopo di averla osservata in quanto alle condizioni del problema, si segnano benanche gli errori: e questi errori se saranno ambedue in più, od in meno dal numero di ciascuna posizione, si diranno *simili; dissimili* poi se uno è in più, e l'altro in meno. Ciò posto, di questi errori se ne prenda la differenza se son simili, e la somma se

dissimili, e si stabilisca la proporzione; come questa differenza, o somma degli errori, alla differenza delle due posizioni, così uno degli errori al quarto proporzionale, il quale aggiunto a quella posizione da cui è derivato l'errore che fa le veci di terzo termine nella proporzione, se mai è stato in meno, o pure tolto dal medesimo s'è stato in più; darà il vero numero dimandato.

Problema I. Un uffiziale dello stato maggiore, spedito per ricognizione in un paese nemico, fa un quinto del viaggio a piedi, un terzo a cavallo, e si sa che così caminando ha percorso 64 miglia. Si vuol sapere di quante miglia era l'intero viaggio, quante miglia ha fatto a piedi, e quante a cavallo.

In questo problema il termine mancante è il numero delle miglia dell'intero viaggio, il quale conosciuto che si è, riesce facile determinar le miglia percorse a piedi e quelle a cavallo, giacchè si sa che queste due quantità sono nella ragione di $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{3}$.

Si supponga essere stato l'intero viaggio di 15 miglia; e poichè di 15 la quinta parte è tre, e la terza è 5, perciò altrettante sarebbero state le miglia percorse a piedi, che quelle a cavallo, e per conseguenza la somma loro sarebbe di 8; ma doveva secondo l'enunciazione del problema essere di 64, perciò si è errato in *meno* 56. Si suppouga ora che il viaggio sia stato di 30 miglia, e poichè il suo quinto è 6, ed il suo terzo è 10, perciò si avrebbe 16 e non 64, dunque si è anche questa volta errato in *meno* 48, ed essendo gli errori simili si stabilisce la proporzione.

Diff. degli errori. Diff. di posizione. Un errore.

$$8 \quad : \quad 15 \quad = \quad 56 : x \text{; ed } x = 105$$

il quale aggiunto alla posizione 15 da cui l'errore è derivato si ha 120. Ed in verità il quinto di 120 è 24, il terzo è 40; e sommati questi due numeri si ha 64.

Se invece di prendere 56 si fosse preso 48 la proporzione sarebbe stata

$8 : 15 :: 48, 1$. ed $x = 90$ ed aggiunto alla posizione 39 da cui l'errore è derivato, si sarebbe parimenti avuto 120.

Problema II. Domandato ad un capitano, qual fosse la forza della sua compagnia, rispose, due terzi sono i soldati, tre quarti i sotto uffiziali, e solo otto gli uffiziali. Ora si cerca quale si è mai la forza della compagnia.

Si supponga che la forza che si cerca sia di 120 uomini, i due terzi saranno 80, il quarto 30, e gli uffiziali non sarebbero più 8, ma bensì 10, in conseguenza l'errore è di $+ 2$. Si supponga che sia la forza di 84, i due terzi sono 56, il quarto è 21, che sommati fanno 77, e di unito agli 8 uffiziali

si ha 85, per cui l'errore è in più uno, ed essendo le differenze dissimili la proporzione sarà
Somma degli errori. Diff. di posiz. Un errore.

$$8 \quad : \quad 36 \quad :: 2 : x \text{ ed } x = \frac{72}{3} = 24.$$

E poichè l'errore è stato in più, così il 24 si deve sottrarre da 120 per cui 96 è il numero cercato.

Un risultamento simile si ottiene fissando l'altra proporzione
Somma degli errori. Diff. di posiz. Un errore.

$$3 \quad : \quad 36 \quad :: 1 : x \text{ ed } x = \frac{36}{3} = 12.$$

il quale unito ad 84 dà parimente 96.

Che 96 poi adempie alle condizioni del problema, è ben facile il vederlo; giacchè i due terzi sono 64, più il quarto che è 24, più 8 si ha 96.

Problema III. Il presidio di una piazza di guerra, si compone di fanteria cavalleria ed artiglieria. La forza della fanteria è di 4000 uomini, quella della cavalleria è la metà dell'infanteria e dell'artiglieria uniti insieme, e l'artiglieria è la terza parte della fanteria, e della cavalleria presi insieme. Si vuol sapere la forza della cavalleria e quella dell'artiglieria.

Si supponga per un momento che la forza dell'artiglieria sia di 1500, sarà in conseguenza la cavalleria e la fanteria 4500, e poichè si sa che i soldati di fanteria sono 4000 saranno perciò 500 quelli di cavalleria. Ed il doppio cioè 1000 dovrà uguagliare i soldati di fanteria e di artiglieria; ma questi giusta la premessa supposizione sono 5500; dunque si è errato in meno 4500. Si suppongono i soldati di artiglieria 3000, quelli di fanteria e cavalleria saranno 9000; ma la sola fanteria si compone di 4000; quindi la cavalleria sarà di 5000; ma il doppio 10000 deve essere uguale alla fanteria ed artiglieria cioè a 7000, quindi si è errato in più 3000. Or fissando le analoghe proporzioni poichè la prima posizione moltiplicato pel secondo errore è $1500 \times 3000 = 4500000$, la seconda posizione moltiplicato pel primo errore è $3000 \times 4500 = 13500000$, sommati questi due prodotti si ha 18000000, il quale numero diviso per 7500 somma degli errori, sarà la forza degli artiglieri 2400. Unito questo numero a quello dinotante la fanteria del presidio cioè a 4000, e presone la metà, la forza della cavalleria sarà di 3200.

CAPITOLO XVI.

Sistema attuale di misure del Regno di Napoli, e di Francia e riduzione delle une alle altre.

120. D. Quale è l'attuale sistema di misure di Napoli.

R. Nel paragrafo 41 abbiamo indicate le sole misure usate dalla città di Napoli prima dell'ultima legge del 6 aprile 1840. Ecco intanto la disposizione di tal legge che onorerà sempre il regno di Ferdinando II.

« 1.° La base del sistema metrico è il *palmo*, settemilesima » parte di un minuto primo del grado medio del meridiano ter- » restre, ovvero settemilesima parte del miglio geografico d'Italia » o miglio nautico di sessanta al grado. Esso sarà diviso in » parti decimali, e dieci palmi costituiranno una *canna*.

« La canna lineare, la canna quadrata, e la canna cuba sono » le unità di misura di lunghezza, di superficie, e di solidità » per tutti gli usi. La prima è eguale a 10 palmi lineari, la » seconda a 100 palmi quadrati, e la terza a 1000 palmi cubi.

« Rapporto col sistema metrico decimale: 100 metri uguagliano » 378 palmi; onde un palmo è eguale a metri 0,26455.

« 2.° L'unità superficiale delle misure agrarie sarà il *mog-* » *gio* di 1000 palmi quadrati, o sia un quadrato che abbia » per lato 100 palmi, o canne 10. Esso sarà diviso in parti » decimali.

« 3.° Il *tomolo* è l'unità delle misure di capacità per gli » aridi. Esso equivale a tre palmi cubi, e si divide in 2 *mez-* » *zette* o in 4 *quarte*, o pure in 24 *misure*, ciascuna delle » quali eguaglia il cubo del mezzo palmo. La misura degli aridi » sarà praticata sempre a *raso* e non a *colmo*.

« 4.° Il *barile* è l'unità di misura di capacità per alcuni » dei liquidi, come il vino, l'aceto, l'acqua etc., e si di- » vide in 60 *caraffe*. Esso equivale ad un cilindro retto del » diametro di un palmo, e tre palmi di altezza.

« La *botte* si compone di 12 barili; ed è perciò eguale ad » un cilindro retto di tre palmi di diametro e quattro palmi » di altezza.

« 5.° L'olio sarà misurato sempre a peso, a cantaia cioè, » a rotola ed a frazioni di rotolo. Pel commercio a minuto » potrà misurarsi a capacità: le misure dovranno essere di fi- » gura cilindrica, e corrispondenti al peso di olio che debbono » contenere alla temperatura di 20 gradi del termometro cen- » tigradi.

« 6.° Il *rotolo* è l'unità di misura de' pesi, e si dividerà in » parti decimali: la sua millesima parte è il *trappeso*. Il *can-* » *taro* si compone di 100 rotola.

« Rapporto col sistema metrico decimale: un rotolo è eguale » a chilogrammi 0,890997.

« Un palmo cubo d'acqua distillata pesa in Napoli, nell'aria » rotola 20 e 736 trappesi alla temperatura di gradi 16,144 » del termometro centigradi (12,92 di Reaumur), e sotto » la pressione barometrica di palmi 2,865 ossia di 28 pollici » ($0,^{met}76$).

« *Un volume di acqua distillata corrispondente al cubo di* $\frac{1}{6}$ » *di palmo pesato in Napoli nell' aria, alla temperatura di* » $16^{\circ}\frac{1}{6}$ *centigradi* $= 12^{\circ}\frac{14}{15}$ *di Reaumur, e sotto la pressione* » *barometrica di 28 pol.. equivale a 12 rotoli.*

« 7.° Sarà tollerato per ora, e sino a nuova disposizione, » che per i soli usi farmaceutici sia adoperato il peso della lib- » bra colle attuali suddivisioni ».

In conseguenza di tale legge il sistema di misure usato nel Regno di Napoli è il seguente.

1.° *Misure lineari.*

Canna, di dieci palmi.
Palmo, unità di misura.

Decimo, ossia	decima	parte del palmo.
Centesimo . . .	centesima	
Millesimo . . .	millesima	

2.° *Misure di superficie.*

Canna quadrata di.	cento	palmi quadrati.
Moggio, unità di misura per le misure agrarie, equivalente ad un quadrato che abbia per lato cento palmi, e che contenga . . .	diecimila	

Palmo quadrato, minima unità di misura.

Decimo, ossia	decima	parte di palmo quadrato.
Centesimo . . .	centesima	
Millesimo . . .	millesima	

3.° *Misure di volume pei solidi.*

Canna cubica, di mille palmi cubici.
Palmo cubico, unità di misura.

Decimo	di palmo cubico.
Centesimo	
Millesimo	

4.° *Misure di capacità per gli aridi.*

Tomolo, unità di misura, di tre palmi cubici:
Mezzetta, metà
Quarta, quarta parte del tomolo
Misura, ventiquattresima parte

5.° *Misure di capacità pei liquidi.*

Botte di dodici barili.
Barile, unità di misura.
Caraffa, sessantesima parte del barile,

6.° *Misure di peso.*

Cantaio di rotoli cento.
Rotolo, unità di misura
Trappeso millesima parte del rotolo.

Decimi	di trappeso.
Centesimi	
Millesimi	

121. D. Quale si è l'attuale sistema di misure usato in Francia.
R. Il sistema di misure usato in Francia è il seguente.

1.° *Misure lineari.*

Meriametro,	di diecimila	metri.
Chilometro,	di mille	
Ettometro,	di cento	
Decametro,	di dieci	

Metro, unità di misura.

Decimetro,	decima	parte del metro.
Centimetro,	centesima	
Millimetro,	millesima	

2.° *Misure di superficie.*

Chiliaro,	di mille	ari	di centomila	metri quadrati.
Ettaro,	di cento		di diecimila	
Decaro,	di mille		di mille	

Aro, unità di misura di superficie di *cento* metri quadrati.

Deciario decima parte	dell' aro	di dieci	metri quadrati.
Centiaro centesima		di uno	

Decimetro quadrato	. . . . . decima	parte di un metro quadrato.
Centimetro quadrato	. . . . . centesima	
Millimetro quadrato	. . . . . millesima	

3.° *Misure di volume dei solidi.*

L' unità di misura per i volumi è il *metro cubico*, che si suddivide in *decimetri*, *centimetri* e *millimetri* cubici.

4.° *Misure di capacità per aridi e liquidi.*

Mirialitro, di diecimila	litri	di dieci	metri cubi.
Chilolitro, di mille		di uno	
Ettolitro, di cento		decimo	di un metro cubo.
Decalitro, di dieci		centesimo	

Litro, unità di misura.

Decilitro, decima	parte del litro	diecimillesima	parte del metro cubico.
Centilitro, centesima		centomillesima	
Millimetro, millesima		millionesima	

5.° *Misure di peso.*

Metro cubico di centomila	grammi.
Miriagrammo di diecimila	
Chilogrammo di mille	
Ettogrammo di cento	

Grammo, unità di misura.

Decigrammo, decima	parte del grammo
Centigrammo, centesima	
Milligrammo, millesima	

122. D. Quale si è il rapporto delle misure legali del regno a quelle di Francia e viceversa.

R. Il rapprto delle misure legali del Regno a quelle di Francia, e viceversa è quello indicato nell' annesso quadro, dove nella prima e seconda colonna si veggono le misure napolitane ridotte in quelle di Francia, e nella terza e quarta sono quelle di Francia ridotte in quelle di Napoli.

Misure lineari, di superficie, e di volume.

MISURE del regno,		RIDOTTE in metri.		MISURE francesi.		RIDOTTE in palmi.	
Misure lineari.							
Palmo.............		0,26455		Metro............		3,78	
Decimo	di palmo	0,026455		Decimetro		0,378	
Centesimo	di palmo	0,002646		Centimetro.......		0,0378	
Millesimo	di palmo	0,000265		Millimetro.......		0,00378	
Misure di superficie.							
Palmo quadrato		0,069987	metri quadrati	Metro quadrato..		14,2884	pal. quadrati.
Decimo	di p. q.	0,006999	metri quadrati	Decimetro	quadrato	1,42884	pal. quadrati.
Centesimo	di p. q.	0,0007	metri quadrati	Centimetro	quadrato	0,142884	pal. quadrati.
Millesimo	di p. q.	0,00007	metri quadrati	Millimetro	quadrato	0,014284	pal. quadrati.
Misure di volume.							
Palmo cubico.....		0,018515		Metro cubico		54,010152	palmi cubici.
Decimo	di p. c.	0,001852		Decimetro	cubico	5,401015	palmi cubici.
Centesimo	di p. c.	0,000185		Centimetro	cubico	0,540102	palmi cubici.
Millesimo	di p. c.	0,000019		Millimetro	cubico	0,05401	palmi cubici.

Misure di capacità per gli aridi.

MISURE del regno,	RIDOTTE in litri.	MISURE francesi,	RIDOTTE in tomoli.
Tomolo............	55,5451	Ettolitro...........	1,800338
Misura.............	2,31438	litro...............	0,018003

Misura di capacità pei liquidi.

MISURE del regno,	RIDOTTE in litri.	MISURE francesi,	RIDOTTE
Barile..............	43,625	Litro.............	in barili 0,022923
Caraffa.............	0,727083		in caraffe 1,375359

Misure di peso.

MISURE del regno.	RIDOTTE in chilogrammi.	MISURE di francia.	RIDOTTE in rotoli.
Rotolo..............	0,8909972	chilogrammo	1,1223378
Trappeso...........	0,000981	grammo..........	0,0012234

CAPITOLO XVII.

Modo di ridurre le tese e metri di francia in palmi napoletani e viceversa.

123. D. Qual si è il rapporto delle antiche misure di Francia a quelle nuove?

R. Per la intelligenza di tante opere militari, nelle quali sono state adoprate le antiche misure di Francia, si rende indispensabile di conoscere benanche il vero valore delle antiche misure di Francia, paragonato a quelle attualmente colà in uso, e tal rapporto si osserva nell' annesso quadro.

ANTICHE MISURE.	RIDOTTE IN NUOVE.	
Tesa	1,94904	metri.
Piede	0,32484	di metro.
Pollice	0,02707	
Linea	0,002256	
Tesa quadrata	3,79876	metri quadrati.
Piede quadrato	0,105521	di metro quadrato.
Pollice quadrato	0,00073278	
Linea quadrata	0,00000509	
Tesa cubica	7,40393	metri cubici.
Piede cubico	0,034277	
Pollice cubico	0,00001983	
Pinta	0,93132 litri.	
Libbra	0,489506 chilogrammi.	

124. D. Come si determina il valore di un numero qualunque di metri in palmi napolitani e viceversa?

1.° R. In generale se di un rapporto indicante il valore di una unità di misura in parti di un' altro si prende l' espressione reciproca, questa indicherà il valore della seconda unità di misura in parti della prima. Sapendosi, per esempio, che $1^{metro}=3,78$ palmi (par. 122) se ne potrà subito conchiudere che $1^{palmo}=\frac{1}{3,78}$ metri o altrimenti, sapendo che $1^{metro}=\frac{378}{100}$ palmi, se ne conchiuderà che $1^{palmo}=\frac{100}{378}$ di metro. È facile dar ragione di questa regola ossèrvando che la proposta uguaglianza si può sempre

cangiare in una proporzione; in fatti, in vece di $1^{metro} = 3,78$ *palmi*, si può scrivere $1 \times 1^{metro} = 3,78 \times 1^{palmo}$, e questa eguaglianza di due prodotti si cambia nella proporzione $1^{metro} : 1^{palmo} :: 3,78 : 1$, da cui, per la regola del tre, si ottiene $1^{palmo} = \frac{1^m}{3,78} = \frac{1}{3,78}$ *metri* $= 0^{met},26455$ valor che si è indicato nel quadro annesso al par. 122.

Ciò premesso, vediamo con alquanti esempî come si riducono le misure di Francia in palmi napolitani e viceversa.

Problema I. Si voglia conoscere 20 metri a quanti palmi napolitani corrispondono?

Si stabilisce la necessaria proporzione dicendo se un metro è uguale a 3 palmi e 78 centesimi, venti metri e che saranno uguale? cioè $1 : 3,78 :: 20 : x$ e quindi $x = 3,78 \times 20 = 74.60 = 74\ 6$.

Problema II. Si vuol conoscere 74 palmi napolitani e 6 decimi a quanti metri di francia corrispondono?

Si stabilisce la proporzione dicendo se 3 palmi e 78 centesimi uguagliano un metro, 74 palmi e 6 decimi a quanti metri corrisponderanno, cioè si farà $3,78 : 1 :: 74.6 : x$ ed $x = \frac{74.6}{3.78} = 20$.

125. D. Come si riducono le tese di Francia in palmi napolitani e viceversa?

R. Allorchè in Francia fu stabilita legalmente la misura del metro, convenne definirla per mezzo di una misura già esistente a tutti nota, come la tesa con le sue suddivisioni, e si disse 1^{metro} vale $3^{piedi}.0^{pol}.11^{lin},396$; da questo rapporto, rovesciandolo, si ottenne la tesa espressa in parti del metro, che ridotto in frazione decimale, sarà
$3^{pie}.0^{pol}.11^{lin},296 = 0^{tes},513074$ poichè si sa che ogni tesa e sei piedi e quindi $1^{metro} = 0,513074^{tes}$, ed $1^{tesa} = \frac{1}{0,513074}$.

Ciò premesso conoscendosi oggi il rapporto delle misure attuali di Fraucia col palmo napolitano (pal. 122) con questi soli dati, si potrà ridurre qualunque numero di tese di francia in palmi napolitani e viceversa. Eccone alquanti esempî.

Problema III. Si vuol conoscere 5 tese di Francia a quanti palmi napolitani corrispondono.

Si riducono prima le tese in metri di Francia. Or nel (par. 123) si è detto che una tesa di francia uguaglia un metro e 94 centesimi è chiaro che 5 tese uguagliano $1,94 \times 5 = 9$ metri e 7 decimi. Ma nel paragrafo 122 si è detto che 1 metro era 3 palmi e 78 centesimi, adunque si dirà come nel primo problema se 1 metro è 3,78 palmi, 9 metri e 7 decimi quanti palmi saranno e perciò

$$1 : 3.78 :: 9,7 : x \text{ ed } x = 3.78 \times 9,7 = 36,66\ 6.$$

Problema IV. Si vuol conoscere 36, palmi e $\frac{666}{1000}$ di palmi napolitani a quante tese corrispondono.

Per lo stesso ragionamento si riducono prima i palmi in metri dicendo se un palmo è uguale zero metri 264 millesimi (par. 122) 36, 666 sarà uguale a 36, 666 $\times$ 0,264 = 9, 679.

Si stabilisce allora la seguente proporzione se 1 metro e 949 millesimi è uguale ad una tesa (par. 123) 9 metri 679 millesimi a quante tese saranno uguale cioè 1, 949 : 1 :: 9, 679 : X ed $X = \frac{9,679}{1949}$ = a circa 5 tese.

126. D. Quale si è il sistema approssimativo che in pratica si tiene, per le misure lineari, nella riduzione de' metri in tese di Francia e viceversa?

R. Nella pratica intanto per la riduzione dei metri in tese, e viceversa, è prevalso, per le sole misure lineari, l'uso di considerare ogni metro, come se fosse composto di solo *tre* piedi, e quindi ogni tesa poichè equivale a sei piedi così si considera come se costasse di *due* metri: non ostante che come sopra si è notato ogni metro eguaglia in realtà piedi 3,07844, ed ogni tesa metri 1, 94904. Ciò si è fatto per rendere assai più facile la riduzione: stante che le differenze che si hanno dal vero rapporto tra la tesa ed il metro non si scostano gran fatto dai risultamenti che si ottengono con questo modo abbreviati.

E così operando per ridurre le tese in metri basta moltiplicarle per due, e viceversa i metri per ridurli a tese bisogna dividerli per due. Così per esempio 25 tese si dirà subito sono uguale a 50 metri e 60 metri sono uguali a 30 tese.

127. D. Quale è il calcolo pratico ed approssimativo per ridurre le tese di Francia in palmi napolitani e viceversa.

R. Essendo il palmo ridotto in metri uguale 0,26455 (par. 122) ed essendo il piede ridotto in metri uguale a 0,32484 (par. 123) si può considerare il piede uguale a circa un palmo ed $\frac{1}{4}$, e quindi la tesa per essere 6 piedi si può considerare per 7 palmi e $\frac{1}{2}$. Adunque avendosi un numero di tese di Francia per ridurle approssimativamente a palmi napolitani basta moltiplicarle per 7 $\frac{1}{2}$ e nel caso contrario bisogna dividere il numero di palmi per 7 $\frac{1}{2}$ onde avere il numero delle tese.

Così per esempio 16 tese di Francia si dirà che equivalgano a circa 120 palmi, giacchè 16 per 7 $\frac{1}{2}$ = 120, e 150 palmi napoletani eguagliano circa 40 tese di Francia, perchè 150 diviso per $7\frac{1}{2} = 40$.

CAPITOLO XVIII.

Attuale sistema di misura in Sicilia.

128. D. Quale è l'attuale sistema di misure in Sicilia?

R. Con una Legge del 31 Dicembre 1809 le misure di Sicilia furono ordinate e definite come segue.

Il *palmo*, unità di lunghezza, si divide in 12 *once*, l'oncia in 12 *linee*, la linea in 12 *punti*. Una *canna* è eguale ad 8 palmi.

Il *miglio* equivale a 5760 palmi, e si compone di 45 *corde:* la corda contiene 4 *catene* e la catena 4 canne.

L'unità delle misure agrarie è la *salma*, la salma si divide in 4 *bisacce*, la bisaccia in 4 *tomoli*, il tomolo in 4 *mondelli*, il mondello in 4 *carozzi*, il carozzo in 4 *quarti*.

La misura di capacità per gli aridi è il *tomolo* e si divide in 4 *mondelli*, il mondello in *carozzi*, *quarti e quartigli*, sempre di 4 in 4.

La misura di capacità pe' liquidi è il *quartaro*, e si divide in 20 *quartucci*, il quartuccio in 2 *caraffe*, la caraffa in 2 *bicchieri*. Due quartari formano un *barile*, e 32 barili una *botte*.

L'unità di peso è il *rotolo;* si divide in 30 *once*, l'oncia in 8 *dramme*, la dramma in 3 *scrupoli*, lo scrupolo in 20 *grani*, il grano in 8 *ottavi*. La libbra è di 12 once, ed il cantaro di 100 rotoli.

129. D. Quale è il rapporto del palmo siciliano a quello napolitano?

R. Il palmo siciliano corrisponde a $\frac{40}{41}$ del nostro palmo ed in conseguenza il palmo napolitano è uguale a $\frac{41}{40}$ del palmo siciliano.

130. D. Come si riducono le misure lineari di Sicilia in quelle napolitane e viceversa?

R. Il rapporto de' due palmi essendo $\frac{40}{41}$ per avere i numeri dei palmi siciliani ridotti a napolitani bisogna moltiplicarli per $\frac{40}{41}$ è viceversa per avere i palmi napolitani ridotti in siciliani bisogna moltiplicarli per $\frac{41}{40}$.

Problema I. Si vuol conoscere 12 palmi siciliani a quanti palmi napolitani corrispondano. Si dirà se un palmo siciliano è $\frac{40}{41}$ palmi napolitani, 12 palmi siciliani saranno uguale a $\frac{40}{41} \times 12 = \frac{480}{41} = 11 , 7$.

Problema II. Si voglia conoscere 15 palmi napolitani a quanti palmi siciliani corrispondano?

Si dirà se un palmo napolitano è uguale $\frac{41}{40}$ del palmo siciliano, 15 palmi napolitani saranno uguale a $15 \times \frac{41}{40} = \frac{615}{40} = 15 . 3$.

ELEMENTI
DI
GEOMETRIA PIANA.

POCHE NOZIONI PRELIMINARI.

1. D. *Di che tratta la scienza che dicesi Geometria e come si distingue relativamente agli usi a' quali si destina?*

R. La Geometria è una scienza, che ha per oggetto tutto ciò che è misurabile, come le linee le superficie ec. ec.

Si distingue in geometria sublime ed in geometria elementare. Questa poi si partisce in geometria teoretica ed in geometria pratica.

2. D. *Di che tratta la geometria piana o teoretica, o altrimenti detta speculativa?*

R. La Geometria piana teoretica o speculativa della quale teniamo parola, tratta del modo come risolvere, e dimostrar le verità delle proposizioni geometriche.

3. D. *Cosa s' intende per definizione e cosa s' intende per assioma?*

R. S' intende per definizione, ciò che dà il significato di una parola, per mezzo di altra, diversa dalla parola che si definisce. L'Assioma poi è quella verità che non ha bisogno di dimostrazione.

CAPITOLO I.
Definizioni.

4. D. *Cosa s' intende per punto matematico?*

R. Per punto matematico, s' intende il minimo oggetto che si possa immaginare. Esso non ha estensione, cioè non ha nè lunghezza, nè larghezza, nè grossezza, ma si considera come il principio d' ogni lunghezza.

5. D. *Che cosa è la linea matematica?*

R. La linea matematica, è quella che s' immagina passare da un punto ad un altro, senza percepire altro che la sola estensione in lunghezza.

6. D. *Cosa s'intende per linea data o linea indeterminata e quali sono i termini della linea?*

R. Linea data, s' intende quella linea di cui ne sono assegnati i limiti. Linea indeterminata, è quella che non ha limite,

e perciò può tracciarsi di quella lunghezza che si vuole, essendo ad arbitrio di farla più lunga, o più corta. E sempre i termini della linea sono i punti.

7. D. *Cosa è la linea retta e cosa è la linea curva?*

R. La linea retta è la più breve tra quante possono unire un punto ad un altro; sicchè fra due punti dati non si può condurre che una sola linea retta. Ogni linea che non è retta nè composta di linee rette, si chiama linea curva. Adunque A B (fig. 1) è una linea retta, C D E F una linea spezzata, o composta di linee rette, ed H I G è una linea curva.

8. D. *Cosa è l'angolo piano?*

R. È l'inclinazione che nel piano hanno tra loro due linee le quali scambievolmente si toccano e non son poste per dritto, ossia non formano una sola linea. Tale è lo spazio indefinito compreso tra le due linee A B, A C che si toccano nel punto A (fig. 2.).

9. D. *Qual' è l'angolo piano rettilineo, curvilineo, o mistilineo?*

R. Un angolo piano è rettilineo, allorchè è racchiuso da due linee rette come BAC (fig. 2, a), è curvilineo, allorchè è racchiuso da due linee curve come DEF (fig. 2, b), è mistilineo allorchè è racchiuso da una linea retta e da una linea curva come GHI (fig. 2, c).

10. D. *Come si chiamano le linee che formano un angolo, come il punto ov' esse s'incontrano, e come s' indica un angolo?*

R. Le linee che formano un angolo, si chiamano lati dell' angolo, ed il punto ov' esse s' incontrano, si chiama vertice dell' angolo. Le linee A B, A C, sono perciò i lati dell' angolo (fig. 2), ed il punto A n' è il vertice. L'angolo poi s' indica, talvolta colla sola lettera del vertice A, (fig. 2.ª) talvolta con le tre lettere BAC, o CAB; avendo cura di mettere in mezzo la lettera che dinota il vertice.

11. D. *Quando una linea retta dicesi perpendicolare ad un' altra e come si chiamano gli angoli che si formano?*

R. Quando una linea retta incontra un' altra, in guisa che gli angoli conseguenti sieno fra loro uguali; l'una dicesi perpendicolare all' altra, e gli angoli di cui è parola si dicono angoli retti. Così se la retta AB (fig. 3) incontra l' altra CD e gli angoli conseguenti ABC, e ABD, sono fra loro uguali ognuno di questi angoli è un angolo retto, e la linea retta AB vien detta perpendicolare all' altra CD.

12. D. *Quando una linea retta, si dice obliqua ad un' altra linea retta?*

R. Una linea retta si dice obliqua ad un' altra, allorchè l' incontra in un punto, ed è ad essa inclinata, più da un lato che dall' altro, talchè i due angoli conseguenti sono disuguali.

Così le rette EB ed FB (fig. 3.a) sono oblique alla linea retta CD dal perchè gli angoli EBC, EBD della prima ed FBD, FBC della seconda sono tra loro disuguali.

E di questi due angoli formati dall'incontro di due rette oblique uno di essi si dice angolo ottuso, e l'altro si dice angolo acuto.

13. D. *Cosa s'intende per angolo ottuso, e cosa s'intende per angolo acuto?*

R. Ogni angolo EBD o pure FBC (fig. 3.a) maggiore dell'angolo retto ABD o ABC, è un angolo ottuso; ogni angolo EBC o FBD minore dell'angolo retto ABC o ABD è un angolo acuto.

14. D. *Quali sono le linee convergenti e quali le divergenti?*

R. Si chiamano linee convergenti, quelle che partendo da punti differenti, si diriggono allo stesso punto, tali sono le rette BA CA DA EA (fig. 3.b) si chiamano poi linee divergenti, quelle che partono dallo stesso punto e prendono direzioni differenti, e tali sono le rette ab, ac, ad, ae (fig. 3.b):

15. D. *Cosa s'intende per linee rette tra loro parallele?*

R. Due linee rette si dicono parallele, allorchè essendo situate nel medesimo piano, non possono incontrarsi a qualunque distanza si prolunghino l'una e l'altra, e d'ambo i versi. Tali sono le rette AB, CD, e le altre AC, DB (fig. 3.c) le quali se si suppongono prolungate all'infinito e per qualunque verso non mai s'incontrano.

16. D. *Cosa s'intende per piano, o per superficie piana?*

R. Il piano, o la superficie piana è quella figura su cui si concepisce che si possa sempre applicare una linea retta in ogni verso, e che per ciò trovasi terminata per ogni parte da linee e tiene lunghezza e larghezza (fig. 4.a).

17. D. *Cosa s'intende per perimetro d'una figura piana, e quando la figura piana dicesi rettilinea, curvilinea o mestilinea?*

R. Si chiama perimetro, il limite intero di una figura piana, ossia la somma di tutte le linee da cui essa figura è terminata.

E dicesi figura piana rettilinea, allorchè il suo perimetro è formato da linee rette (fig. 4.a), curvilinea allorchè il suo perimetro è formato da linee curve (fig. 4.b), e mistilinea, allorchè il suo perimetro è formato da linee rette e da linee curve (fig. 4.c). E sempre le parti componenti tali figure sono le linee e gli angoli.

18. D. *Qual'è il triangolo equilatero, il triangolo isoscele, ed il triangolo scaleno?*

R. Il triangolo equilatero, è quello che ha i suoi tre lati uguali, così (fig. 5. a) il triangolo ABC, è equilatero, giacchè i tre lati AB, BC, CA sono uguali tra loro. Il triangolo isoscele è quello di cui due soli lati sono uguali, così (fig. 5. b), il triangolo ABC è isoscele, giacchè il lato AB è uguale al lato

AC. Il triangolo scaleno è quello che ha i suoi tre lati disuguali così (fig. 5 c) il triangolo ABC, il quale ha tutti i tre lati disuguali tra loro è un triangolo scaleno.

19. D. *Quando un triangolo dicesi rettangolo, ottusangolo, o acutangolo?*

R. Un triangolo dicesi rettangolo, allorchè ha un angolo retto; così il triangolo ABC (fig. 6 a) dicesi rettangolo perchè l'angolo BAC è retto cioè la retta BA è perpendicolare ad AC. Un triangolo dicesi acutangolo, allorchè ha tutti e tre gli angoli acuti così il triangolo ABC (fig. 6 b) dicesi acutangolo perchè i tre angoli BAC, ABC, ACB sono acuti. E finalmente un triangolo dicesi ottusangolo, quando uno de' suoi tre angoli è ottuso, così il triangolo ABC (fig. 6 c) dicesi ottusangolo perchè è ottuso l'angolo CAB.

20. D. *Quali e quante sono le figure che si distinguono fra i quadrilateri?*

R. Fra i quadrilateri, si distingue 1.° Il quadrato, il quale ha gli angoli retti ed i suoi quattro lati uguali, così (fig. 7 a) ABCD è un quadrato, giacchè i quattro lati AB, BC, CD, DA sono uguali tra loro, e gli angoli ABC, BCD, CDA, DAB sono retti. 2.° Il rettangolo, altrimenti detto quadrato lungo tiene i lati opposti uguali, ed i suoi angoli retti così (fig. 7 b) ABCD è un rettangolo, giacchè gli angoli, ABC, BCD, CDA, DAB sono retti. 3.° Il parallelogrammo ha i lati opposti paralleli senza aver gli angoli retti così (fig. 7 c) ABCD è un parallelogrammo, perchè AB è parallela a DC, ed AD è parallela a CB. Il rombo, ha tutti i quattro lati uguali e gli angoli due ottusi e due acuti così (fig. 7 d) ABCD è un rombo, perchè i lati AB, BC, CD, DA sono uguali, i due angoli ABC, ADC sono acuti e gli angoli BAD BCD sono ottusi. E finalmente il trapezio, ha due soli lati paralleli, così (fig. 7 e) ABCD è un trapezio, sol perchè de' suoi quattro lati AB è parallela a CD.

21. D. *Che cosa è il cerchio?*

R. Il cerchio, o circolo, è lo spazio racchiuso da una linea curva descritta nell'intero giro da una linea retta che si muove intorno ad uno de' suoi estremi, fisso ed immobile, e che si chiama centro del cerchio. La linea curva che determina il cerchio, si chiama circonferenza, o periferia del cerchio; la linea retta, che restando immobile con uno de' suoi estremi nel punto chiamato centro, e coll' altro estremo ha descritto l'intero giro, si chiama raggio del cerchio. La (fig. 8.ª a) rappresanta un cerchio, la di cui linea AHBDE è la circonferenza, il punto C è il centro, e la retta AC è il raggio (1).

(1) Talora nel discorso, si confonde il cerchio colla sua circonferenza, ma sarà sempre facile ristabilir l'esattezza dell'espressione, ricordandosi che il cerchio è una superficie, e perciò ha lunghezza e larghezza, mentre la circonferenza non è che una semplice linea curva.

22. D. *Cosa è il diametro e cosa è il mezzo cerchio?*

R. Si chiama diametro una linea tirata da un punto all' altro della circonferenza di un cerchio e che passa per il centro, tale è la retta AB (fig. 8.a); e si chiama mezzo cerchio, quella figura contenuta dal diametro e dalla metà della circonferenza, come la figura A H B o pure A E D B (fig. 8.a) la quale si racchiude tra il diametro AB e la semicirconferenza AHB, o tra lo stesso diametro AB, e l' altra semicirconferenza ADB.

23. D. *Cosa s'intende per arco di cerchio e quali sono le corde, o sottese dell' arco?*

R. L' arco del cerchio, è una porzione qualunque della circonferenza, come sarebbe FHG, o pure AED (fig. 8.a).

La corda poi, o sottesa dell'arco, è qualunque linea retta come FG, o pure AD (fig. 8.a) che unisce le due estremità degli archi F H G, ed AED.

24. D. *Cosa è il segmento del cerchio?*

R. Il segmento del cerchio, è la superficie, o porzione di cerchio, compresa fra l'arco e la corda (1), tale è (fig. 8.b) la supeficie compresa tra la corda AD e l' arco AED.

25. D. *Cosa è il settore del cerchio?*

R. Il settore del cerchio, è quella porzione, che resta compresa fra un arco e due raggi tirati all' estremità dell' arco. Così CDE (fig. 8.c) è un settore del cerchio, perchè formato dall' arco DE e da' raggi CD, CE.

26. D. *Cosa è la secante e la tangente del cerchio, e come si chiama il punto dove la tangente tocca il cerchio?*

R. Si chiama secante del cerchio, qualunque linea che incontra la circonferenza in due punti; tal' è la retta FG (fig. 8.a). Si dice poi tangente del cerchio quella linea retta, che si stende tutta fuori della circonferenza di un cerchio, e toccandola in un punto solo se si prolunga da ambe le parti di tal punto, non più incontra la circonferenza: tal' è la retta IL (fig. 8.a). Il punto M nel quale la linea retta IL tocca la circonferenza, si chiama punto di contatto.

CAPITOLO II.

Degli assiomi.

27. D. *Quanti sono gli assiomi nella geometria piana?*

R. Gli assiomi nella geometria piana possono ridursi a sette, e propriamente sono i seguenti.

I. Le grandezze uguali ad una terza sono uguali tra loro.

(1) Alla medesima corda FG (fig. 8.a) corrispondono sempre due archi FGH, FE DG; e per conseguenza anco due segmenti, ma s' intende sempre parlar del minore, a meno che non si esprime il contrario.

II. A grandezze uguali, aggiunte grandezze uguali, le somme sono uguali.

III. A grandezze uguali, tolte grandezze uguali, i residui sono uguali.

IV. A grandezze uguali, aggiunte grandezze disuguali, le somme sono disuguali.

V. A grandezze uguali, tolte grandezze disuguali, i residui son disuguali.

VI. Il tutto è uguale alle sue parti prese insieme.

VII. Il tutto è maggiore di ciascuna sua parte.

CAPITOLO III.

Di alquante verità su gli angoli che formano due rette che s' intersecano.

28. D. *Come sono fra loro gli angoli retti?*

R. Gli angoli retti sono tutti uguali fra loro. La retta AB essendo perpendicolare all'altra CD (fig. 3.a) gli angoli ABC ABD saranno retti ed uguali fra loro, perchè è evidente che lo spazio CAD non può essere diviso in due parti uguali in diversa maniera dalle rette AB e CD.

29. D. *A chi è uguale la somma de' due angoli adiacenti, che una linea retta fa quando ne incontra un' altra qualunque?*

R. È uguale a due angoli retti. La retta EB, per esempio (fig. 3.a) incontrando la retta CD, fa con questa i due angoli EBC, EBD adiacenti, la di cui somma è uguale a due angoli retti perchè tal somma è uguale a quella di due angoli ABC, ABD. Quindi se un angolo di questo è retto, l' altro lo sarà del pari, e se la linea DC è perpendicolare ad AB, reciprocamente AB sarà perpendicolare a DC, e finalmente tutti gli angoli consecutivi CBE, EBA, ABF, FBD essendo la loro somma eguale a quella de' due angoli adiacenti EBC, EBD, sono tutti presi insieme anche uguali a due angoli retti.

30. D. *Come sono fra loro gli angoli opposti al vertice di due rette che si intersegano?*

R. Sono uguali fra loro. Le due rette AB, DE (fig. 9 a) intersecandosi tra loro nel punto C, formano quattro angoli ACE, ACD, DCB, BCE; di essi gli angoli ACE, DCB opposti al vertice C sono uguali fra loro, del pari che gli angoli ACD, ECB anco apposti al vertice C sono uguali tra loro.

31. D. *A chi equivalgono i quattro angoli formati intorno ad un punto da due rette che s' intersegano; ed in generale a chi è uguale la somma di tutti gli angoli che intorno ad un punto si formano da un qualunque numero di rette che s' incontrano?*

R. Equivalgono insieme a quattro angoli retti. Imperocchè

gli angoli ACE, BCE (fig. 9.a) presi insieme equivalgono a due angoli retti e gli altri due ACD, BCD hanno lo stesso valore, i quattro angoli, dunque, ACE, BCE, ACD, BCD sono uguali a quattro angoli retti. Ed in generale se quante rette si vogliano AE, CD, CB, CF (fig. 9.b) s' incontrano in un punto C la somma di tutti gli angoli che ne risultano è uguale a quattro angoli retti, poichè se si formassero al punto C quattro angoli retti, col mezzo di due linee perpendicolari tra loro, lo stesso spazio sarebbe occupato tanto dai quattro angoli retti, che da tutti gli angoli successivi ACB, BCD DCE ECF FCG GCA.

CAPITOLO IV.

Di alquante proprietà de' triangoli rispetto a' lati ed agli angoli.

32. D. *In ogni triangolo un lato qualunque com' è per rispetto alla somma degli altri due?*

R. È sempre minore. Nel triangolo ABC (fig. 5. a.b.c) il lato AB è sempre minore di AC+CB, il lato AC è minore di AB+CB, ed il lato CB è minore di AB + AC.

33. D. *A quanti angoli retti è uguale la somma de' tre angoli di un triangolo?*

R. È uguale a due angoli retti Così (fig. 5.a.b.c) nel triangolo ABC, la somma de'tre triangoli ABC, BCA, CAB è uguale a due angoli retti.

34. D. *Due lati qualunque d' un triangolo, o due angoli, come sono tra loro?*

R. Di due lati d' un triangolo il maggiore è quello ch' è opposto all' angolo maggiore; e reciprocamente di due angoli d' un triangolo, il maggiore è quello ch' è opposto al lato maggiore. Così nel triangolo ABC (fig. 6.c) se l'angolo CAB è maggiore dell'angolo ACB, il lato BC opposto al primo angolo, è maggiore del lato AB opposto all' angolo minore. Se il lato BC è maggiore del lato AB, l'angolo CAB sarà maggiore dell' angolo ACB. Se il lato AB è uguale al lato AC (fig. 5.b) l'angolo ABC è uguale all' angolo ACB, e viceversa essendo l'angolo ABC uguale all' angolo ACB il lato AB è uguale al lato AC.

Adunque nel triangolo isoscele ABC (fig. 5.b) per essere i due lati AB ed AC uguali, gli angoli opposti alla base ABC ed ACB saranno del pari uguali.

35. D. *Quando due triangoli possono dirsi perfettamente uguali?*

R. Due triangoli sono perfettamente uguali I. Se hanno un' angolo uguale compreso fra due lati rispettivamente uguali. Così

(fig. 10) il triangolo ABC uguale all'altro DEF e l' angolo BAC è uguale all'angolo EDF ed i lati AB ed AC sono uguali a' lati DE, DF. II. Sono due triangoli benanche perfettamente uguali se hanno un lato uguale, adiacente a due angoli rispettivamente uguali. Così (fig. 10) il triangolo ABC è uguale all'altro DEF se il lato AB è uguale al lato DE ed i due angoli ABC, ACB sono uguali a' due angoli DEF, DFE. III. Due triangoli sono perfettamente uguali se hanno i loro tre lati rispettivamente uguali. Così (fig. 10) i due triangoli ABC, DEF sono uguali se i tre lati AB,BC,CA sono rispettivamente uguali a'tre lati DE, DF, EF.

Or ciò è vero in tutti i tre casi enunciati, dal perchè i due triangoli ABC, DEF possono esser posti l'uno sull'altro, in modo che perfettamente coincidono.

36. D. *Quale altra denominazione si dà a' lati del triangolo rettangolo e quale è la loro proprietà caratteristica?*

R. Il lato del triangolo rettangolo, opposto all' angolo retto, si chiama ipotenusa, e gli altri due lati che comprendono l'angolo retto del triangolo rettangolo, diconsi cateti. Così nel triangolo ABC (fig. 6.a) essendo retto l' angolo in A, il lato BC opposto a quest' angolo è l' ipotenusa, ed AB, AC sono i cateti.

E la proprietà caratteristica di ogni triangolo rettangolo, è che il quadrato fatto sull' ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati fatti sopra gli altri due lati, ossia sopra i cateti. Adunque nel triangolo ABC (fig. 6.a) rettangolo in A, il quadrato costruito sul lato BC ossia sull' ipotenusa, è uguale alla somma dei quadrati costruiti sopra gli altri due lati AB ed AC. Quindi il quadrato costruito sopra uno di questi due cateti, è uguale al quadrato dell' ipotenusa, meno il quadrato dell' altro cateto.

Vale a dire $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$

$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2$, ed $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2$.

37. D. *In un triangolo ABC* (fig. 6.b) *se l' angolo C è acuto, il quadrato del lato opposto all' angolo C, com' è rispetto alla somma de' quadrati de' due lati AC, CB che comprendono il detto angolo?*

R. È minore; e se si abbassi AD perpendicolare sopra BC, la differenza, sarà uguale al doppio del rettangolo $BC \times CD$, in modo che si avrà $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2BC \times CD$ (1).

---

(1) $\overline{AB}^2$, $\overline{AC}^2$ etc. indica il quadrato che ha per lato AB, AC etc. Il prodotto poi della linea BC per CD, che si chiama ancora il rettangolo che si forma con esse rette, non è altro che il numero delle unità lineari contenuto in BC, moltiplicato pel numero delle unità lineari contenuto in CD.

38. D. *In un triangolo ABC* (fig. 6.c), *se l'angolo in A è ottuso, il quadrato del lato opposto a quest'angolo, com'è relativamente alla somma de' quadrati dei due lati AC, AB, che comprendono l'angolo CAB?*

R. È maggiore; e se si abbassi CD perpendicolare sopra BA, la differenza sarà uguale al doppio del rettangolo BA×AD; sicchè si avrà $\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 + 2AB \times AD$.

CAPITOLO V.

Proprietà delle rette parallele e degli angoli che formano le rette parallele quando sono intersegate da una terza retta.

39. D. *Due linee rette perpendicolari ad una terza, come sono tra loro?*

R. Sono parallele tra loro. Le rette AC, BD (fig. 11) sono dunque parallele, perchè perpendicolari alla stessa retta GH.

40. D. *Se due linee rette fanno con una terza due angoli interni, la di cui somma è uguale a due angoli retti, come sono tra loro?*

R. Se due linee rette AC, BD (fig. 11) fanno con una terza EF due angoli interni CGF, DFG, oppure AGF, BFG, la di cui somma sia uguale a due angoli retti, le linee AC, BD saranno parallele.

41. D. *Se due rette parallele, sono incontrate da una terza la somma de' due angoli interni a chi equivale?*

R. Equivale a due angoli retti. Le due linee rette parallele AC, BD (fig. 11) essendo incontrate da una terza EF, la somma de' due angoli interni CGF, DFG oppure AGF, BFG sarà uguale a due angoli retti.

42. D. *Se due rette parallele vengono incontrate da una terza retta gli angoli esterni a chi saranno uguali?*

R. Saranno rispettivamente uguali agli angoli interni ed opposti. Le due parallele AC, BD (fig. 11) intersecate dalla retta EF, formano gli angoli esterni CGE, EGA, EFD, EFB che sono rispettivamente uguali agl'interni ed opposti EFD, EFB, FGC, EGA, vale a dire l'angolo CGE è uguale all'angolo GFD, EGA = GFB, EFD = EGC, EFB = EGA.

43. D. *Gli angoli alterni formati da due rette parallele che vengono incontrate da una terza, come sono fra loro?*

R. Sono uguali fra loro, cioè le due rette AC, BD intersegate della terza retta EF l'angolo GFD, è uguale all'angolo AGF (fig. 11) e l'angolo BFG è uguale all'angolo FGC.

44. D. *Due rette che incontrate da una terza, hanno l' angolo esterno uguale all' interno ed opposto, oppure gli angoli alterni uguali, come sono fra loro?*

R. Sono parallele. Così (fig. 11) le due rette AC, BD essendo incontrate dalla retta EO, se avviene che l' angolo esterno EGC è uguale al suo interno ed opposto GFD, o pure gli angoli alterni AGF e GFD sono uguali tra loro, la retta AC è parallela alla retta BD.

45. D. *Due linee rette AC, BD* (fig. 12) *parallele ed una terza GH, come sono fra loro?*

R. Sono parallele tra loro cioè AC in tal caso è benanche parallela a BD.

46. D. *Se due rette sono parallele, e da due punti ad arbitrio presi in una di esse, s' innalzano due perpendicolari come saranno tra loro queste perpendicolari?*

R. Uguali fra loro. Così se le due rette BD, AC (fig. 12) sono parallele, ed alla retta AC si alzano le due perpendicolari, GH queste rette saranno nel medesimo tempo eguali fra di loro, e perpendicolari all' altra retta parallela BD. È da ciò si desume che le rette parallele sono da per tutto egualmente distanti; sicchè non mai possono incontrarsi.

CAPITOLO VI.

Di alcune proprietà de' cerchi, delle corde delle tangenti, ec.

47. D. *Tutte le rette, che partono dal centro di un cerchio, e terminano ad un punto qualunque della sua periferia, come sono tra loro?*

R. Tutte le linee rette, le quali partono dal centro di un cerchio, e vanno a terminare alla periferia, sono uguali fra loro, poichè si è detto, che il centro è ugualmente distante da qualunque punto della periferia; e queste rette tutte si chiamano raggi, o semidiametri, perocchè tutti si possono considerare come generatori del cerchio; come benanche uguali tra loro sono tutti i diametri di un medesimo cerchio, perchè sono doppî del raggio.

48. D. *Come resta diviso il cerchio e la circonferenza, da un diametro qualunque?*

R. Ogni diametro divide il cerchio e la sua circonferenza, in due parti uguali. Così il diametro A B divide il cerchio AFBE (fig. 8.a) nelle due parti AFB ed AEB uguali fra loro; come del pari la circonferenza A F B è uguale alla circonferenza AEB.

49. D. *Nel cerchio com' è la corda rispetto al diametro?*

R. Ogni corda è sempre minore del diametro, donde se ne

deduce che la massima linea retta, che si possa adattare in un cerchio, e uguale al suo diametro.

50. D. *Qual'è la maggiore e quale è la minore di tutte le corde?*

R. Di tutte le corde tirate in un cerchio, la maggiore è quella che più si avvicina al centro, e la minore è quella che più se ne discosta, ed inoltre le ugualmente lontane dal centro sono tutte uguali fra di loro. Sia la corda A B (fig. 13) eguale alla corda D E, esse saranno ugualmente lontane dal centro, vale a dire, le perpendicolari C G, CF che dal centro si abbassano su di esse, sono fra loro uguali. Sia inoltre la corda MH maggiore della corda DE, sarà questa più lontana dal centro, di quello che lo è la MH, cioè la perpendicolare CI abbassata dal centro su di M H, è minore della perpendicolare CF abbassata dal centro sulla retta D E.

51. D. *Come sono fra loro le rette che si tirano ad un cerchio da un punto preso fuori di esso?*

R. Di tutte le rette tirate ad un cerchio da un punto fuori di esso, la maggiore è quella che passa pel centro, e le altre diminuiscono a misura che si allontanano da questa retta. Così (fig. 14) al cerchio AEBD essendo tirate dal punto F, preso fuori di esso le rette FB, FG, FH, FM, sarà FB la maggiore, perchè passa pel centro C, FG maggiore di FH, ed FH maggiore di FM.

Sono poi uguali tra loro quelle rette, che sono ugualmente distanti dalla retta che passa pel centro. Così (fig. 14) la retta FK è uguale alla retta FG, perchè amendue sono ugualmente distanti dalla retta FB, o che val lo stesso perchè le perdicolari CP e CQ abbassate dal centro C su queste rette sono uguali. Finalmente le due rette FO ed FN, le quali toccano il cerchio ne' punti O ed N, ossia le sono tangenti, e passano pel punto F, sono uguali tra loro, e son minori di qualunque altra retta la quale interseca il cerchio, e passa pel punto dato.

52. D. *La perpendicolare inalzata all'estremità di un raggio qualunque, cosa è al cerchio?*

R. È tangente al cerchio. Tal'è la perpendicolare FN inalzata dall'estremo N del raggio NC (fig. 14) come parimente FO si dice essere tangente al cerchio, perchè perpendicolare inalzata dall'estremo O del raggio OC.

53. D. *Da uno stesso punto della periferia, quante tangenti si possono condurre al cerchio?*

R. Una sola. Così (fig. 14) dal punto N si può tirare al cerchio AEBD solo la tangente NF, e dal punto O solo la tangente OF.

54. D. *Da un punto fuori la periferia di un cerchio, quante tangenti si possono condurre al cerchio?*

R. Due sole tangenti e sono uguali tra loro. Così (fig. 14)

dal punto F si possono condurre al cerchio AEBD solo le tangenti FO ed FN, ed FO è uguale ad FN.

55. D. *Quale è il rapporto tra il quadrato fatto sulla tangente ad un cerchio, ed il rettangolo fatto dalle parti della secante allo stesso cerchio e tirata dallo stesso punto?*

R. Nel cerchio AEBD (fig. 14.) se dal punto F preso fuori della periferia si tira la tangente FN e la secante qualunque FRH sarà sempre il quadrato fatto sopra FN uguale al rettangolo fatto da FH ed FR e si dice $\overline{FN}^2 = FH \times FA$.

CAPITOLO VII.

Di poligoni in generale e di alquante proprietà necessarie per la loro misura.

56. D. *Oltre i triangoli, i quatrilateri ed i cerchi quali altre figure si considerano nella geometria piana?*

R. La geometria considera benanche le proprietà di tutte le altre figure piane, che hanno cinque o più lati, e che si dicono poligoni regolari, perchè hanno lati ed angoli uguali. Ed ogni figura prende il nome dal numero de' suoi lati; e si chiama perciò, trilatera, o triangolo, ogni figura rettilinea, di cui il suo perimetro è formato da tre lati, ed è questa la più semplice di tutte le figure; si chiama quadrilatera allorchè è formato da quattro lati; pentagono, se è formato da cinque lati; esagono, se è formato da sei lati, e finalmente si chiama moltilatera o poligono, ogni figura di cui il suo perimetro è formato da più di quattro lati.

57. D. *Quando una figura dicesi equilatera e quando equiangola?*

R. Una figura dicesi equilatera quando ha tutti i lati uguali come sarebbe il triangolo equilatero, il quadrato il pentagono regolare, l'esagono ec. ec. E dicesi poi equiangola allorchè ha soltanto gli angoli uguali come sarebbe il rettangolo il pentagono regolare ec. ec.

58. D. *A quanti angoli è uguale la somma degli angoli di ogni figura regolare?*

R. È uguale al doppio numero de' lati meno quattro. Ed applicando tal principio si vede che nel triangolo, il doppio numero de'lati è 6 meno 4 si ha la somma degli angoli uguale a due retti (par. 33). Ne' quadrilateri il doppio de' lati è 8 meno 4 dà 4 per la somma de' quattro angoli. Nel pentagono il doppio numero de' lati è 10 meno 4 dà 6 per la somma di cinque angoli, nell'esagono il doppio numero de' lati è 12 meno 4 la somma de' 6 angoli è uguale adunque ad 8 retti ec. ec.

59. D. *Cosa è la diagonale di un quadrilatero e come per essa resta diviso?*

R. Si chiama diagonale la linea, che unisce i vertici di due angoli non adiacenti di un quadrilatero: tali sono tutte le linee AC, BD nella (figura 7.a.b.c.) e per esse il quadrato il rettangolo, il parallelogrammo il rombo restano divisi in due triangoli uguali cioè ABC è uguale DBC (fig. 7.a.b.c.d.)

60. D. *Cosa è l'altezza d'un triangolo, di un quadrato di un rettangolo di un parallelogrammo d'un trapezio.*

R. L'altezza d'un triangolo è la perpendicolare abbassata dal vertice d'uno de' suoi angoli sul lato opposto ad esso angolo che si prende per base del triangolo. Così nel triangolo ABC (fig. 6.b) la perpendicolare AD esprime la sua altezza, qualora considerasi per base del triangolo il lato BC, e parimente, le perpendicolari BD, CD dinoteranno l'altezza del triangolo, se si prendano AC, AB per basi — Nel quadrato ciascuno de'suoi lati può dinotare la sua altezza — Nel rettangolo si può prendere per altezza, ogni lato adiacente a quello che si considera per base. Così nel rettangolo ABCD (fig. 7.b) se si prenda AB, o pur CD per base, AD o BC ne dinoterà la sua altezza; e se si prenda AD o BC per base, AB o CD ne indicherà l'altezza del rettangolo — L'altezza d'un parallelogrammo, è la perpendicolare che misura la distanza di due lati opposti, ovvero che vale lo stesso, è la perpendicolare abbassata da uno dei vertici degli angoli del parallelogrammo sul lato opposto. Tali sono le perpendicolari DF, CH, AG, DI (fig. 7.c). Lo stesso dicasi pel rombo. — L'altezza del trapezio poi è la perpendicolare tirata fra i suoi lati paralleli, o che vale lo stesso, è la perpendicolare abbassata da uno de' vertici de' suoi angoli, sul lato opposto parallelo. Nel trapezio adunque ABCD (fig. 7.e) la perpendicolare EF ne dinota la sua altezza, come del pari le perpendicolari DG, e CH.

61. D. *In ogni triangolo ogni retta parallela ad un lato come divide gli altri due?*

R. In un triangolo qualunque ABC, (fig. 15) la retta EF essendo parallela all'altra AB, i rimanenti due lati CA e CB del triangolo saranno divisi in parti proporzionali, cioè AE stà ad EC come BF ad FE, ossia se AE è doppia o tripla di EC anche BF sarà doppia o tripla di FC.

Ed è pur vera la proprietà inversa cioè se nel triangolo ABC (fig. 15) avviene che AE sta ad EC come BF ad FC la retta EF deve essere parallela all'altra AB.

62. D. *Cosa s'intende per triangoli simili, e quali sono i caratteri della simiglianza de' triangoli?*

R. Si chiamano triangoli simili quelli che hanno gli angoli rispettivamente uguali ed i lati omologhi proporzionali. Per lati

omologhi s' intendono quelli che hanno la medesima posizione e che sono adiacenti ad angoli uguali.

Or quando due triangoli sono equiangoli ed i loro lati omologhi sono proporzionali, essi saranno simili. Così dunque i due triangoli ABC, DEF (fig. 16) avendo gli angoli in A. B. C uguali agli angoli in D, E, F essi triangoli saranno simili.

II. I triangoli che hanno i lati rispettivamente paralleli sono simili poichè sono equiangoli. Così i due triangoli ABC, DEF (fig. 16) avendo il lato AB parallelo al lato DE, il lato AC parallelo a DF, e CB parallelo a FE saranno simili tra loro.

III. I triangoli che hanno un angolo uguale compreso fra lati proporzionali saranno simili. Così i due triangoli ABC, DEF (fig. 16) se hanno per esempio l'angolo in A uguale all'angolo in D ed AB sta ad AC come DE a DF, o pure l'angolo in B uguale all'angolo in E ed AB : BC : DE : EF o finalmente l'angolo in C uguale all'angolo in F ed AC : CB :: DF : FE essi triangoli sono simili.

IV. I triangoli che hanno tutti i lati omologhi proporzionali sono simili. Se dunque ne' due triangoli ABC, DEF avviene che AB: DE :: AC : DF :: CB : FE i due triangoli sono simili.

V. Due triangoli sono simili quando hanno i lati rispettivamente perpendicolari. Così i due triangoli ABC, fde avendo il lato fd perpendicolare ad AB, d e perpendicolare ad AC ed fe perpendicolare a CD essi trangoli sono simili.

63. D. *Due poligoni qualunque quando sono simili e due poligoni regolari d'un medesimo numero di lati, come sono fra loro.*

R. Due poligoni qualunque sono simili, quando hanno gli angoli rispettivamente eguali, ed i lati omologhi proporzionali.

Due poligoni poi regolari e d'un medesimo numero di lati, sono sempre simili. Prendiamo per esempio i due esagoni regolari ABCDEF, abcdef (fig. 17.b) La somma degli angoli essendo la medesima nell'una e nell'altra figura, ed essendo uguale ad otto angoli retti (par. 58) l'angolo BAF è il sesto di questa somma, come pure lo è baf; dunque BAF = baf: l'istesso succede degli altri angoli, sicchè questi poligoni sono equiangoli. Di più per la natura di queste figure poichè AB = BC = CD... ed ab = bc = cd si avrà AB : ab :: BC : bc :: CD : cd..— Dunque i due poligoni hanno gli angoli uguali ed i lati omologhi proporzionali per cui sono simili.

CAPITOLO VIII.

Risoluzione di alquanti problemi.

Problema I. Dividere la retta data AB (fig. 18.a) in due parti uguali.

Da' punti A e B come centri, e con un raggio qualunque ma sempre maggiore della metà di AB, si descrivono due cerchi, i quali s'intersecheranno ne' due punti D ed E ugualmente lontani da' punti A e B; pei due punti D, E si tira la linea DE, questa taglierà la linea AB in due parti uguali nel punto C. Si noti che non è necessario di descrivere per intero i due cerchi, ma solamente quella piccola porzione vicina a' due punti d'incontro D ed E come IL, MN, GH, PQ.

Problema II. Da un punto A (fig. 19.a) dato sulla retta CB alzare una perpendicolare a questa retta.

Si prendono i punti C e B ugualmente distanti dal punto dato A, dai punti C e B come centri, e con un raggio maggiore di BA, di poi centro B e con un raggio maggiore di BA si descive l'arco di cerchio EF, similmente centro C e l'istesso raggio si descrive l'arco di cerchio GH, si unisce il punto D intersezione de' due archi col punto A la retta DA, sarà la perpendicolare richiesta.

Se però si dovesse elevare una perpendicolare dall'estremo della linea BA, (fig. 19.b) che non si può prolungare, perchè termina all'orlo del foglio dove deve praticarsi la costruzione, converrà in tal caso prendere ad arbitrio al di sopra della indicata retta AB, e fra i punti A e B un punto E qualunque, dal quale come centro, e con la distanza EA come raggio, si descriva un cerchio ACF, il quale segherà la linea AB nel punto D, si congiungano i punti D ed E con la linea DE, che prolungata va ad intersecare il medesimo cerchio ACF nel punto F, si congiunga la retta FA, questa sarà la domandata perpendicolare.

Problema III. Da un punto *A* dato fuori della retta BD, abbassare una perpendicolare sopra questa retta (fig. 20).

Dal punto A, come centro, e con un raggio sufficientemente grande e tale da intersegare la retta data, si descrive un cerchio, che taglia la retta BD nei due punti B e D, si segna in seguito un punto E egualmente distante dai punti B, e D, o che val l'istesso, si divide BD per metà in E, e congiunta AE sarà questa la perpendicolare cercata. Si noti che non è necessario di compiere il cerchio, ma soltanto l'arco finchè interseca la retta ne' due punti.

Problema IV. Al punto A della linea AB (fig. 21) fare un angolo uguale all'angolo dato EDF.

Dal vertice D dell'angolo dato come centro, e con un rag-

gio ad arbitrio si descrive l'arco EF che termina ai due lati dell'angolo, dal punto A come centro, e con un raggio AB uguale a DE, si descriva l'arco indefinito BC; si prenda poi un raggio uguale alla corda EF e dal punto B, come centro, e con questo raggio si descriva un arco, che taglia in G l'arco BC si unisca AG; l'angolo BAG sarà uguale all'angolo EDF.

Problema V. Dividere un angolo, o un arco dato, in due parti uguali.

1. Se bisogna divider l'arco AB (fig. 22) in due parti uguali, dai punti A e B come centri, e con uno stesso raggio si descrivono gli archi GH, IL, PQ, RS, che si tagliano ne' punti M ed N; congiunta MN, questa retta dividerà l'arco AB per metà nel punto E.

2. Se poi bisogna dividere in due parti uguali l'angolo ACB (fig. 22) si comincia dal descrivere, col vertice C come centro, e con un raggio qualunque l'arco AB, di poi diviso quest'arco per metà nel punto E la retta CE, la quale unisce il vertice col punto medio dell'arco, dividerà parimente l'angolo ACB in due parti uguali.

Potendosi coll'istessa costruzione suddividere ciascuno degli angoli o degli archi per metà, si viene in tal guisa a dividere l'angolo o l'arco in quattro, in otto ec. parti uguali. Così per esempio essendosi diviso l'arco AE e l'angolo ACE (fig. 22) per metà mediante la retta CD, sarà l'arco AD quarta parte dell'arco AB e l'angolo ACD quarta parte dell'angolo ACE.

Problema VI. Per un punto dato E (fig. 23) condurre una parallela alla linea retta data AB.

Dal punto A, come centro, e col raggio AE qualunque si descriva l'arco indefinito EO; del punto E, come centro e col medesimo raggio si descrive l'arco AF: si faccia centro O ed intervallo un raggio uguale ad AE, si descrive un arco di cerchio il quale taglierà l'arco AF nel punto F, si unisca EF, questa retta sarà parallela alla retta data AB.

Problema, VII. Sia data la retta AB e si voglia dividere in parti che abbiano un dato rapporto come ad esempio quella di 1 a 2.

Al punto A della retta AB (fig. 18.b)si facci un angolo qualunque BAC, si prenda la retta AD a piacere, e di poi riportandola sulla DE si tagli DE doppia di AD, si unisce DE e dal punto D si tiri DF parallela ad EB sarà AF metà di FB e quindi la retta data AB si è divisa nelle parti AF ed FB che sono tra loro come 1 a 2.

Problema VIII. Sopra una data retta costituire un triangolo equilatero.

Sia (fig. 24 a) BC la retta data, si faccia centro B intervallo BC si descrive un arco di cerchio DE, similmente centro C intervallo BC un altro arco di cerchio FG, il quale incontra il primo

arco nel punto A; unite la retta AB, AC, sarà ABC il triangolo il quale è costruito sulla retta data, ed è equilatero, giacchè i suoi tre lati sono uguali.

Problema IX. Sopra una data retta costruire un triangolo isoscele.

Sia (fig. 24 b) BC la retta data, fatto centro B ed un intervallo qualunque, si descrive un arco di cerchio DE, di poi centro C l'istesso intervallo, si descrive un altro arco FG, il quale incontra il primo nel punto A, unite le rette BA AC, sarà ABC il triangolo il quale è costruito sulla retta data, ed è isoscele perchè AB = AC.

Problema X. Costruire un triangolo uguale ad un dato triangolo scaleno.

Sia BC la retta ed MNP il triangolo dato. Si taglia la retta BC uguale ad MP, si faccia centro B ed intervallo una retta uguale ad MN, si descrive un arco di cerchio DE, centro C ed intervallo una retta uguale a PN si descrive un altro arco FG il quale incontra l'altro nel punto A; unite le rette AC, BA; sarà BAC il triangolo il quale è costruito sulla retta BC, ed è uguale al triangolo dato MNP, giacchè i suoi tre lati sono uguali a tre lati MP, MN, NO.

Problema XI. Costruire sopra una data retta un quadrato.

Sia (fig. 7 a) AB la retta data, si eleva dal punto A la perpendicolare AD, e si taglia AD uguale ad AB, si eleva da B la perpendicolare BC, e si taglia BC uguale ad AB, si uniscono i punti D e C, sarà ABCD il quadrato costruito sulla retta AB perchè gli angoli sono retti ed i quattro lati uguali.

Problema XII. Costruire sopra una data retta un rettangolo.

Sia (fig. 7 b) AB la retta data, si eleva dal punto A la perpendicolare AD, e si taglia AD maggiore o minore di AB, si elevano da' punti D e B le perpendicolari DC, BC, alle rette AD ed AB; sarà ABCD il rettangolo costruito sul lato AB perchè i quattro angoli sono retti.

Problema XIII. Trovare il centro di un cerchio, o di un arco dato.

Si voglia per esempio ritrovare il centro del cerchio BDCF (fig. 20) o pure il centro di cui un arco qualunque BFC. Si prendono a piacere nella circonferenza, o nell'arco dato, tre punti B, F, C, si tirano, le rette FB, e FC, si dividono queste rette in due parti uguali ne' punti G ed H, si alzano da questi punti le perpendicolari GA ed HA alle due rette FB, FC; il punto A, ove queste perpendicolari s'incontrano, sarà il centro del cerchio FBDC, o dell' arco dato BFC.

Problema XIV. Per un punto dato nella circonferenza di un cerchio, condurre una tangente al cerchio dato.

Sia il punto dato N (fig. 14) sulla circonferenza del cer-

chio AEBD. Si ritrova il centro C del cerchio dato, si tira il raggio CN, e dal punto dato N innalzato a questo raggio la perpendicolare NF, essa sarà la tangente richiesta.

Problema XV. Da un punto dato fuori la circonferenza di un cerchio, tirare una tangente al cerchio.

Sia F il punto dato fuori del cerchio AEBD (fig. 25). Si ritrova il centro C del cerchio dato, si unisca le retta FC e si divida per metà nel punto O; dal punto O come centro, e col raggio OC si descriva un cerchio il quale taglierà la circonferenza data ne' due punti G ed H si uniscano le rette FG ed FH e saranno queste le due tangenti che si possono tirare dal punto dato F al cerchio AEBD.

Problema XVI. Costruire sopra una retta un pentagono regolare uguale ad un pentagono dato.

Sia ABCDE il pentagono regolare dato ed AB la retta (fig. 17 a). Si tagli la retta AB uguale ad ab. A' punti A e B estremi della retta si formino gli angoli BAE ed ABC uguali agli angoli bae, abc, di poi centro A intervallo AB e centro B intervallo BA si tagliano AE BC uguale ad AB, al punto E estremo della AE si formi l'angolo AED parimenti uguale all'angolo abc si tagli ED uguale ad AE, si unisce DC sarà ABCDE il pentagono regolare costruito nella retta AB ed uguale al pentagono abcde, giacchè i lati AB, BC, CD, DE, EF sono uguali ad ab, bc, cd, de, ef.

CAPITOLO IX.

Divisione della periferia del cerchio, e rapporto tra il diametro e la circonferenza.

64. D. Come si divide la circonferenza di un cerchio?

R. Ogni circonferenza di cerchio si divide in 360 parti uguali che si chiamano *gradi;* ogni grado si divide in 60 parti uguali che si chiamano *minuti primi;* ogni minuto primo si divide in 60 parti uguali che si chiamano *minuti secondi* e così di seguito. S'indica il grado col segno zero messo sul numero, il minuto primo con una virgoletta sul numero, il minuto secondo con due virgolette ec. Così per esempio volendo indicare che l'arco FG (fig. 8.ª) è di 34 gradi, 3 minuti primi e 6 secondi si scriverà arco FG $= 34^{\circ}. 3'. 6''$.

65. D. *Quale è il rapporto tra la circonferenza del cerchio ed il suo diametro?*

R. La circonferenza del cerchio sta al suo diametro, approssimativamente come 22 a 7. La circonferenza del cerchio si suole

indicare col simbolo Π (1). Chiamando, dunque d il diametro di un cerchio, qualunque si avrà Π: d=22 : 7, e perciò $\Pi=\frac{22d}{7}$ — Se dunque il diametro d si suppone eguale all' unità = 1, si avrà $\Pi=\frac{22}{7}$ $=3\frac{1}{7}$ = a 3,14159 etc. dandogli un'approssimazione in decimale. Per facilità ne'calcoli, si considera però $\Pi=\frac{22}{7}$ o pure uguale a 3, 141 millesimi.

CAPITOLO X.

Della misura delle linee, degli archi, degli angoli e delle superficie.

66. D. *Come si misura una linea retta?*

R. Misurare una linea retta, vale lo stesso che trovare il rapporto numerico di essa retta con un' altra presa per unità di misura. Così supponiamo che cercasi di misurare la linea retta AB (fig. 26), e che l' unità di misura venga espressa dalla retta CD, vale a dire che questa rappresenta una tesa, una canna, un palmo, o dieci tese, quattro canne, tre palmi ec. Allora se la retta CD è minore di AB, si porterà la CD sulla AB tante volte quante può esservi contenuta, per esempio due volte e col resto BE. Si porterà in seguito il resto BE sulla linea retta CD tante volte quante può esservi contenuto; una volta, p. e. col resto GD. Questo residuo si porterà su di EB tante volte quante può essere contenuto. E così si continuerà finchè si abbia un resto che sia contenuto un numero esatto di volte nel suo precedente. Per esempio se si trova che GD è contenuto due volte esattamente in EB, DG sarà la comune misura delle due linee proposte. Sia DG uguale ad 1, si avrà EB = 2; ma CD è uguale ad EB + GD; dunque CD; sarà = 3; e poichè AB contiene due volte CD + EB dunque sarà uguale 6 + 2 = 8: sicchè il rapporto delle due linee AB e CD è quello di 8 a 3. Se dunque CD rappresenta una tesa, AB sarà uguale a $\frac{8 \text{ tese}}{3}$ = cioè a 2 tese, 4 pollici. Se CD rappresenta 10 tese, AB sarà uguale $\frac{8\times10}{3}$ = 26 tese, 4 pollici.

67. D. *Come si ottiene il perimetro d' un poligono qualunque?*

R. La misura del perimetro di un poligono qualunque, si

(1) È questa una parola greca la quale si pronunzia *pi*.

ha misurando separatamente ciascun lato di essa figura, la somma di tutte le unità esprimendo la misura di essi lati, darà il perimetro del poligono. Così p. e. (fig. 27) del poligono ABCDEFGH supposto che AB sia uguale a 4, BC = 3, CD = 5, DE = 2, EF = 3, FG = 6, GH = 7, HA = 5, il perimetro sarà 4 + 3 + 5 + 2 + 3 + 6 + 7 + 5 = cioè a 35. Ne' poligoni equilateri cioè quelli che hanno tutti i lati uguali, basterà moltiplicare il numero esprimendo le unità di uno de' lati, pel numero de' lati. Così se uno de' lati di un triangolo equilatero, è uguale a 3, il perimetro di esso triangolo sarà uguale a 9, se nel lato di un quadrato è 4 il suo perimetro sarà 16, se uno de' lati di un pentagono regolare è uguale a 5, il suo perimetro sarà uguale a 25, e così via discorrendo. E per la stessa ragione volendo il perimetro di un rettangolo qualunque ABCD, essendo i lati opposti uguali, (fig. 7.b) bisogna misurare i due lati AB e BC e prenderne il doppio; e parimenti del parallelogrammo ABCD (fig.7.c)bisogna misurare i due lati AB e BC e raddoppiandoli si avrà l'intero perimetro.

68. D. *Come si misura la circonferenza di un cerchio?*

R. Il contorno di un cerchio, o sia la sua circonferenza, si ha moltiplicando il diametro di esso cerchio per $\frac{22}{7}$. (par. 65) Quindi volendo (fig. 28.) la circonferenza del cerchio ABCD, il cui raggio è 5 e quindi il diametro è 10, la circonferenza sarà uguale a $10 \times \frac{22}{7} = \frac{220}{7} = 31\frac{3}{7}$.

69. D. *Come si misura un arco qualunque?*

R. La misura di un arco qualunque, si ha rapportando quest'arco alla sua circonferenza, e notandone la ragione perchè in tal caso conosciuta la circonferenza, è facile venire in cognizione dell'arco. Così supposto che vogliasi conoscere l'arco EO del cerchio AEBD (fig. 14) il di cui raggio è 6 unità, e supposto che l'arco EO sia la settima parte della circonferenza; poichè la circonferenza è uguale $12 \times \frac{22}{7}$, sarà l'arco eguale a $12 \times \frac{22}{7}$ il tutto diviso per 7 ossia è uguale a $12 \times \frac{22}{49} =$

Ma se l'arco non è contenuto un numero esatto di volte, come ad esempio un arco sia di 57°, non essendo 360°, ossia la circonferenza intera divisibile esattamente per 57, si cercherà allora il rapporto dell'arco alla circonferenza nel modo stesso che si è detto per le linee rette (§. 66), conosciuto questo rapporto, e conosciuta la circonferenza, si conoscerà l'arco. Così ad esempio vogliasi misurare l'arco AB del cerchio ABCD (fig. 28). Si porta l'arco AB sulla circonferenza tante volte

quante può esservi contenuto, p. e. 6 volte e col resto AE, quest'arco AE si porta sull'arco AB, e supponiamo che vi sia contenuto una volta e col resto FB, si porta quest'arco FB sul primo resto AE, e supposto che vi sia contenuto esattamente due volte, si sarà così ritrovato il rapporto dell'arco alla circonferenza in numeri. Difatti essendo EB contenuto in AE due volte, se si esprime FB con 1, AE sarà espresso da 2, ma l'arco AB contiene una volta AE più FB, sarà dunque espresso da 3, e la circonferenza contenendo l'arco AB, 6 volte più AE, sarà dunque espressa da $3 \times 6 + 2 = 20$, dunque la circonferenza sta all'arco come 20 : 3. Se quindi la circonferenza ABCD si suppone uguale a 30, l'arco AB sarà uguale $\frac{3}{20} \times 30 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$.

70. D. *Nel generale come vengono misurati gli angoli e quanti gradi tiene l'angolo retto?*

R. Gli angoli nel generale sono misurati dagli archi intercetti fra i lati, e descritti dai vertici come centri e con raggi uguali. E ciò perchè, l'angolo al centro del cerchio e l'arco intercetto fra i suoi lati, hanno un tal legame, che quando l'uno aumenta, o diminuisce, in un rapporto qualunque, l'altro aumenta, o diminuisce nel rapporto medesimo, si può dunque stabilire una di queste grandezze per misura dell'altra: laonde si può prendere l'arco BF per la misura dell'angolo BGF (fig. 29), e l'arco EF per quello dell'angolo ECN. Bisogna solamente fare attenzione quando si paragonano gli angoli fra loro, che gli archi, i quali servono loro di misura, siano descritti con raggi uguali. Or se nel cerchio ABED (fig. 29) si considerano due diametri AB, ED perpendicolari fra loro, la circonferenza resterà divisa in quattro parti uguali, poichè i quattro angoli ACE, ECB, BCD, DCA sono retti e perciò uguali, e gli archi AE, EB, BD, AD che misurano essi angoli, come ora si è detto, e che hanno i loro vertici al centro saranno pure uguali fra loro. Essendo quindi la circonferenza di 360 gradi, ciascuno di questi quattro archi, sarà uguale a $\frac{360}{4} = 90°$, e perciò l'angolo retto ch'è misurato da uno di questi archi, sarà di 90°.

71. D. *L'angolo al centro o alla periferia di un' cerchio da chi vien misurato?*

R. L'angolo BGF formato da due raggi BG, GF, del cerchio AEBD (fig. 29) si misura dall'arco BF, mentre l'angolo BAF alla periferia, o detto altrimenti iscritto al cerchio BEAD ha per misura la metà dell'arco BF compreso fra i suoi lati, poichè è uguale alla metà dell'angolo BGF. Cosicchè se l'arco BF

è la sesta parte della circonferenza BDAE, sarà l'angolo BGF uguale a 60 gradi e l'angolo BAF uguale alla metà di $\frac{360°}{6}$ uguale cioè a 30°.

72. D. *L'angolo nel semicerchio a chi è uguale?*

R. È uguale ad un angolo retto. Imperocchè l'angolo AFB (fig. 29) iscritto nel semicerchio, avendo per misura la metà della mezza circonferenza AEB ossia 90°, sarà un angolo retto.

73. D. *Come si misura la superficie di un poligono in generale, ed in particolare quella di un rettangolo?*

R. Il quadrato è stato scelto per la misura delle superficie a cagione della sua regolarità. Si prende per unità quello che ha per lato l'unità lineare; in tal guisa, una canna quadrata, è un quadrato che ha per lato una canna, un passo quadrato ha per lato un passo. Ciò premesso, misurare una superficie qualunque, è lo stesso, che cercare quante volte essa contenga il quadrato preso per unità. Se questa superficie ha la figura del rettangolo ABCD (fig. 30) si potranno subito collocare nel senso della sua lunghezza, tanti quadrati eguali ad a b c d, quante volte il lato a b sarà contenuto in AB; in tal modo si formerà una fila di quadrati, che potranno ripetersi nel rettangolo, tante volte, per quando la larghezza di esso rettangolo, conterrà il lato del quadrato a b c d; e si conosceranno così le unità lineari contenute nel rettangolo; mentre il numero totale de' quadrati contenuti nel rettangolo ABCD, sarà eguale al prodotto de' numeri contenuti ne' due lati contigui di questo rettangolo. Sulla figura il primo lato contiene cinque parti, e l'altro due; sarà dunque il numero dei quadrati contenuti nel rettangolo 5 volte 2. Ne siegue da ciò, che la misura di qualsiasi rettangolo si ha moltiplicando la lunghezza per la sua larghezza.

74. D. *Come si misura la superficie di un qualunque triangolo?*

R. La misura di un triangolo, o sia quella della sua superficie, si ottiene moltiplicando la base del triangolo, per la metà della sua altezza. Sia ABC (fig. 6.b) un triangolo qualunque, di cui cercasi misurare la sua aia, o superficie. Dal vertice A si abbassa la perpendicolare AD sul lato CB preso per base; il prodotto di CB per $\frac{1}{2}$ AD darà l'area o la superficie richiesta. O pure preso AC per base del triangolo, la superficie è uguale a AC moltiplicato per la metà della perpendicolare BD; o finalmente è uguale a BA moltiplicato per la metà di CD.

75. D. *A chi è uguale la superficie di un quadrato, o di un parallelogrammo?*

R. La superficie di un quadrato è uguale al quadrato di un suo lato. Quella di un parallelogrammo qualunque, è uguale al prodotto della sua base per l'altezza. Adunque la superficie del quadrato ABCD (fig. 7 a.) è uguale al quadrato di AB, che

supposto essere uguale a tre unità, la superficie del quadrato sarà 9. E nel parallelogrammo ABCD (fig. 13), la sua area o superficie, si ha moltiplicando il lato AB, preso per base, per l'altezza DF, o pure il lato BC per la perpendicolare o altezza AG. Cosicchè se AB contiene 8 unità, e DF, 6, l'area del parallelogrammo sarà uguale ad $8 \times 6 = 48$ unità quadrate.

76. D. *La superficie d'un trapezio a chi è uguale?*

R. La superficie d'un trapezio (s'intende sempre a basi parallele) ha per misura il prodotto della somma de' suoi due lati paralleli per la metà della sua altezza. Sia ABCD un trapezio (fig. 7.e), di cui i lati paralleli sieno CD ed AB; l'aia di questo trapezio si otterrà moltiplicando $CD + AB$ per la metà dell'altezza CH. Se AB contiene p. e. 9 unità, DC, 13, CH, 6; si avrà l'area del trapezio sommando 9 e 13, e moltiplicando la loro somma 22 per la metà di 6, o sia 3, sicchè 66 unità quadrate è la superficie del trapezio dato ABCD.

77. D. *Come si ottiene la superficie d'un poligono qualunque?*

R. La misura della superficie d'un poligono qualunque si ha facilmente, risolvendolo in triangoli per mezzo delle rette che si conducono da uno de' vertici de' suoi angoli, a' vertici degli altri angoli del poligono. Trovandosi così diviso il poligono in triangoli, si calcolerà di essi separatamente l'area misurando il lato sul quale s'abbassa la perpendicolare e la perpendicolare istessa: la somma delle superficie di tutti questi triangoli, dà la superficie del proposto poligono. Sia adunque ABCDEFGH (fig. 27) il poligono di cui cercasi misurarne la sua superficie. Si conducono dal vertice A le rette AC, AD, AE, AF, AG, resterà esso poligono diviso ne' triangoli ABC, ACD, ADE, AEF, AFG, AGH, la somma delle aree di tutti questi triangoli, darà quella del poligono proposto.

78. D. *Come si ottiene la superficie di un poligono regolare qualunque, come pentagono esagono ec. ec.?*

R. La superficie di un poligono regolare qualunque come ad esempio del pentagono ABCDE (fig. 17 a) si ha misurando i triangoli EAB, EBD, DBC ne' quali resta diviso il pentagono per le rette EB, DB. Ma i tre triangoli essendo tutti uguali, basterà ritrovare le superficie di uno di essi e moltiplicato il valore per tre si conosce quale è la superficie del pentagono. Similmente volendo conoscere la superficie dell'esagono ABCDEF (fig. 17 b), basterà determinar quella di un triangolo FAB ed il valore moltiplicarlo per quattro, giacchè l'esagono resta diviso in quattro triangoli uguali mediante le rette che si tirano a diversi vertici. Ma nel primo come nel secondo caso la superficie di questi triangoli è uguale al prodotto della perpendicolare OG per la metà di ciascun lato (par. 74): adunque l'area del poligono

regolare qualunque si ha moltiplicando il suo contorno per la metà della perpendicolare abbassata dal centro del cerchio che passa pe' suoi angoli sopra un lato qualunque.

79. D. *A chi è uguale la superficie di un cerchio?*

R. La superficie d'un cerchio, è uguale al prodotto del quadrato del suo raggio, moltiplicato per il numero costante $\frac{22}{7}$ ossia pel rapporto della circonferenza al diametro §. 65. Cercasi adunque la superficie del cerchio AEBD (fig. 29) il di cui raggio EC è uguale 10, si avrà la medesima, moltiplicando il quadrato di 10 per $\frac{22}{7}$, cioè $100 \times \frac{22}{7} \times \frac{2200}{7} = 314 \frac{2}{7}$ unità quadrate.

80. D. *A chi è uguale la superficie di un settore circolare?*

R. La superficie di un settore circolare è uguale al prodotto del suo arco per la metà del suo raggio. Così nella (fig. 29) la superficie del settore BGF è uguale all'arco BF moltiplicato per la metà di BG che è il raggio.

81. D. *Come si misura un segmento di cerchio?*

R. È evidente che l'area del segmento BHF (fig. 29) è uguale all'area del settore GBHF meno quella del triangolo BGF. Or l'area del settore è uguale all'arco BF moltiplicato per la metà di BG, e quella del triangolo è $\frac{1}{2}$ BG $\times$ FH, sicchè quella del segmento sarà uguale ad BF $\times \frac{1}{2}$ BG — $\frac{1}{2}$ BG $\times$ FHG.



NOZIONI
DI
GEOMETRIA SOLIDA

CAPITOLO I.

Definizioni, e nomenclatura de' principali solidi con la spiegazione delle differenti parti.

1. D. *Cosa è la linea orizzontale o di livello, e quale è la linea che dicesi inclinata?*

R. Linea orizzontale, o di livello apparente, è quella che tocca, o che taglia ad angoli retti, una linea che s' immagina tirata dal centro, alla superficie della terra.

La linea AB (Tav.2.ª. fig. 31) è una linea orizzontale, perchè taglia ad angoli retti la linea CD, che dal centro C della terra, va al punto G della sua superficie, la quale superficie si considera essere propriamente quella del mare. Tutte le linee parallele alla retta AB come sarebbero le EF, CD ec. sono anco delle linee orizzontali. Ogni altra linea che non è orizzontale dicesi *inclinata*.

2. D. *Due rette nello spazio, quante posizioni possono fra loro avere?*

R. Due rette le quali si trovano nello spazio, possono fra loro avere tre posizioni. La prima cioè di essere concorrenti. La seconda di essere parallele, cioè che prolungate comunque si vogliano da ambi i sensi, non s' incontrano giammai. La terza di non essere nè parallele, nè concorrenti.

3. D. *Una retta nello spazio quante posizioni può avere rispetto ad un piano?*

R. Una retta nello spazio, per rispetto ad un piano, può avere due sole posizioni, cioè o di parallelismo o di concorrenza,

4. D. *Quando una retta è parallela ad un piano, e viceversa un piano quando è parallelo ad una retta?*

R. Una retta è parallela ad un piano, quando non può in-

contrarlo, a qualunque distanza ambedue si prolungano; e reciprocamente il piano si dice in tal caso essere parallelo alla linea retta. Così per esempio (fig. 32) la retta MN è parallela al piano AB, e questi è parallelo alla retta MN dal perchè l'una e l'altro prolungati da qualunque verso non mai s'incontrano.

5. D. *Quando una retta dicesi concorrente con un piano?*

R. Una linea retta dicesi concorrente con un piano, qualora essa ed il piano, o pure i loro prolungamenti s'incontrano.

6. D. *In quanti modi una retta può incontrare un piano?*

R. Una retta può incontrare un piano, o perpendicolarmente o obbliquamente.

7. D. *Quando è che una retta dicesi perpendicolare ad un piano e quando dicesi obliqua al piano?*

R. Dicesi una retta perpendicolare ad un piano, se è perpendicolare a tutte le rette che dal suo piede si tirano nel piano o che val lo stesso è solamente perpendicolare a due rette le quali partendo dal suo piede, sono tirate nel piano, e non sono per dritto.

Una retta la quale concorrendo con un piano, ha con questo una posizione diversa dalla perpendicolare, vien chiamata per distinzione retta obbliqua.

Sia AB un piano e CD una retta con esso concorrente nel punto D (fig. 32). Questo punto si chiama piede della retta CD, se dunque dal punto D s'immaginano tirate nel piano quante rette si vogliono DE, DH, DG, DP, DE; la linea retta CD sarà perpendicolare al piano AB, se risulta perpendicolare a tutte queste rette, o solamente se è perpendicolare alle due rette qualunque DE, DQ le quali dal piede D sono tirate nel piano AB, e sono tra loro messe ad angolo cioè non per dritto. Ogni altra retta DF che passa pel punto F fuori del piano AB ed è diversa dalla retta CD, dicesi obbliqua al piano AB.

8. D. *Cosa s'intende per linea verticale?*

R. S'intende per linea verticale, quella retta perpendicolare al piano orizzontale; la direzione di un qualunque filo a piombo da l'idea di una linea verticale.

9. D. *Cosa è il piano orizzontale?*

R. Quel circolo il quale intorno intorno termina la nostra vista, dicesi orizzonte, ed ogni piano che è a quello parallelo dicesi piano orizzontale. Un altra idea del piano orizzontale, si ha subito dalla superficie delle acque tranquille del mare, e quindi da qualunque altro piano ad esso parallelo.

10. D. *Quando tra loro due piani diconsi paralleli?*

R. Due piani diconsi paralleli tra luro, quando non possono incontrarsi a qualunque distanza si prolungano l'uno e l'altro. Tali sono i due piani AB, CD (fig. 33) i quali da qualunque verso s'intendono prolungati non mai s'incontrano.

11. D. *Cosa è l' intersezione comune di una retta con un piano?*

R. L' intersezione comune di una retta con un piano è un punto. Così (fig. 32) l' intersezione della retta CD col piano AB è il punto D, e quello delle rette CE, CQ ec. collo stesso piano AB sono i punti E, Q ec.

12. D. *Cosa è l' intersezione comune di due piani?*

R. L' intersezione comune di due piani allorchè s' incontrano, è una linea retta. Così (fig. 34) l' intersezione de' due piani AB DC, è la retta MC.

13. D. *Da chi viene misurato l' inclinazione di una retta con un piano?*

R. L' angolo CQD (fig. 32) formato dalla retta CQ e dall' altra QD, che unisce il piede D della perpendicolare CD col punto Q incontro della obliqua CQ col piano AB, si chiama angolo d' inclinazione della retta CQ col piano AB.

14. D. *Da chi vien misurata, l' inclinazione di due piani che s' incontrano, e quando due piani sono perpendicolari?*

R. L' inclinazione di due piani che s' incontrano, si misura dall' angolo formato da due rette, le quali partendo da uno stesso punto della loro comune sezione, sono una in un piano e l' altra nell' altro, ed entrambe perpendicolari alla detta comune sezione. Se quest' angolo è retto, i piani si dicono perpendicolari tra loro, se non è retto, i due piani s' incontrano obliquamente.

Siano adunque i due piani AB, CD (fig. 34) che s' incontrano, e sia MC, la loro comune sezione. Se da un punto qualunque G, preso nella retta MC, si conducono alla medesima due perpendicolari GF, GH, giacente l' una nel piano AB e l' altra nel piano CD, l' angolo FGH misurerà l' inclinazione de' due piani dati. Se quest' angolo FGH è retto, i due piani sono perpendicolari l' uno all' altro, se è ottuso o acuto i due piani saranno obliqui tra loro.

15. D. *Cosa è l' angolo solido?*

R. Lo spazio angolare, compreso da tre o più angoli piani che si riuniscono in un medesimo punto; dicesi angolo solido. Il punto di comune concorso si chiama vertice, i lati degli angoli piani, diconsi facce dell' angolo solido. Così l' angolo solido SABC (fig. 35) è formato dalla riunione degli angoli piani ASC, BSC, ASB, che ne sono le faccia, S è il vertice dell' angolo solido ed AS, SC, SB ne sono i lati.

16. D. *Cosa s' intende per triedo?*

R. L' angolo solido che vien formato da tre soli angoli piani si chiama anche triedo. Così (fig. 35) l' angolo solido SACB si chiama ancora triedo dal perchè è formato da tre angoli piani ASC, BSC, ASB.

17. D. *Quando è che un' angolo solido dicesi rettilineo, curvilineo, o mistilineo?*

R. L' angolo solido dicesi rettilineo, se i lati sono delle linee rette; curvilineo, se i suoi lati sono delle linee curve, mistilineo, se i lati sono alcune linee curve, alcune linee rette.

18. D. *Cosa è il solido detto poliedro?*

R. Si chiama solido poliedro, o semplicemente poliedro, ogni solido terminato da piani, o facce piane, le quali son terminate da linee rette.

19. D. *Cosa è il prisma?*

R. Il prisma è un solido terminato da due figure piane rettilinee, perfettamente uguali e parallele, e da tanti parallelogrammi, che si distendono fra i lati paralleli delle dette due figure. I poligoni uguali e paralleli che terminano il prisma, diconsi base, e di esse una è la base superiore, e l' altra è l' inferiore; gli altri parallelogrammi presi insieme costituiscono ciò, che si chiama superficie laterale, del prisma. Le rette uguali che terminano i parallelogrammi, diconsi lati del prisma.

Per costruire questo solido, sia ABCDE un poligono qualunque (fig. 36); eguale e parallelo all' altro poligono FGHIK; se si uniscono i vertici degli angoli omologhi di questi due poligoni con le rette AF, BG, CH, DI, EK, le facce AFGB, BCGH, DCHI, KEDI, ed AEFK comprese tra lati paralleli dei due poligoni, saranno dei parallelogrammi, ed il solido così formato ABCDEFGHIK sarà un prisma, di cui i poligoni ABCDE, FGHIK ne sono le basi, e propriamente ABCDE la base inferiore, ed FGHIK la base superiore.

20. D. *Quando un prisma si dice regolare?*

R. Un prisma si dice regolare, quando le basi sono de' poligoni regolari. Così (fig. 36) il prisma ABCDEFGHIK si dice essere un prisma regolare, perchè le sue basi ABCDE ed FGHIK, sono due pentagoni regolari.

21. D. *Cosa è l' altezza di un prisma?*

R. L' altezza di un prisma è la distanza delle sue basi, o che val lo stesso la perpendicolare abbassata da un punto della base superiore, sopra il piano della base inferiore. Tale sarebbe la perpendicolare mn (fig. 36) abbassata dal punto m che è nella base superiore FGHIK, sulla base inferiore ABCDE.

22. D. *Quando un prisma si dice retto?*

R. Un prisma si dice retto, allorchè i suoi lati AF, BG CH, DI, EK (fig. 36) sono perpendicolari ai due piani delle basi; ed allora ciascuno di questi lati è uguale all' altezza del prisma. In ogni altro caso il prisma si dice obbliquo.

23. D. *Quando un prisma dicesi triangolare, quadrangolare, pentagono, esagono ec.?*

R. Un prisma è triangolare, quadrangolare, pentagono, esa-

gono ec., secondo che la base è un triangolo, un quadrilatero, un pentagono, un esagono. Così (fig. 37) il prisma ABCDEF si dice triangolare perchè ha per base il triangolo ABC; il prisma ABCDEFGH (fig. 38) si dice quadrangolare, perchè ha per base il quadrilatero ABCD, e il prisma ABCDEFGHIK (fig. 36) si dice pentagono perchè la sua base è il pentagono ABCDE ec.

24. D. *Quale altra denominazione si dà al prisma quadrangolare ?*

R. Il prisma quadrangolare, chiamasi anche parallelepipedo. Tale è il solido ABCDEFGH (fig. 38).

25. D. *Quando il parallelepipedo dicesi rettangolare ?*

R. Il parallelepipedo è rettangolo, allorchè tutte le sue facce sono rettangoli. Così (fig. 38) il parallelepipedo ABCDEFGH è rettangolare, perchè le sue facce ACEG, BDFH, CDGH, ABEF sono tutti rettangoli.

26. D. *Cosa è il cubo ?*

R. Tra i parallelepipedi rettangoli, si distingue il cubo, che è quel solido compreso da sei quadrati eguali tra loro. Così (fig. 39) ABCDEFGH è un cubo, perchè le sei figure che lo racchiudono, cioè ABCD, EFGH, ABEF, DCGH, AECG, BFDH sono tutti quadrati, ed uguali tra loro.

27. D. *Cosa è la piramide ?*

R. La piramide è un solido formato da più piani triangolari, i quali partono da un punto, e son terminati ai differenti lati d' un medesimo poligono. Così ABCDES è una piramide (fig. 40), il di cui poligono ABCDE si chiama la base della piramide; il punto S n' è il vertice, ed il complesso dei triangoli ASB, BSC, CSD, DSE, ESA formano la superficie laterale della piramide.

28. D. *Quale è l' altezza della piramide ?*

R. L' altezza della piramide, è la perpendicolare abbassata dal vertice sul piano della base, prolungato se occorre. Così la retta SM è l' altezza della piramide SABCDE, (fig. 40) ed S' m' è l' altezza della piramide S' A' B' C' D' E' (fig. 41).

29. D. *Quando una piramide dicesi triangolare, quadrangolare etc. ?*

R. La piramide si dice triangolare, quadrangolare etc. secondochè la base è un triangolo, un quadrilatero etc. Così (fig. 42) la piramide SACB si dice essere triangolare perchè la sua base è il triangolo ABC, la piramide SABCD (fig. 43) si dice quadrangolare perchè la sua base è il quadrilatero ABCD ec.

30. D. *Quando una piramide dicesi regolare, o retta, e viceversa irregolare o obliqua?*

R. Una piramide è regolare o retta, quando la base è un poligono regolare, e nel tempo stesso, la perpendicolare abbassata dal vertice sul piano della base, passa pel centro di essa

base. Questa retta, si chiama in tal caso, l'asse della piramide. Avvenendo il contrario, per una, o per tutte due queste condizione, la piramide si dice irregolare o obbliqua. Così (fig. 40) la piramide SABCDE si dice regolare o retta perchè, la sua base ABCDE è un pentagono regolare, e la perpendicolare SM passa pel centro M della base; e la piramide S' A' B' C' D' E' (fig. 41) si dice irregolare o obliqua perchè la sua base è un poligono irregolare e la sua perpendicolare S' m' cade fuori il centro della base A' B' C' D' E'.

31. D. *Cosa è il cono retto?*

R. Se un triangolo rettangolo SAB (fig. 44) si fa girare intorno uno de' suoi cateti per esempio intorno al cateto SA, descrivendo l'altro cateto AB un cerchio, e l'ipotenusa SB una superficie curva; il solido SCDBE risultante da tal rivoluzione, terminato dalla superficie piana CDBE ch'è un cerchio, e dall'altra curva SBC, dicesi cono retto. Il cateto immobile SA dicesi asse del cono, o pure l'altezza del cono, l'estremo superiore S dell'asse, n'è il vertice; qualunque retta, la quale unisce il vertice S con un punto della periferia della base, dicesi lato; e la superficie SBC descritta dall'ipotenusa SB, chiamasi superficie curva del cono.

Questo cono poi SCDB si dice cono retto perchè l'asse SA è perpendicolare al piano della base CDB.

32. D. *Qual'è il cono obbliquo, quale n'è l'altezza, ed in che differisce la sua generazione da quella del cono retto?*

R. La generazione sopra indicata è particolare, perchè appartiene ai soli coni retti a base circolare. Se poi si voglia la generale formazione del cono, basta far muovere una retta S'B', (fig. 45) la quale si nomina generatrice, e che stando sempre fissa in un punto S', dato fuori del piano della base B' C' D' E'; scorra nel suo moto intorno la curva della detta base, la quale si chiama direttrice. L'asse cioè la retta la quale unisce il vertice col centro della base, s'è perpendicolare alla base, si genera il cono retto, altrimenti si ha il cono obbliquo. L'altezza poi del cono obliquo, è la perpendicolare S' A' abbassata dal vertice S' sul piano della base C'D'B'.

33. D. *Cosa è il cilindro retto?*

R. Se si fa rivolgere un rettangolo ABCD (fig. 46) intorno ad uno de' suoi lati AB, restando questo immobile, il solido prodotto da questa rivoluzione, si chiama cilindro retto.

In tal movimento i lati AD, BC restando sempre perpendicolari al lato AB, descrivono dei cerchi uguali DPH, CGF, che si chiamano le *basi del cilindro*; mentre il lato CD descrive la superficie convessa del cilindro CDEF. La linea immobile AB si chiama l'asse del cilindro o pure l'altezza.

34. D. *Cosa è il cilindro obliquo, ed in che differisce la sua generazione dal cilindro retto?*

R. L'esposta generazione è tutta particolare al cilindro retto, ma per avere la generazione di un qualunque cilindro, conviene immaginare una retta A' B' (fig. 47) la quale concorre nel piano di una curva F'C'G'Q', e si muove lungo questa curva con moto sempre a se stessa parallela. Se questa retta detta *generatrice* è perpendicolare al piano della curva, si avrà il cilindro retto, altrimenti si ha il cilindro obliquo A'B'E'F'G'C'. La retta che si tira sulla superficie convessa del cilindro, è parallela sempre alla generatrice e si dice lato del cilindro.

35. D. *Cosa è la sfera?*

D. La sfera è un solido terminato da una superficie curva, di cui tutti i punti, sono ugualmente distanti da un punto interno che si chiama *centro*. Si può immaginare che la sfera sia prodotta dalla rivoluzione di un mezzo circolo ABC intorno al diametro AB (fig. 48); poichè la superficie descritta con tal movimento, tiene tutti i suoi punti ugualmente distanti dal centro E.

36. D. *Cosa è il raggio ed il diametro della sfera, e come sono fra i soli raggi ed i diametri della medesima?*

R. Il raggio della sfera, è una linea retta condotta dal centro ad un punto qualunque della sua superficie; il diametro poi è quella linea retta che passa pel centro, e termina da ambe le parti alla superficie della sfera. Tutti i raggi della sfera sono uguali tra loro; e tutti i diametri sono del pari uguali e doppî del raggio.

CAPITOLO II.

Di alquante proprietà delle rette e de' piani.

37. D. *Quale è la più corta distanza da un punto ad un piano?*

R. La più corta distanza da un punto ad un piano, è la perpendicolare abbassata dal punto sul piano. Così (fig. 32) la più corta distanza dal punto C al piano, AB, è la perpendicolare CD.

38. D. *Tre punti che non sono per dritto, sono sempre in un piano?*

R. Tre punti sono sempre in un piano. Così i tre punti P, Q, R (fig. 33) sono sempre nel piano CD; e quindi ne segue, che per due rette le quali s' intersegano, vi passa sempre un piano, così per le due rette PQ e QR vi passa il piano CD.

39. D. *Dal piede di una retta obliqua ad un piano, quante rette si possono tirare, le quali mentre sono nel piano, sono perpendicolari alla retta obliqua?*

R. Una sola retta. Così (fig. 32) alla retta F'D obliqua al piano AB, dal suo piede D, si può soltanto tirare la retta DE la quale è nel piano AB, ed è perpendicolare alla retta F'D.

40. D. *Se una retta posta fuori di un piano, è parallela ad una retta che è nel piano, come sarà al piano?*

R. Essa retta sarà parallela al piano. Così (fig. 33) supposto che la retta PE che è nel piano CD, sia parallela all'altra retta NN. che è nel piano AB, sarà la retta PQ anche parallela al piano AB.

41. D. *Se da un punto di una retta parallela ad un piano si abbassa su di questo una perpendicolare, questa come sarà alla retta?*

R. Sarà benanche perpendicolare alla retta. Così (fig. 33) supposto che la retta PQ sia parallela al piano AB, e dal punto Q si è abbassato QM perpendicolare al piano AB, sarà QM anche perpendicolare alla retta PE.

42. D. *Se una retta è parallela ad un piano, quante rette si possono tracciare nel piano tutte parallele alla retta data?*

R. Se la retta PQ (fig. 33) è parallela al piano AB, si potranno in questo piano, tirare infinite rette MN, PQ ec. tutte parallele ad AB.

43. D. *Qualunque piano, il quale passa per una retta perpendicolare ad un altro piano, come è rispetto a questo piano?*

R. Tutti i piani i quali passano per una retta perpendicolare ad un piano, sono perpendicolari a questo piano. Così (fig. 34) la retta HG essendo perpendicolare al piano AB, il piano DC, e qualunque altro piano il quale passa per la retta HG, sarà perpendicolare al piano AB.

44. D. *Se una retta è perpendicolare ad uno de' due piani paralleli tra loro, come sarà all'altro piano?*

R. Sarà benanche perpendicolare all'altro piano. Così (fig. 33) la retta QM, supposto che sia perpendicolare al piano AB, poichè il piano AB è parallelo al piano CD; sarà la retta QM anche perpendicolare al piano CD.

45. D. *Se una retta è perpendicolare a due piani, come sono questi piani tra loro?*

R. Sono paralleli. Così (fig. 33) supposto che la retta QM sia perpendicolare a' due piani AB e CD, sarà il piano AB parallelo al piano CD.

CAPITOLO III.

Misure delle superficie de' solidi.

46. D. *Nel generale come si ottiene la superficie d' un poliedro qualunque?*

R. La superficie d' un poliedro, essendo un' aggregato di più superficie piane finite, non vi è dubbio, che determinandosi l' aia di ciascuna di queste superficie, secondo quello che si è detto (Geometria piana capitolo X.) colla loro somma si ottiene la totale superficie del poliedro.

Or perchè l' area di una superficie piana, si ha moltiplicando due delle sue diverse dimensioni; se dunque le superficie che compongono un poliedro sono molte; è chiaro che per averne la superficie totale, bisogna solamente sommare molti prodotti. E siccome più prodotti, qualora hanno un fattore comune, la somma si può esprimere con un sol prodotto, del quale un fattore è quello comune, e l' altro è la somma de' fattori disuguali; così bisogna osservare, se ne' prodotti che dinotano le superficie, parziali, delle quali si compone quella di un dato poliedro, vi sia qualche fattore comune, nella quale ipotesi, assai più facilmente si troverà la totale superficie, ed in caso contrario convien seguire il metodo generale sopra indicato.

47. D. *A chi è uguale la superficie del prisma retto a basi parallele, ed a chi è uguale la superficie di un parallelepido?*

R. La superficie laterale, di un prisma retto a basi parallele è uguale al prodotto del perimetro della sua base per l' altezza.

Sia ABCDEFGHIK (fig. 36) un prisma retto a basi parallele, la sua superficie sarà uguale (AE + ED + DC + CB + BA) $\times$ CH, cioè al perimetro della sua base ABCDG per un suo lato qualunque che è l' istessa altezza del prisma.

Or come ogni parallelepipedo è benanche prisma, così la sua superficie si ottiene moltiplicando il perimetro della sua base per l' altezza. Adunque la superficie del parallelepipedo ABCDEFGH (fig. 38) è uguale (AB+BD+DC+CA) $\times$ BF, Ma AB è uguale a CD e CA è uguale a DB perchè sono lati opposti del parallelogrammo ABCD, sicchè si semplifica l' espressione e si dice che la superficie del parallelepipedo è uguale (2AB+2BD) $\times$ BF.

Se il prisma fosse un cubo come ABEFCDGH (fig. 39), la totale superficie, essendo formato da sei quadrati uguali, se si chiama A il lato di uno di essi, per esempio AB la loro somma sarà espressa da 6 A, che moltiplicata per l' altezza del prisma che è benanche, A sarà A $\times$ 6 A il quale prodotto è la superficie del cubo ABEFCDGH.

48. D. *Come si ottiene la superficie della piramide?*

R. La superficie laterale di una piramide regolare, qualora le

perpendicolari, (che altrimente son pur chiamate *apoteme*), le quali si abbassano dal vertice del solido, su i lati della base, e che dinotano le altezze de' triangoli componenti la piramide, sono uguali; si ottiene moltiplicando il perimetro della base per la metà dell' apotema. Così (fig. 42) la superficie laterale della piramide triangolare e regolare SACB, è uguale ad (AC + CB + AB) $\times \frac{1}{2}$ SF.

49. D. *Come si ottiene la superficie di una piramide obliqua?*

R. La piramide obliqua cioè quella in cui le apoteme non sono uguali, per averne la superficie laterale, bisogna sommare le superficie de' triangoli che la compongono, e la somma sarà la superficie domandata. Adunque la superficie laterale della piramide obliqua non ha ne può avere un espressione costante, e soltanto può dirsi che è uguale alla somma de' prodotti di ciascun lato de' triangoli componenti la piramide, per il terzo della rispettiva perpendicolare.

50. D. *A chi è uguale la superficie curva del cono retto?*

R. La superficie curva del cono retto, è uguale al prodotto del perimetro della base, per la metà del lato del cono.

Adunque SBDC essendo un cono retto (fig. 44), la sua superficie, è uguale alla circonferenza CDBE della sua base, moltiplicata per la metà di S B ch' è uno de' suoi lati.

51. D. *A chi è uguale la superficie curva del cilindro retto?*

R. La superficie curva del cilindro retto, è uguale al prodotto della circonferenza della sua base, per la sua altezza, o sia pel suo lato.

Adunque DHPCGQ (fig. 46) essendo un cilindro retto, si otterrà la sua superficie, moltiplicando la circonferenza FGC della sua base, per il suo lato CD.

52. D. *A chi è uguale la superficie di una sfera?*

R. La superficie di una sfera, è uguale al prodotto della circonferenza del cerchio massimo, cioè di quel cerchio che con la sua rivoluzione si suppone di aver generata la sfera, pel diametro della stessa sfera. Così la superficie della sfera ABDE (fig. 48) è uguale alla circonfereuza del cerchio massimo AMB, moltiplicata pel diametro AB. Or poichè la superficie di un cerchio è uguale al prodotto della circonferenza per la metà del raggio (Geometria Piana) e il diametro è uguale a quattro volte la metà del raggio, così la superficie della sfera, sarà uguale a quattro cerchi massimi: cioè la superficie della sfera ABDE è uguale a quella di quattro cerchi AMB.

CAPITOLO IV.

Misura de' volumi de' solidi, e de' corpi rotondi.

53. D. *Come si misurano i solidi in generale?*

R. Si misurano i solidi in generale, per metri, per tese per canne cube, e per parti di metri di tese o per canne cubiche. Il metro cubo ha 10 decimetri di altezza, sopra 10 di larghezza e 10 di spessezza. Per avere la sua solidità in parti di metro, bisogna moltiplicare la larghezza per l' altezza, ed il prodotto moltiplicarlo per la lunghezza; così 10 per 10 da 100, e 100 moltiplicato per 10 da 1000 decimetri cubi, che contiene il metro cubo. Ciascun decimetro si suddivide in centimetri o in millimetri ec.

Lo stesso è per la tesa cuba, essa contiene 1728 pollici cubi. Il pollice cubo si divide in 1728 linee cube, la linea cuba si divide in 1728 punti cubi ec.

La canna cuba si divide in 512 palmi cubi, il palmo cubo si divide in 1728 once cubiche ec.

54. D. *Come si ottiene il volume di un poliedro qualunque?*

R. Qualunque sia un poliedro, potendosi dividere in piramidi, ritrovando i volumi di queste, indi sommandoli, si otterrà il volume del dato poliedro: se la divisione può eseguirsi in tal guisa che i prodotti, esprimenti i volumi delle piramidi parziali, abbiano un fattore comune, si potrà l' operazione rendere più facile, perchè si dovrà eseguire una sola moltiplicazione, ed una sola somma.

55. D. *Come si ottiene il volume di un prisma a basi parallele?*

R. Il volume di un prisma con basi parallele, si ha moltiplicando la superficie della base per l' altezza. Il volume adunque del prisma ABCDEFGHIK (fig. 36) è uguale alla superficie della base ABCDE moltiplicata per l' altezza MN. Così supposto essersi misurata la base e trovata di 160 palmi quadrati, se l' altezza MN è di 6 palmi, si avrà per la misura del volume del prisma, $6\times160=960$ palmi cubi.

56. D. *A chi è uguale il volume di un parallelepipedo?*

R. Il volume di un qualunque parallelepipedo, è uguale come nel prisma, al prodotto della superficie della sua base per l' altezza.

Sia ABCDEFGH (fig. 38) un parallelepipedo il suo volume moltiplicando la superficie della sua base ABCD per l' altezza si avrà AE. Or supponendo che le dimensioni della base, siano AB=6 tese 5 piedi 8 pollici, e BD=5 tese 4 piedi 6 pollici, e la sua altezza AE sia uguale 4 tese 3 piedi 9 pollici, per aversi il prodotto cercato, si riducono le tre dimensioni in pollici, e si scriverà 500 pollici da moltiplicarsi per 414 pol-

lici, ciò che dà per prodotto 207000 pollici, e moltiplicato per 333, si hanno 68931000 pollici cubi. Per avere i piedi cubi si divide questo prodotto per 1728, si avrà per quoziente 39890 piedi cubi, e 1080 pollici cubi. E volendo conoscere le tese si divide questo quoziente per 216, e si hanno 184 tese, 146 piedi, 1080 pollici cubi. Dunque il volume del parallelepipedo proposto è di 184 tese cube, 146 piedi cubi, 1080 pollici cubi.

Se le dimensioni del solido, sono date in canne, e parte di canne; si riducono tutte ad once, ed il risultato delle moltiplicazioni, si divide prima per 1728, e poi per 512.

57. D. *Come si ha il volume di una piramide regolare?*

R. Il volume di una piramide regolare qualunque ABCDES (fig. 40) si ottiene moltiplicando la superficie della sua base ABCDE, per la terza parte dell'altezza SM. Se la piramide è triangolare come SABC (fig. 42) il suo volume sarà uguale alla superficie del triangolo ABC per la terza parte dell'altezza SM. Se è quadrangolare come SABCD (fig. 43) il suo volume sarà uguale alla superficie del quadrato ABCD per la terza parte dell'altezza SM.

58. D. *A chi è uguale il volume del cono retto?*

R. Il volume di un cono, è uguale al prodotto della superficie della base nella terza parte dell'altezza. Adunque il volume del cono SCDB (fig. 44) è uguale al prodotto della superficie CDBE per la terza parte di CA. Supposto adunque essere di 20 palmi l'altezza SA del cono SCDB, ed il raggio della sua base di 7 palmi; la superficie di questa base, sarà uguale $49 \times \frac{22}{7}\ 7 \times 22 = a$ 154 palmi quadrati (cap. X geo. pia. §. 79), e quindi il volume del cono sarà uguale $154 \times \frac{20}{3}$ palmi cubici.

59. D. *Come si ottiene il volume del cilindro retto?*

R. Il volume del cilindro, si ha moltiplicando la superficie della base per l'altezza. Sia FGGEGD (fig. 44) un cilindro a base circolare, il suo volume, sarà uguale alla superficie del cerchio FGG, moltiplicato per la sua altezza AB.

60. D. *Il volume di una sfera a chi è uguale?*

R. Il volume di una sfera, è eguale alla sua superficie, moltiplicata per la terza parte del raggio.

Sia DAEB una sfera (fig. 48) il di cui raggio sia di 7 palmi, la sua superficie essendo eguale a quattro cerchi massimi (Geo. solida §. 52) e la superficie del cerchio il di cui raggio è di 7 palmi, essendo uguale a 154 palmi quadrati (geo. pia. §. 79) sarà dunque uguale a $4 \times 154 = 616$ palmi quadrati, e quindi il volume della sfera, sarà uguale $616 \times \frac{7}{3}$ palmi cubi.

NOZIONI
DI
GEOMETRIA PRATICA

ED ALCUNE PRATICHE COSTRUZIONI SULLA CARTA E SUL TERRENO.

CAPITOLO I.

Nozioni preliminari.

1. D. *Cosa s' intende per geometria pratica?*

R. La geometria pratica, ha per oggetto d' insegnare ed eseguire, col soccorso degl' istrumenti, sul terreno, quelle operazioni che la geometria teoretica insegna ad eseguire sulla carta, colla riga e 'l compasso.

2. D. *Che cosa è il punto fisico e cosa s' intende per punto dato o per punto di vista?*

R. Il punto fisico, è la più piccola parte della materia, o il più piccolo oggetto che la vista può distinguere, e si marca perciò sulla carta e sul terreno colla punta del lapis, o di altro strumento aguzzo.

Per punto dato s' intende poi quel punto, che in un modo qualunque si assegna in qualche sito; e punto di vista, s' intende un oggetto che si osserva in un luogo qualunque, e che serve per effettuire una misura, per dirigere il movimento di una colonna di truppa ec. ec.

3. D. *Cosa s' intende per punto inaccessibile?*

R. Una piccola marca, un segno un oggetto, che si osserva in un sito dove non vi si può pervenire, dicesi punto inaccessibile.

4. D. *Che cosa è la linea fisica, o visibile?*

R. La linea fisica, o visibile, è una seguela di punti fisici, prodotta dallo scorrere d' un punto fisico, e che sulla carta si rappresenta con dell' inchiostro, del lapis ec., e sul terreno, con un cordino, con un piccolo solco ec.

CAPITOLO II.

De' principali istrumenti per eseguire sulla carta le costruzioni geometriche e risoluzione pratica di alcuni problemi.

5. D. *Cosa è la scala geometrica?*

R. Qualunque diseguo nel generale, dev' assere accompagnato da una nota, che dimostra in qual proporzione sia la figura coll' originale, a fin di averne un' esatta idea, e poter al bisogno riprodurre l' originale medesimo. Quest' è il vero senso che si deve dare, allorchè si sente che una pianta è disegnata, secondo il rapporto di una linea per tesa, di un centimetro per metro, o in qualunque altra guisa. Si può dire più semplicemente, che la pianta è disegnata nella scala d' un centesimo, oppure d' un millesimo ec. e ciò vuol indicare che tutte le linee prese sulla pianta, debbono essere cento volte, e mille volte più grandi, per rappresentare la lunghezza di cui esse offrono la figura. Ma il più delle volte, si preferisce di unire al disegno una scala, formata d' una linea retta divisa in parti uguali, ciascuna divisione della quale è numerata, ad oggetto d' indicare quanto una lunghezza presa sopra la pianta, vale in piedi, in tese, in metri ec. Così (Tav. II. fig. 49) AB è una scala, o che val lo stesso, e la grandezza che deve occupare sulla carta un dato numero di metri, di tese, o di palmi, e per esempio, uguale a dieci. Si divide primieramente questa linea in due parti uguali, di cui ognuna offrirà cinque metri o 5 tese; indi suddivisa ciascuna metà in cinque parti, e si avrà la grandezza che dovrà occupare un metro, o una tesa; finalmente si divide in sei parti lo spazio lineare che rappresenti una tesa, e risulteranno i piedi; o pure sarà fatta in dieci la divisione se trattasi di metri, e si avranno i decimetri. Ed allora volendosi per esempio 4 metri e 6 decimetri, si porterà una delle parti del compasso che qui appresso descriveremo, sopra la cifra 4, e l' altra sulla sesta divisione presa al di là dello zero.

6. D. *Cosa è il regolo o riga, ed a che serve?*

R. Il regolo o riga, è quello istrumento mediante il quale si conducono delle linee rette, sopra una superficie piana. Il regolo è sovente formato di una lamina luuga e stretta di legno, di ferro, o di ottone ed è tagliata a sgembo. E ciò per impedire che quando si segnano delle linee con l'inchiostro, questi non si spanda su la carta medesima.

7. D. *Come mediante la riga si fa passare sulla carta una linea retta fra due punti dati?*

R. Colla riga si fa passare una linea retta fra due punti dati,

applicando il suo orlo presso a' due punti, e facendo scorrere lungo la stessa un lapis, o pure una penna bagnata d'inchiostro, o l'estremo di uno strumento aguzzo, o pure il così detto tiralince.

8. D. *Cosa è la squadra, ed a che serve?*

R. La squadra comunemente è un triangolo rettangolo di legno o di ottone, siccome si vede nella (Tav. II. fig. 50). Con questo strumento si conducono delle perpendicolari e delle parallele facilissimamente. Così se trattasi d'elevare dal punto B della retta AC una perpendicolare a questa retta, basta applicare uno de' lati dell'angolo retto della squadra, sulla linea retta AC, in guisa che il punto B sia il vertice della squadra, si avrà la chiesta perpendicolare tirando la linea lunga l'altro lato BD della squadra. Se trattasi di abbassare ad AC una perpendicolare dal punto D, bisognerà allora applicare un lato della squadra sulla retta AC, e l'altro in guisa che passi pel punto D, tirando allora la retta DB, sarà questa la perpendicolare cercata.

9. D. *Come col soccorso della squadra, e della riga si può condurre sul foglio del disegno una parallela, ad una retta data?*

R. Volendo colla squadra condurre ad una retta AB una parallela da un punto D (fig. 51), si soprapporrà uno de' lati della squadra sulla retta data, e si farà combaciare sotto l'altro lato, una riga la quale tenuta ferma nella sua adottata situazione, si farà scorrere la squadra, in guisa che il lato s'avanzi sempre parallelamente a se stesso, finchè vadi ad incontrare il punto dato D; tirando allora la linea retta DC lungo questo lato della squadra, si sarà condotta la parallela alla data retta.

10. D. *Cosa è il compasso?*

R. Il compasso è un istrumento, con cui si descrivono i cerchi, e si misurano le lunghezze. Ve n'ha di varie sorte, ma quelli che interessa di conoscere, è il compasso ordinario. Il quale è formato di due aste di ottone, terminate in punte di acciaio, e congiunte ad una estremità in un nodo, o ceruiera, che dicesi testa del compasso, mediante la quale le due aste si aprono e si chiudono, arrestandosi con dolcissimo fregamento, le punte ove occorre. I due pezzi son riuniti mediante un perno; ed una rotella a vite, che può stringersi a piacere.

Vi è un altro compasso, di cui una delle aste è a punte di ricambio: la punta di acciaro che la termina, in vece d'esser saldata all'asta, e confermata ad una estremità in guisa, da poter entrare in un foro praticato nell'asta di ottone, dello stesso calibro, e che mediante una vite di pressione, si fissa la punta all'asta. Nella stessa guisa può sostituirsi alla punta, un fusto col (lapis) per descrivere alcune circonferenze, o anche, al bisogno, un fusto più lungo dell'altra asta del com-

passo, per descrivere le circonferenze più grandi, o finalmente un tiralinea per tracciare le linee intere, o punteggiate.

11. D. *Come si descrive sulla carta, col soccorso d' un compasso, una circonferenza di cerchio?*

R. Per descrivere una circonferenza di cerchio sulla carta mediante il compasso, e propriamente mediante quello di cui una dalle aste è a punte di ricambio; basta stabilire la punta di acciaio al punto assegnato per centro, e fare scorrere l' altra punta, alla quale v' è applicato il lapis, o il tiralinee bagnato d' inchiostro, attorno al centro; finchè torna al punto d' onde è partito la prima volta.

12. D. *Cosa è il quadrante riportatore, e quale si è il suo uso?*

R. Questo istrumento, serve a tracciare sulla carta degli angoli di data grandezza, oppure a misurare la graduazione di quelli formati da due linee rette. Esso è di metallo, oppure di corno trasparente e gli si dà la figura di un semicerchio (fig. 52) il cui centro è segnato da una intaccatura fatta sul diametro; e la circonferenza è divisa in gradi, minuti primi, minuti secondi.

13. D. *Come si traccia sulla carta un angolo qualunque, o pure un angolo di un dato numero di gradi?*

R. Per tracciare su di un foglio un angolo qualunque basta tirare mediante la riga due linee le quali s' intersegano in un punto. Ma quando si vuol tracciare un angolo di un dato numero di gradi, p. e. di 35 gradi, è necessario applicare il quadrante riportatore come si vede nella (fig. 52) facendo poggiare il diametro sopra la retta data AB, sulla quale supponiamo che si debba costruire il proposto angolo, e ponendo il centro A, nel punto ove per ipotesi deve essere il vertice dell' angolo; indi noverando sulla circonferenza del quadrante riportatore, il numero 35 gradi assegnati, si perviene ad un punto C, il quale congiunto col vertice dà l' angolo CAB che si volea tracciare. Collo stesso metodo si può conoscere il valore di un angolo già descritto sulla carta CAB, applicando cioè il riportatore, in guisa che il diametro del quadrante poggia sulla retta AB, ed il centro A sul vertice dell' angolo dato, e poscia si osserva a qual divisione del riportatore, corrisponde il punto C che è nel lato CA dell' angolo dato CAB; supposto che cada a 35 gradi per esempio, si è certo che l' angolo CAB è di 35 gradi.

14. D. *Come si divide un angolo o un arco per metà, e come si traccia sulla carta un triangolo, un quadrato un rettangolo?*

R. Sulla carta si divide un qualunque angolo o arco per metà, e si traccia il triangolo, il quadrato, il rettangolo, mediante la riga ed il compasso, ed eseguendo tutte le costru-

sioni indicate ne' problemi V, VIII, IX, X, XII. (Geometria Piana).

15. D. *Come si traccia sulla carta un pentagono regolare?*

R. Si tiri la retta AB (fig. 53), e poichè l'angolo del pentagono uguale a $\frac{6}{5}$ di un angolo retto (Geometria Piana articolo 58) cioè 128 gradi, così o mediante la costruzione indicata nel problema IV (Geometria Piana) o mediante il quadrante si costruisce l'angolo BAE di 128 gradi (1) e di poi si taglia AE uguale ad AB, similmente si faccia l'angolo AED di 128 gradi e si tagli ED uguale ad AE, si faccino gli angoli EDC, DCB uguali a 128 gradi e tagliando DC, CB uguale ad AB sarà ABCDE il pentagono che si vuole.

16. D. *Come si traccia sulla carta un esagono regolare?*

R. Si tiri la retta AC (fig. 55) e perchè l'angolo dell'esagono è uguale a $\frac{4}{3}$ di un angolo retto cioè è uguale a 120 gradi, così parimente mediante le costruzioni indicate nel problema IV (Geometria Piana), o coll'aiuto del quadrante, si costruisce l'angolo BAF uguale a 120 gradi e si taglia AF uguale ad AB, e ripetendo la stessa costruzione, facendo gli angoli FED, EDC, DCB tutti di 120 gradi, e tagliando FE=ED=DC=CB=AB sarà ABCDEF l'esagono che si vuole.

CAPITOLO III.

Dei principali istrumenti necessari per talune pratiche costruzioni geometriche sul terreno.

17. D. *Cosa sono i così detti palletti, e perchè servono?*

R. I palletti sono dei pezzi di legno, non più lunghi di 12 in 15 pollici. Essi servono a segnare i punti sul terreno, e fissandone molti sul suolo, si tracciano anche le linee rette.

18. D. *Cosa sono i pali o pertiche, ed a che s' adoprano?*

R. I *pali* o *pertiche*, son dei bastoni lunghi da quattro fino

---

(1) Dovendosi costruire gli angoli maggiori dell'angolo retto, come p. e. quello di 128 gradi bisogna determinar prima mediante il quadrante l'angolo di 38 gradi, e poscia aggiungendovi l'angolo retto, cioè quello di 90 gradi che tiene il quadrante si ha l'angolo di 128 gradi. O pure a costruirsi praticamente sulla carta supposto essere IGH l'angolo di 38 gradi (fig. 54), essendosi innalzata la perpendicolare GL alla retta GH, l'angolo IGL essendo uguale a due angoli IGH ed HGL cioè 38 gradi più 90 gradi sarà di 128 gradi cioè precisamente l'angolo del pentagono quale deve essere quello di BAE, AED ec.

a sei piedi, di cui un estremo è aguzzo, e l'altro ha una fenditura, capace di ricevere un pezzo di carta, o tutt'altro oggetto, che ben si distingue a qualche distanza, e serve così da segnale. Si usano i pali e le pertiche, per prendere il prolungamento delle linee, o per tracciarle in una grande estensione.

19. D. *A che si adopera il cordino?*

R. Il cordino si usa in varie occasioni, per descrivere dei cerchi sul terreno, per tracciare delle linee, e per misurare le distanze. Per maggior facilità, il cordino che si usa per le misure è di sufficiente lunghezza, diviso in tese e piedi, od in canne e palmi; le prime indicate da doppî nodi in contatto, ed i secondi da un sol nodo.

20. D. *Cosa è l'asta grande o piccola, ed a che serve?*

R. L'asta grande o piccola, è una riga ben dritta, della lunghezza di una tesa o due tese, suddivisa in piedi, pollici, linee; o se è lunga una canna o due canne è divisa in palmi ed in once, e serve a misurare le distanze sul terreno. Essa fa l'istesso ufficio della scala geometrica ne' disegni sulla carta. L'asta grande viene anche denominata doppia tesa, come la piccola si denomina semplicemente la tesa.

21. D. *Cosa è il piombino, e quale n'è il suo uso?*

R. Il piombino è un pezzetto di piombo, il quale si fissa all'estremità di una cordicella, e serve per trovare le perpendicolari e per verificare le verticali. Così volendosi in un dato punto del terreno, ergere un palo verticale, bisogna farlo combaciare col piombino, il quale tenendosi sospeso con una mano, cade sul punto ove va conficcato il palo.

22. D. *Cosa è l'archipensolo e quale n'è il suo uso?*

R. L'archipensolo è uno strumento, composto ordinariamente di una specie di squadra di legno ACB (fig. 56), al cui vertice è attaccato un filo, che tiene un pezzo di piombo all'estremo, e la metà della traversa AB è segnato con un forte tratto da ambedue i suoi lati. Si usa per tracciare degli angoli retti, per situare dei corpi verticalmente sopra un piano, per verificare l'orizzontalità de' piani, e più particolarmente si usa per le piccole livellazioni per inalzare ed abbassare delle perpendicolari.

23. D. *Cosa è la squadra di agrimensore ed a che serve?*

R. La squadra di agrimensore, poco atto per disegnare i terreni molto disuguali, offre molti vantaggi per disegnare i terreni uguali, per elevare od abbassare le perpendicolari dai punti inaccessibili ma più particolarmente serve per misurare gli angoli.

Questa squadra è composta da un cerchio di rame, di circa 5 pollici di diametro, diviso in quattro parti uguali da due diametri che si tagliano ad angolo retto, ed alla estremità dei quali si elevano perpendicolari al lempo, quattro traguardi, fermati per mezzo di viti (fig 57).

24. D. *Che cosa è la tavoletta pretoriana, comunemente pur chiamata plancetta?*

R. Gli angoli sul terreno, si rilevano speditamente con la tavoletta pretoriana, istrumento il quale, è forse il più utile per figurare qualsivoglia sito. Si compone di una tavoletta quadrata (fig. 58), sostenuta da un piede in cui sono annessi tre bastoni. La costruzione del sostegno della tavoletta, è tale da potersi comunicare un movimento dolce di rotazione, senza che perda la posizione orizzontale, che deve sempre conservare durante il corso delle operazioni.

Per usar poi questo strumento v'è di bisogno di una livella che serve per dare alla tavoletta la posizione orizzontale, di una riga di ottone, la quale deve avere a'suoi estremi due traguardi.

25. D. *Che cosa è la livella, e perchè serve?*

R. Per determinare praticamente quanto un punto qualunque del terreno sia superiore o inferiore ad un altro, e per porre una superficie qualunque in sito orizzontale, si possono usare varie specie d'istrumenti dette livelle. La più semplice è una squadra BAC (fig. 59) che porta all'estremo d'uno de' suoi lati un filo, sostenente un piccolo piombo, ed avente sopra di questo lato un vuoto, in cui possa oscillare il detto piombo, e su cui corrisponde una linea incisa ab esattamente perpendicolare all'altro lato AC.

La figura 60 poi rappresenta la forma più comune della livella de'fabbricatori detta livella di pendio. La quale è benanche una squadra con un filo a piombo che cade dal suo vertice A sul lato BC. Tra i lati della squadra vi è un arco di cerchio diviso in gradi e minuti. Affinchè essa sia esatta, bisogna che il filo del piombo AF, allorquando cade sul tratto segnato nella traversa BC, sia perpendicolare sulla linea BC, lo che s'avvera quando le distanze EB ed EC sono uguali fra di loro, cioè il punto F estremo del filo a piombo si ritrova nel mezzo di BC. Queste due livelle, si usano però solo per le linee molto brevi, e nelle operazioni alquanto più estese, viene ad esso sostituita la *livella ad acqua;* la quale è composta di un tubo di latta, di rame o pur di ottone, piegato a gomito ne'suoi due estremi, ai quali sono soprapposti due tubi di vetro, o pur di cristallo b, d (fig. 61.) Vi si versa tant'acqua, o ancor meglio un liquido colorato, fino a che questo liquido appaia nei due tubi di cristallo. In allora seguendo le leggi dell'equilibrio de' fluidi, le superficie contenute in ciascun tubo b, e d, sono nel medesimo piano orizzontale allorchè la livella è sopra un piano orizzontale.

26. D. *Cosa è l'asta di mira, e perchè si usa?*

R. L'asta di mira serve per disegnare i determinati punti del

terreno, ed anche per la livellazione. È un ordegno formato da due righe AB, CD (fig. 62) di legno di zappino, o di noce secca, ed aventi la stessa lunghezza. Sono talmente disposte tra loro queste due righe, che la CD si può alzare, o abbassare, percorrendo con dolce attrito un corrente praticato nel mezzo della riga AB, la quale è destinata a poggiare con la sua base BE sopra il terreno, ed ivi sostenuta dalla mano dell'operatore, si regge verticalmente.

Ciascuna delle due righe ha circa l'altezza di una canna, e questa lunghezza è segnata in palmi, once e minuti sulla riga immobile AB, cominciando la divisione da A verso B o se è lunga una tesa è suddivisa in piedi pollici e linee. In cima della riga mobile, vi è situata una *mira* M, consistente in un palmo quadrato di cartone, o di legno sottile, o meglio ancora di latta, diviso in due metà, una di color bianco, e l'altra di un colore oscuro.

CAPITOLO IV.

Soluzione pratica di alquanti problemi geometrici sul terreno.

Problema I. Condurre praticamente sul terreno una retta fra due punti dati.

Dal punto A al punto B debbasi tracciare una retta (fig. 63). Si pianti un'asta in ciascuna estremità della retta, e si distenda un cordino tra i dati punti A, e B; lungo questo cordino si traccia un piccolo solco, con uno strumento aguzzo, mediante il quale solco si avrà la traccia della linea dimandata

Se questa linea dovrà essere di una grande lunghezza, ossia che i punti A e B, siano molto distanti, in tal caso converrà segnare molti punti intermedi fra le due estremità; lo che si esegue collocando nella linea varî piuoli, in guisa che mettendosi a qualche distanza dietro del primo, questi nasconde perfettamente gli altri come si osserva nella (fig. 63): ciò riuscito si è certo che segnando il solco tra i piedi di tutti i paletti così fissati si sarà tracciata sul terreno la retta domandata.

Problema II. Prolungare la linea AB tracciata sul terreno (fig. 64) per quanto si vuole.

Si farà piantare in prosieguo dei due paletti A e B un'altro paletto in guisa che l'operatore situandosi dietro quello A, e guardando verso B, non lo scopra. Seguendo questo metodo, cioè col fissare nell'istesso modo degli altri paletti in prosieguo sempre, una linea può essere prolungata a piacere, e potrà poi suddividersi in tante parti quante se ne vorranno. Se però il prolungamento deve spingersi molto a lungo, in tal caso per la picciolezza dei paletti, essendo difficile allinearli

bene bisognerà in vece piantar dei pali o delle pertiche, conficcarle sul terreno coll' estremo aguzzo, ed applicarvi all' altro estremo, tra la fenditura che v' è praticata, un piccolo quadrato di carta, onde meglio distinguere il segno. Tali pali con facilità si possono allineare fino ad una grande distanza. Che se poi si avessero le aste di mira bisogna usarle a preferenza, come quelle che danno una maggior esattezza all' operazione.

Se però nel prolungare la linea AB (fig. 64) s' incontra un ostacolo precisamente nella sua direzione come per esempio la casa M, o qualunque altro oggetto il quale impedisce di vedere i paletti che bisogna piantare pel prolungamento di AB; allora al punto B s' inalza BC perpendicolare ad AB e tanto lunga da oltrepassare l'ostacolo M al punto C si eleva CD perpendicolare a CB e dal punto D, si abbassa DE perpendicolare a CD, si tagli CD uguale a CB, il punto E sarà allora nel prolungamento di AB e quindi a partire da esso si può proseguire l' operazione onde prolungare la retta data, e nell' incontro di ulteriori ostacoli si ripete sempre l' istessa operazione.

Problema III. Descrivere sul terreno una circonferenza di cerchio.

Si pianta un paletto al punto che vuolsi per centro; su di esso si passi il cappio d' un cordino tanto lungo, quanto esser deve il raggio del detto cerchio: all' estremo del cordino si adatti un altro paletto, o un corpo aguzzo, e tenendo il cordino sempre teso, si giri il paletto d' intorno al centro del cerchio e calcandone la punta sul terreno, si avrà la traccia della circonferenza desiderata.

Problema IV. Da un punto dato su di una linea retta tracciata sul terreno, elevare a questa retta una perpendicolare.

Dal punto A dato sulla retta BC (fig. 65) che si suppone tracciata sul terreno, si vuole alzare a questa retta una perpendicolare.

Si piantino nei punti B e C, presi ad uguale distanza dal punto A, due paletti, poi si liga in B un cordino di una lunghezza maggiore di BA, e si descriva sul terreno l' archetto DE, e passato poi il cordino all' altro paletto situato in C, si descriva un altro archetto FG: al punto M, ove questi archetti si tagliano, si pianti un paletto, e con ciò la linea AM tirata tra i due punti M ed A sarà la perpendicolare cercata.

Se debbasi elevare una perpendicolare, all' estremo A della retta AB (fig. 66) e questa retta non può prolungarsi al di là del punto A, si può usare quella stessa costruzione indicata (§. Problema II Cap. VIII. Geometria Piana), o meglio ancora si prenda da A verso C una lunghezza per esempio di sei piedi, sei canne, sei palmi, o sei tese ec. e si piantano in A e C due paletti: indi si leghi a quello C un cordino per esempio di 10

piedi, 10 canne, 10 palmi o 10 tese ec. ed un altro per esempio di 8 piedi 8 canne 8 palmi al punto A, si distendono egualmente entrambi questi cordini, o pure si tracciano due archetti con i due cordini e si pianti un paletto al loro punto d' incontro D: sarà DA la dimandata perpendicolare. Si possono ai numeri precedenti 6, 10, 8, sostituire gli altri 3, 5, 4; occorre però badare, che sempre il cordino più lungo, deve esser quello che si oppone all' angolo retto. In generale si potranno sostituire altri numeri, i quali abbiano però la condizione, che il quadrato del lato opposto all' angolo retto, ossia il quadrato dell' ipotenusa che è il lato maggiore sia uguale alla somma dei quadrati degli altri due lati minori ossia de' cateti; qualità fondamentale del triangolo rettangolo. Così nel primo caso il lato DC essendo 10 il suo quadrato sarà 100 ed i due cateti AC ed AD essendo 6 ed 8 i loro quadrati saranno 36 e 64 la di cui somma è uguale a 100.

Problema V. Cercasi abbassare dal punto A, dato fuori della retta BC tracciata sul terreno, una perpendicolare a questa retta (fig. 67).

Si pianta al punto dato A un paletto, e si leghi a questo un cordino sufficientemente lungo: si tenda questo cordino obliquamente, per sino a che il suo estremo incontri la linea BC al punto B; ivi si pianti un altro paletto: tenendo poi teso il cordino si porti l' estremo verso C, finchè incontri in esso punto la linea BC; e si pianti l' altro paletto in C. Poscia si misura col cordino la retta BC, se ne prende la metà e nel punto D si pianti un paletto; la linea AD tracciata tra i due punti A e D sarà la perpendicolare alla retta BC abbassata dal punto A.

Problema VI. Al punto A della retta AB tracciata sul terreno, si vuole costruire un angolo uguale all' angolo dato DEF.

Si fissa un paletto nel punto A, ed un altro nel punto E (fig. 68), poi si misuri una lunghezza qualunque AB uguale ad EA, e fatto centro A intervallo AB, e centro E intervallo EA si descrivono due archi di cerchio, col cordino si misura la distanza AF, e si descriva con centro B e con un intervallo uguale DF un arco di cerchio, ed al punto d' incontro C, coll' altro arco si pone un paletto; tirando allora le due rette AB, AC, come l' angolo BAC sarà uguale all' angolo dato DEF.

Problema VII. Si voglia menare dal punto C una retta parallela alla retta AB tracciata sul terreno (fig. 69).

Si pianti un paletto in C, ed un altro in un punto qualunque della retta AB per esempio in D. Si abbassi dal punto C la perpendicolare CE sulla retta AB, e dal punto D di questa retta, si eleva la perpendicolare DG, e misurata la CE si riporti sopra la DG, allora messo un piuolo nel punto G facendo passare una retta po' punti C e G sarà CG la retta parallela ad AB.

Problema VIII. Dividere un angolo per metà, e costruire sopra una retta un triangolo, un rettangolo, un pentagono ec.

La soluzione di questi problemi sul terreno e quella istessa che si usa per la pratica costruzione sulla carta, e le necessarie costruzioni sono le istesse di quelle indicate nei problemi V, VIII, IX, X, XI, XII (Geometria Piana Cap. VIII.)

Problema IX. Dato un piano qualunque fa d'uopo mediante la livella a bolla d'aria, vedere se sia orizzontale.

Si situa nel piano una livella, se la bolla d'aria resta precisamente nel mezzo della livella; il piano sarà orizzontale in questa prima posizione, ed in tal caso bisognerà situare la livella in un altra direzione, che sia quasi perpendicolare alla prima, ed osservando parimenti che la bolla d'aria è benanche nel mezzo, si è sicuro che il piano proposto è orizzontale. Al contrario, se tanto non avviene in una di queste due prescelte posizioni, si è certo che il piano non è orizzontale ma bensì inclinato.

Problema X. Determinare mediante l'archipensolo, se una superficie di terreno di piccola estensione, sia orizzontale, o pur no.

Perchè col soccorso dell'archipensolo, si possa in campagna verificare, se una superficie di terreno di piccola estensione, sia o pur no orizzontale, basta situare lo strumento sulla detta superficie in una direzione qualunque, ed osservare se il filo a piombo cada nel mezzo della base, qualora ciò avviene, si dà allo strumento un'altra direzione quasi perpendicolare alla prima, se il filo a piombo è benanche verticale, la superficie del terreno sarà orizzontale. Se in una delle due posizioni prescelte, il filo a piombo dell'archipensolo non si ritrova verticale, si è certo che la superficie del terreno non è orizzontale ma bensì inclinata.

Problema XI. Misurare praticamente la distanza che passa tra due punti accessibili.

Il mezzo più semplice, e nello stesso tempo il più esatto, per misurare una linea retta, dopo che si è tracciata sul terreno, è quello di misurare la distanza, mediante due bastoni di legno ben secco, i quali sieno stati con somma diligenza divisi in quella unità di misura che vuolsi adottare, sia la tesa, o il metro, sia la canna il palmo, o pure il passo. Si distende una cordella nella direzione della linea da misurare, la quale suole distinguersi da un sufficiente numero di piuoli: e si dispongono i due bastoni, punta a punta, lungo la cordella, cominciando dal primo estremo di essa; poi si toglie il primo e si ripone in seguito del secondo. Con alterno movimento si continua ad operare, finchè si perviene all'altro estremo della linea, usando la diligenza di evitare nel successivo collocamento

de' bastoni, ogni urto che potrebbe muovere quello su cui si appoggia il susseguente, e di porre i bastoni orizzontalmente, ed in guisa che alla punta del precedente bastone, corrisponda a piombo, l'altro che segue.

Sovente in vero, si possono trascurare alcune di queste minute precauzioni, ma non è giammai cosa molto sicura, il sostituire a bastoni una cordella, la cui lunghezza può ad ogni momento variare, per la inegual forza con cui può essere distesa. Ad ovviar tali inconvenienti, taluni fanno uso di una catena di ferro, ai di cui estremi sono due anelli, i quali si fissano sul terreno con punte di ferro, guernite da manichi di legno, che si chiamano pungoli.

Dopo di essersi tracciata la linea da misurarsi, due uomini portano la catena, quello che precede innanzi ha in mano tutti i pungoli, che sogliono esser dieci, e dopo di aver distesa la catena sul terreno nella direzione della linea, ne pianta uno nell'anello che guida. Fatto ciò, solleva la catena, e si rimette in cammino, finchè l'uomo il quale porta l'altro estremo, pervenga al pungolo conficcato nel terreno, e v'affidi l'anello da lui condotto. Allorquando in questa seconda posizione, la catena è stata tesa dall'uomo che cammina innanzi, vi pianta il secondo pungolo, l'altro raccoglie il primo, e si porta nella situazione del secondo, che parimenti toglie. In questa guisa passano successivamente i pungoli, in potere di quegli che va appresso la catena, il quale allorchè le avrà raccolti tutti, si avrà la certezza che la misura sarà stata collocata dieci volte di seguito, dal primo punto di partenza, fino a quello ove il secondo uomo sarà giunto; allora questi rende i pungoli a quello che precede, e l'operazione continua coll'istesso ordine di prima. Notando con attenzione ogni decina di catene, si allontaneranno gli errori di conto, che potrebbero aver luogo sul di loro numero.

Problema XII. Come praticamente si misura il perimetro di un poligono qualunque?

Suppongasi che praticamente si debba misurare il perimetro del poligono ABCDE (fig. 76). Una volta fissato i picchetti a' vertici A, B, C, D, E degli angoli del poligono si ripete la precedente operazione prima per la retta AB, di poi per BC, CD, DE, CA la somma di tutte queste parziali misure sarà quella del perimetro del poligono dato ABCDE.

Problema XIII. Misurare la distanza tra due punti, de' quali un solo è accessibile.

Suppongasi per esempio che un cannone del nemico sia situato in M (fig. 70) al di là di un fiume, e vogliasi conoscere la sua distanza dal punto A. Piantato un palo nel punto A, si segni sul terreno una linea qualunque, come AB al di cui estremo B si fissa

un altro paletto. Tale linea AB deve essere non minore del quarto della suddetta distanza AM approssimativamente valutata: si piantino i pali C, D nelle direzioni di AM, e BM, indi si prenda AE nella traccia AM di 10 tese per esempio, e si pianti un paletto nel punto E, di poi si formi alla retta AE ed al punto E l'angolo AEF uguale ad EAB, ossia si tira la retta EF parallela alla retta AB, infine si misurano le rette AB, EF, AE. Poichè AB : EF = AM : AE (Geometria Piana Cap. VII art. 61) sarà $AM = \frac{AB \times AE}{EF}$. Supposto che misurata la retta AB si sia ritrovata di 120 tese, ed EF di 15; sarà $AM \frac{120 \times 15}{10} = 180$ tese.

Ben si vede esser questo benanche il caso applicabile quando si deve misurare la distanza tra due punti accessibili agli estremi, mentre dall'uno non si può andare all'altro. Perocchè supposto che si voglia la distanza de' due punti E ed M (fig. 70) mentre dall'uno non si può andare verso l'altro, una volta che si è ritrovata la distanza AM togliendo la AE che sempre si può misurare si avrà la distanza EM che si voleva.

Problema XIV. Determinare la larghezza di un fiume, avendo soltanto i paletti ed il cordino.

Si scelga il punto B non molto lungi dalla sponda GH, (fig. 71) e si prenda su quella opposta il punto M di vista, per esempio una casa, un albero, una pietra ec.; si tracci la linea AB, si ritrova quale è la distanza MA, come si è fatto nel problema precedente e di poi si facci l'angolo MBA uguale ad ABE si tagli BE uguale alla ritrovata lunghezza di BM, e dal punto E si abbassi EC perpendicolare ad AB la quale prolungata dovrà incontrare il punto M e ciò per l'uguaglianza de' due triangoli MBC, CBE, si misura la distanza del punto C al punto D e riportata sopra CE si tagli CF uguale a CDS sarà per conseguenza FE uguale a DM cioè uguale alla larghezza del fiume.

Problema XV. Misurare un altezza qualunque accessibile alla sola sua base, mediante la sua ombra.

Mancando di qualunqne strumento graduato, si può conoscere un altezza, mediante l'ombra solare ch'essa getta sul piano sottoposto. Sopra una parte la più uguale del terreno, e meglio ancora sopra di una tavoletta orizzontale, si situi un bastone verticale AF (fig. 72) ed in un medesimo istante, si marchino i punti B e, D ne' quali terminano le ombre rispettive della torre AB per esempio e del bastone EF. Misurate le distanze AB, ED e la lunghezza del bastone, si stabilisca la proporzione, ED: EF = AB: al quarto proporzionale $\frac{EF \times AB}{ED}$ che sarà l'altezza richiesta: e ciò per la ragione che le ombre gettate nello stesso momento da due corpi sono proporzionali alle loro altezze.

Problema XVI. Determinare la differenza di livello tra due punti visibili A, B per mezzo di una livella ad acqua.

Si situi la livella CP nel mezzo de' punti A e B (fig. 73), del terreno, e si situano due aste di mira a' punti A e B. In tal caso mirando a traverso della livella verso il punto A, per mezzo di un segno convenuto, si farà alzare o abbassare la mira, finchè il raggio visuale passi esattamente per il suo mezzo, allora si ferma l'asta mobile per mezzo la vite di pressione, e si legge nella divisione laterale dell'asta, qual numero di canne palmi, once e minuti, sia contenuto dal piede dell'asta al mezzo del cartone, e questa sarà l'altezza Aa, che si noterà sopra un registro destinato per uso della livellazione. Senza spostare il piede della livella, si mirerà verso il punto b situato nel mezzo della mira, ed ottenuta nella stessa guisa l'altezza Bb, si registrerà al pari della prima. La differenza tra le due altezze Aa, Bb sarà la differenza di livello tra i punti A e B: ed il punto più alto sarà quello cui corrisponde l'asta più corta.

Se però il terreno o per altra ragione non si può piantare la livella che in un solo sito A si farà allora una sola osservazione e la differenza di livello di due punti A e B si ricaverà nel modo seguente.

Situata la livella nel punto A (fig. 74) si situa l'asta verticale nel punto B. Dal punto C si dirigga il raggio orizzontale Cb che passa pel mezzo b della mira. Poi si osservi l'altezza Bb dell'asta, e si misura per mezzo di un filo a piombo l'altezza mn che serba il raggio orizzontale sopra il terreno An. La differenza di queste due altezze, Bb ed mn dinoterà quanto sia più alto quel punto al quale corrisponde l'altezza minore e quindi la differenza di livello de' due punti dati A, e B.

Problema XVII. Determinare tra due punti la differenza di livello mediante l'archipensolo.

Il metodo che si adopera per determinare la differenza di livello tra due punti A B (fig. 75) allorchè non si ha la livella ma l'archipensolo è il seguente.

Si alzi nel punto A che è tra' punti dati il paletto Ab la di cui cima sia piatta, lo stesso si faccia al punto C si poggia sù due paletti una doppia tesa sulla quale vien situato l'archipensolo e si abbassa o si alzi il paletto Cc finchè la doppia tesa si ritrovi esser orizzontale, cioè fin quando l'archipensolo tiene il filo a piombo nel mezzo. In tal caso misurato i due paletti Ab, Cc come nel problema precedente la loro differenza sarà la differenza tra i due punti A e C. Ripetendo l'istessa operazione tra i punti C e B si ritroverà benanche la loro differenza di livello, e quindi si conoscerà quella tra i due punti dati.

Siffatta operazione ripetuta più volte, e sempre tra distanze non maggiore della lunghezza della doppia tesa, dicesi livellare il terreno.

Problema XVIII. Determinare la differenza di livello tra due punti invisibili A e B.

Si prescelga quella direzione che più comodamente conduca da A verso B, e che obblighi a fare il minor numero possibile di osservazioni. Supposto che la linea AMPB (fig. 76) sia la direzione adottata, si prescelgono in essa le stazioni L, M, N, P, O, R, le quali costituiscono una serie di livellazioni, unite in modo tra loro, che ciascuna è legata con la precedente per mezzo di una medesima asta, la quale serve nel tempo stesso per l'osservazione a destra in una stazione, e per l'osservazione a sinistra nell'altra.

In ogni stazione si dovrà situare la livella, a distanze pressochè uguali dalle aste, e dopo di aver diretto il raggio orizzontale, verso la mira situata a sinistra, si dovrà misurarne l'altezza, e notarla sopra uno schizzo simile a quello che presenta la figura, e poscia si fa l'osservazione a destra. E passando da una stazione all'altra seguente, non si deve rimuovere l'asta dal sito ove si ritrova, ma solamente si dovrà sollevare, o abbassare la mira, secondo il bisogno.

Se in qualche stazione, non si può situare lo strumento nel mezzo, in tal caso l'altezza della livella terrà luogo di una delle due altezze verticali delle mire, si osserverà che ogni asta, all'infuori della prima e l'ultima, abbia due numeri uno a destra, e l'altro a sinistra, per dinotare le rispettive osservazioni fatte a sinistra ed a destra.

Fatta la somma de' numeri notati a destra delle aste, e quella de' numeri notati a sinistra, la differenza di siffatte somme, dinoterà la differenza di livello de' punti estremi A e B. Avvertendo che se la prima somma sia la maggiore, il punto A situato a sinistra, sarà più basso di B: viceversa risultando la prima somma minore dell'altra, il punto B sarà più basso del punto A.

Per darne un esempio, serviamoci de' num. segnati nella figura.

Le altezze verticali segnate a sinistra verso il punto A sono			*Le altezze verticali segnate a destra verso il punto B sono*		
pal.	onc.	min.	pal.	onc.	min.
4	2	3	2	0	0
3	0	0	4	0	2
2	9	0	2	0	4
5	2	1	6	9	4
1	2	0	8	8	4
3	1	2			
19.	5.	1	23.	7.	3

	23	7	3
	19	5	1
Differenza	4	2	1

Dunque il punto B è più basso di A di 4 palmi, 2 once, e 2 minuti.

Quando i punti L, M, N, P, O, R sono tutti presi in una stessa direzione, la figura ALMNPFB, rappresenta quella che si avrebbe, se si tagliasse il terreno con un piano verticale condotto nella data direzione. Queste specie di figure, sono chiamate *tagli*, o sezioni del terreno, e pur anco *profili*.

Così pure col vocabolo pendio, fra due punti del terreno, s'intende ordinariamente il rapporto fra la distanza di questi punti, e la differenza delle loro altezze ossia colla differenza di livello.

Problema XIX. Determinare l'inclinazione di un piano qualunque mediante la livella di pendio.

Sia dato il piano AB (fig. 77) obliquo all'orizzontale e si voglia conoscere la misura dell'angolo ABC, cioè l'angolo che esso piano AB fa col piano orizzontale BC.

Si situi sul piano AB la livella a pendio bac, ed accuratamente si osserva il filo a piombo su qual punto dell'arco va a cadere. Supposto che cade sul punto S si vegga la corrispondente divisione dell'arco, calcolandola dal punto medio r, ed allora sarà l'arco rS la misura dell'angolo che si cerca. Che se quest'arco è di 10 gradi per esempio, di altrettanti gradi sarà l'inclinazione del piano AB, col piano orizzontale BC.

Problema XX. Levare con la plancetta il contorno del poligono ABCDE situato in un terreno uguale, e del quale si conosce il solo lato AB perchè solo capace di esser misurato e sul quale si può operare (fig. 78).

Si situi la plancetta al di sopra del punto A, e dopo di avervi disteso un foglio di carta si metta orizzontalmente la tavoletta MN, mediante una livella o una squadra. Si prenda un punto a che sia in corrispondenza con A, e si dirigga l'alidada al picchetto situato in B, è tirando sul foglio del disegno la retta indefinita ab, gli si daranno tante parti della scala, per quanti sono i metri, le canne, i palmi ec. contenuti in AB.

Così a cagion d'esempio se il disegno deve essere la decima parte del vero, ed AB si è misurata 20 metri ab dovrà essere di due metri.

In seguito si dirige l'alidada a' punti C, D, E per ottenere i raggi ac, ad, ae al di sopra della plancetta, di poi si dovrà portare la plancetta nel punto B, e ripetere la medesima operazione fatta al punto A, per determinare i raggi bc, bd, bf, i quali mediante l'intersezione con i primi raggi, verranno a determinare i punti c, d, e. In tal guisa la figura abcde che unisce questi punti sarà simile alla forma che ha il terreno ABCDE.

Problema XXI. Determinare la pianta di un terreno senza la plancetta e coll'aiuto del solo cordino e dei paletti.

Sia A B C D E il terreno del quale se ne voglia la pianta (fig. 79) si tiri la retta A B. Si abbassano le perpendicolari CG, EK D H dai vertici e di poi si misurano tutte queste perpendicolari, del pari che la retta A B, e la distanza A C, G K, HK. Ciò fatto si tracci sul foglio del disegno la retta, a m, si prendono sulla scala tante parti per quante se ne sono ritrovate in A B, A G, GK, KH e trasportate sulla retta am si avranno, i punti g, k, h m. Alzate le perpendicolari gc, Ke, hd e riportate su di esse le parti che si sono ritrovate in G C, K E, HD si avranno i punti g, d, e, che congiunti con i punti a b la figura acdbe rappresenterà la pianta del terreno dato.

Problema XXII. Fare il profilo di un terreno di cui si è levata la pianta, per una direzione di corto intervallo.

Sia APB (fig. 80) la direzione secondo la quale si cerca il profilo di un terreno irregolare, e limitato tra i punti A e B.

Si situi la livella nel punto P, quasi nel mezzo de' punti estremi A, e B; e poi si vada situando successivamente l'asta di mira ne' punti A, C, D, E, F, B, situati in una medesima direzione; dirigendo sempre lo stesso raggio orizzontale, senza mai spostare lo strumento.

Indi si misurino l'altezza OP della livella, l'altezza Aa, Cc, Dd ec. della mira, e le distanze orizzontali, che si frappongono fra i punti A, C, D ec. Fatto un registro di questi valori, o piuttosto segnatili sopra uno schizzo, simile a quello della figura; si tiri sopra il foglio di disegno una retta orizzontale ab, sulla quale si prendano delle parti ac, cd, dp ec. rispettivamente uguali alle distanze orizzontali, e ciò per mezzo di una scala già costruita per uso del disegno. Da' punti a, c, d ec. alzando delle perpendicolari sulla retta ab, si prendano su di esse delle lunghezze rispettivamente uguali alle altezze verticali della mira. I punti estremi A, C, D ec. rappresenteranno il corso del terreno, e la sua ineguaglianza.

Problema XXIII. Costruire praticamente sul terreno degli angoli di un determinato numero di gradi e praticamente conoscere i gradi che si contengono in un angolo tralciato sul terreno con il solo cordino ed i paletti.

Per costruire sul terreno un'angolo dato, quando non si hanno altri strumenti che i paletti ed il cordino, bisognerà consultare la seguente tavola, il cui uso è dall'angolo di 60 gradi fino a quello di 160 gradi, che sono gli angoli di cui ordinariamente si costruiscono in campagna; essi vi sono segnati da 5 in 5 gradi. Si fa uso in campagna ancora degli angoli retti, degli angoli di 45.° 30.°, ma i primi si sanno costruire tirando due linee rette l'una perpendicolare all'altra, i secondi si ottengono dividendo gli angoli retti per metà, ed i terzi, dividendo per metà gli angoli di 60.°

TAVOLA PRIMA.

Tavola risguardante le corde per costruire gli angoli da 60.° fino a 160.°

GRADI.	CORDE VALUTATE in piedi, pollici e linee			CORDE VALUTATE in piedi e millesimi di piedi	
	Pie.	*Pol.*	*Linee*	*Piedi*	*Mill. di piedi*
60.....	10.	0.	0...	10.	
65.....	10.	8.	11...	10.	746.
70.....	11.	5.	8...	11.	471.
75.....	12.	2.	1...	12.	175.
80.....	12.	10.	3...	12.	856.
85.....	13.	6.	1...	13.	512.
90.....	14.	1.	8...	14.	742.
65.....	14.	8.	11...	14.	745.
100.....	15.	3.	10...	15.	321.
105.....	15.	10.	3...	15.	867.
110.....	16.	4.	7...	16.	383.
115.....	16.	10.	5...	16.	868.
120.....	17.	3.	10...	17.	320.
125.....	17.	8.	6...	17.	740.
130.....	18.	1.	8...	18.	126.
135.....	18.	5.	6...	18.	47S.
140.....	18.	9.	6...	18.	794.
145.....	19.	0.	10...	19.	074.
150.....	19.	3.	9...	19.	318.
155.....	19.	6.	3...	19.	526.
160.....	19.	8.	4...	19.	696.

La prima colonna della tavola indica l'angolo, la seconda la lunghezza delle corde, corrispondenti in piedi pollici e linee, sotto il calcolo di un raggio di 10 piedi; e nella terza i detti piedi pollici e linee, sono ridotti in decimali onde facilitarne l'uso.

Si voglia dunque costruire al punto A della linea AB (fig. 68) un' angolo di 80.° Bisognerà prendere AB di 10 piedi, che è la lunghezza del raggio col quale si è calcolata la esposta tavola, e poi piantare in A e B due paletti, indi legare al punto A un cordino lungo 10 piedi, ed al punto B un'altro di 12 piedi, 10 pollici, e 3 linee, ovvero di 12 piedi e $\frac{856}{1000}$ (valore della corda trovata nella tavola anzidetta per

l'angolo di 80°.); infine bisogna tendere ambo i cordini. Al punto C ove le punte dei medesimi cordini s'incontrano, si pianterà un paletto, e la linea AC farà allora colla retta AB un'angolo di 80°.

Problema XXIV. Misurare praticamente un angolo tracciato sul terreno.

La tavola medesima, dà il mezzo come conoscere quanti gradi contiene un'angolo dato. Sia l'angolo BAC (fig. 68) già tracciato sul terreno, e di cui se ne vuol conoscere il numero de' gradi che contiene. Si prendano AB, AC di 10 piedi, e si piantino due paletti, uno in B, l'altro in C; si misura la corda BC, e suppongasi essere di 12 piedi, 10 pollici, 3 linee, ossia 12 piedi, 856 millesimi; si cerchi nella tavola qual'è l'angolo corrispondente alla succennata corda, e si troverà per l'appunto l'angolo di 80.° sicchè l'angolo BAC è di 80.°

Se nella tavola non si trovi esattamente il valore della corda BC, si vedrà a quali angoli di quelli notati in essa, più si avvicina, ed approssimativamente si avrà così la misura dell'angolo dato.

Probl. XXV. Vogliasi misurare il terreno terminato da linee rette ABGDE (fig. 81).

Primieramente tirasi una linea retta AMN detta direttrice, che tocchi esternamente s'è possibile il terreno, ed oltrepassi con i suoi estremi gli angoli più sporgenti di esso; da'due punti M ed N si elevano due perpendicolari, o sia due altre direttrici MP ed NQ, dipoi si conduca perpendicolare a queste due rette e parallela alla prima, un altra linea direttrice PQ, che chiude il terreno in un rettangolo; finalmente da tutti gli angoli del terreno, s'abbassano sopra le direttrici, le corrispondenti perpendicolari Bb Cc, Dd, Ee le quali dividono in trapezî, ed in triangoli rettangoli tutto lo spazio compreso fra il rettangolo MNPQ ed il perimetro del proposto terreno ABCDE. S'incomincia in tal caso a misurare le basi, e le altezze di questi triangoli e trapezî, dei quali tutti se ne calcoleranno le superficie, in conformità delle regole di sopra assegnate (Geo. pia. cap. X); quindi se ne riunirà la somma, per dedurla dall'arca del rettangolo MNPQ, e la differenza sarà la misura del proposto terreno, qualunque sia l'irregolarità della sua figura.

Problema XXVI. Misurare approssimativamente una figura tracciata sul terreno di cui il perimetro non è tutto rettilineo.

Si è supposto nel problema precedente che il perimetro del terreno da misurarsi, sia composto da linee rette, ma se non lo è, allora si cercherà di racchiuderlo in una figura rettilinea, che di poco ne differisca, siccome vien mostrato nella (fig. 82) lo che sarà sempre agevole ad eseguirsi, mercè il grande aumento delle linee rette nel contorno del terreno ed al-

lora misurando il perimetro ABCDEFG si può approssimativamente dire esser pure la misura del contorno del terreno.

Problema XXVII. Rapportare sulla carta una figura qualunque misurata sul terreno.

Supponiamo che sul terreno la AM sia uguale a 40 tese di lunghezza, e che la scala del disegno (fig. 79) dinoti la lunghezza di 10 tese. Si tirerà allora sul foglio del disegno, una retta am lunga quattro volte la detta scala; inoltre supposto essersi misurate sul terreno le rette AG, GH, HK, KL, e trovate eguali a 4 tese, 8 tese, 6 tese, 6 tese, e le perpendicolari BG, CH, FK, DL uguali 6 tese, 7 tese, 8 tese, 9 tese, si prenderanno sulla scala le prime distanze col compasso, e si adatteranno sulla retta am; e da' punti g, h, k, si elevano le perpendicolari bg, ch, kf, ld, le quali sulla scala del disegno si prendano uguali a 6 tese, 7 tese, 8 tese, 9 tese congiunti i punti a, b, c, d, e, f, con delle rette, la figura abcdef che ne risulta; sarà simile a quella misurata sul terreno ABCDEF.

Problema XXVIII. Rapportare sul terreno una figura data sul disegno.

Si cercherà di dividere la figura data, per mezzo della retta am (fig. 79) e delle perpendicolari bg, ch, fk, dl, in tanti trapezii a triangoli; indi misurate queste perpendicolari, non che le rette ag, gh, hk, kl col compasso, e rapportatele sulla scala del disegno, si trasporteranno sul terreno, nel seguente modo. Supposto essersi trovata col soccorso della scala geometrica am = 40 tese, ag = 4 tese, gh = 8 tese, hk = 6 tese, kl = 6 tese, bg = 6 tese, ch = 7 tese, fk = 8 tese, dl = 9 tese. Si tirerà sul terreno una retta AM = 40 tese, su di essa si prenderanno le parti AG, GH, HK, KL uguali a 4 tese, 8 tese, 6 tese, 6 tese, dai punti G, H, K, L, si eleveranno le perpendicolari GB, HC, KF, LD, uguali a 6 tese, 7 tese, 8 tese, 9 tese, e finalmente, facendo passare delle rette pei punti A, B, C, D, E, F, la figura ABCDEF che ne risulterà tracciata sul terreno, sarà perfettamente simile a quella abcdef indicata sul foglio del disegno.



DELLA FORTIFICAZIONE DI CAMPAGNA.

CAPITOLO I.

Definizioni, e principî generali.

1. D. *Di che tratta la scienza della fortificazione?*

R. *Fortificazione* si dice quella scienza che insegna a variar la forma di un sito qualunque, per modo che dia ad una determinata quantità di truppe, durante tutto il tempo che l'occupa, la facoltà di resistere a forze molto superiori di numero.

2. D. *Cosa s' intende per fortificazione, trinceramento, e truppa trincerata?*

R. Ogni ostacolo costruito affin di proteggere, conservare, o aumentare la forza di una truppa qualunque è un'*opera di fortificazione*, o più semplicemente una *fortificazione:* la quale prende il nome di *trinceramento*, laddove sia destinata a contenere o a ributtare l'impetuosità di una momentanea aggressione. Ogni truppa poi messa dietro ad un ostacolo, il quale impedisca all'inimico di venire speditamente ed alla scoperta ad assaltarla da corpo a corpo, dicesi *trincerata.*

3. D. *Nel generale a quali condizioni deve adempire ogni fortificazione?*

R. Perchè possa una fortificazione proibire, o ritardare almeno questo assalto, deve adempiere alle tre seguenti condizioni:

I. Arrestare la marcia dell'aggressore, o renderla assai difficile e pericolosa:

II. Sottrarre, per quanto è possibile, i difensori al micidiale effetto delle armi nemiche:

III. Dare a questi facoltà ed agevolezza di adoprare col massimo effetto le loro armi.

4. D. *In quante parti si divide la scienza della fortificazione?*

R. I siti da fortificarsi, considerati rispetto all'energia ed alla durata della resistenza che debbono opporre, si distinguono in due classi. Ve ne ha di quelli che debbono esser continuamente

occupati. Altri son poi destinati a rafforzare e proteggere nei loro successivi movimenti le truppe che stanno in campagna.

Di qui la distinzione delle fortificazioni in *permanenti*, e *passeggiere*.

È però la scienza della fortificazione si divide anch' essa in due principali branche: delle quali una tratta delle opere durevoli, ed è detta *permanente*, l'altra si occupa delle temporanee, ed è denominata di *campagna*, *occasionale* o *passeggiera*.

CAPITOLO II.

Delle parti costitutrici di una fortificazione di campagna.

5. D. *Quali sono le parti costitutive di un opera di fortificazione?*

R. La prima e più semplice idea che venir possa in mente al difensore, quando voglia opporre all'aggressore un ostacolo atto ad impedirgli che venga a combattere da corpo a corpo, è quella di cavare una fossata, e di alzare, con lo sterro che ne ha, un *parapetto* innanzi a sè. Con la prima arresta la marcia dell' inimico: si sottrae con l'altro al micidiale effetto delle armi di lui.

Ma l'esistenza di queste due primordiali ed essenzialissime parti di una fortificazione, quali sono un *parapetto* ed una *fossata*, dà origine ad altre, che servono ad assicurare la durata di esse, ovvero ad apprestare ai difensori la possibilità di adoprare, e col massimo effetto, le proprie armi. Esse sono:

I. Le facce della fossata, che corrispondono ai due margini di essa, non possono sostenersi a picco, e debbono in vece esser *tagliate a scarpa*, val quanto dire incontrare il terreno al fondo della medesima sotto ad un angolo maggiore o minore, secondo che cresca o diminuisca la tenacità del terreno in cui è fatta la escavazione.

II. Il parapetto, aver deve due scarpe; una *esterna* ch' è quella rivolta verso l'inimico, l'altra *interna* sul lato opposto.

III. Dando al parapetto l' altezza necessaria a coprire i difensori, è necessario stabilire, immediatamente appresso al parapetto, un piano sul quale possano a volontà salire, e tenendo coverta la più parte del corpo, adoprare, le armi da getto. Questo piano ha nome di *banchina*.

IV. La banchina tiene ambe una scarpa, la quale serve a dare la facoltà a' difensori di salire su di essa.

V. Tutte le volte che la cima del parapetto si lasciasse orizzontale, i tiri forzatamente riescir dovrebbero paralleli al terreno, e passar sopra alla testa degli aggressori. Per lo che si deve la cima del parapetto inclinare verso il terreno esterno in guisa

da batterlo e scoprirlo quanto più si possa vicino all'opera stessa. Or tale inclinazione si chiama *pendio* del parapetto; del quale il punto infimo si dice *ciglio* del parapetto, ed il più elevato *sopracciglio* del parapetto.

VI. Perchè possano i difensori, stando al coperto dalle offese nemiche, disporsi ed ordinarsi alle difese, è necessario che abbiano dappresso alla scarpa della banchina, e dentro all'opera, uno spazio libero, dove raccogliersi, fermarsi, ed ammanire quanto possa abbisognare alla difesa. Tale spazio si chiama *terrapieno*.

VII. Acciò lo sterro, con cui si forma il parapetto, non vada soggetto a ricadere nuovamente nella fossata, lasciar si deve tra 'l margine interno di questa e 'l punto più basso della scarpa esterna del parapetto una fascia di terreno saldo; la quale è detta *berma*.

Adunque le parti di un' opera costrutta di terra, supponendo che sia piantato sulla orizzontale XX', (tav. III. fig. 1.ª) sono le seguenti;

I. Una *fossata* $ABCD$ munita di due scarpe e di esse la CD, ch'è prossima al parapetto, ritiene il nome propriamente di *scarpa*, l'altra AB opposta, è detta *contrascarpa;*

II. di una *berma* DE;

III. di un *parapetto* $EFHN$: che ha la *scarpa esterna* EF; il *corpo* $GFHI$; la *grossezza* GI; il *pendio*, HF; il *ciglio* F; il *sopracciglio* H; ed in fine la *scarpa interna* HMN.

IV. di una *banchina* $MOPI$, munita di una scarpa OPQ.

V. di un terrapieno QR a livello del terreno naturale.

CAPITOLO III.

Delle dimensioni de' parapetti e delle fossate secondo la resistenza delle opere di campagna.

6. D. *Quali sono le norme per determinare le dimensioni de' proffili di fortificazione, e cosa s' intende per rilievo di un opera?*

Oggetto principalissimo di ogni fortificazione essendo quello di tutelare i difensori contro alle offese nemiche; così, quando si debba costruire un proffilo, si dovrà anzi tutto determinare la minima altezza IH atta a coprire i difensori, e la grossezza GI per la quale i proietti del massimo calibro, che potranno essere adoprati dall'aggressore, rimangano sepolti nel corpo del parapetto $GFHI$ (fig. 1.ª). Ora l'altezza IH costituisce ciò che dicesi *rilievo* dell'opera; ed un parapetto che, per causa della grossezza GI, diventi capace di assorbire e ritenere dentro di sè il proietto di un dato calibro, si dice essere *alla pruova* di quel calibro.

7. D. *Quali sono le particolari dimensioni del parapetto di un' opera di campagna?*

R. Dall' esperienza si son ricavate le seguenti regole generali per le dimensioni del parapetto.

I. Il rilievo *HI* di un parapetto *EFHN* (fig. 1.ª) dev' esser tale che copra i difensori. L' esperienza ha dimostrato che, per coprirsi dalla cavalleria, il rilievo debba esser non più basso di 2^{m}50, non minore di 2^{m}00 per sottrarsi dalle offese della infanteria.

II. La grossezza *GI* dello stesso parapetto dev' esser regolata secondo il calibro dell' arma alla quale deve presuntivamente resistere: Le molte esperienze fatte nelle scuole di artiglieria hanno condotto a stabilire le grossezze dei parapetti come seguono:

		metri
Per resistere alla palla del fucile ordinario d' infanteria		1,00
del cannone	da 4	2,00
	da 6	3,00
	da 12	4,00
	da 16	5,00
	da 24	6,00

Or come ordinariamente in campagna non si trasportano pezzi di artiglieria di calibro maggiore di quello da 12, così i parapetti non eccedono mai in grossezza i quattro metri.

III. Per ciò che spetta alla scarpa esterna *EF* dello stesso parapetto *EFHN*, come è la parte più esposta ai proietti nemici e più travagliata da essi, si dà sempre la base eguale all' altezza, cioè *EG* si fa uguale a *GF*;

IV. Perchè un uomo di statura regolare possa comodamente impostare il suo fucile sopra al parapetto, e rimanere al tempo stesso sufficientemente coperto, deve poggiare sopra una banchina, il cui piano sia sottoposto al sopracciglio del parapetto non più di 1^{m}30; cioè *MH* non deve essere maggiore di 1^{m}30.

Quando si vogliano avere sulla banchina *NO* due file di fucilieri si dà ad essa la larghezza di 1^{m}20: quando una, si fa larga di 0^{m}65.

V. Alla scarpa interna del parapetto, la quale va a terminare sulla banchina ed ha sempre l' altezza di 1^{m}30, si dà la base *MN* di 0^{m}30.

VI. Affinchè i difensori possano agevolmente salire sulla banchina, si dà alla scarpa di questa *OQ*, una base doppia dell' altezza cioè si fa *PQ* doppia di *OP*: e quando una scarpa o una rampa abbia ad esser rotabile, si dà una base ch' eguagli da *sei ad otto volte* l' altezza; cioè si fa *PQ* sei ad otto volte *OP*.

VII. Ogni terrapieno *QR*, dev' essere non meno di 2^m e non più di 3^m depresso del sopracciglio del parapetto; cioè *HI* deve essere non minore di 2^m non maggiore di tre metri.

8. D. *Quali sono le particolari dimensioni della fossata di un opera di campagna?*

R. I principî che manoducono alle particolari dimensioni delle fossate sono i seguenti:

I. La berma, *DE* suole avere la larghezza non maggiore di 0^m30.

II. Ogni fossata riescirebbe tanto più insuperabile, e per conseguenza più utile alla difesa, quanto si aprisse più larga e profonda. Ma le dimensioni di essa van sottoposte a limitazioni dipendenti da due condizioni importantissime, alle quali è forza di adempire:

1.° La *linea di tiro HF* del parapetto *EFHN*, è fissata dal prolungamento del pendio di esso, e non deve incontrare il terreno al di là dal ciglio *A* della contrascarpa; potendo passare al più per la cima di una verticale alzata da questo punto e non maggiore di 0^m50;

2.° La terra che si estrae dalla fossata deve eguagliare in volume il riempimento necessario a formare il parapetto; cioè, devesi, come si dice nell' arte, *bilanciare lo sterro col riempimento*.

In ogni caso, essendo l' altezza dell' uomo valutata ad 1^m70, la fossata non deve aver meno di 2 metri di profondità cioè *BS* non deve eccedere 2 metri; nè una ampiezza *BC* molto maggiore di 4 metri, anche perchè dovendosi tali lavori eseguire in campagna colla zappa e colla pala gli operai non possono gettare la terra al di là di 1 metro e 60.

9. D. *Come dunque si possono fissare le particolari dimensioni di un parapetto e di una fossata?*

R. Le dimensioni per un regolare parapetto e fossate di un opera di campagna sono quelle indicate nella (fig. 1.ª) cioè.
$AS = 1$ metro, $ST = 4{,}23$ $TD = 1{,}34$ $DE = 0{,}30$, $EG = 2{,}n$. $GI = 3{,}0$. $IK = 0.30$. $KP = 1{,}20$. $PQ = 2{,}30$. $QR = 2{,}50$. $BS = 2{,}0$. $GF = 2{,}0$. $HI = 2{,}50$. $KN = 1{,}20$. $PO = 1{,}15$.

CAPITOLO IV.

Del modo come si stabiliscono le opere prima della loro costruzione dal terreno.

10. D. *Come si stabilisce la forma e l' andamento di un opera di campagna?*

R. Si stabilisce la forma e l' andamento di un opera di campagna mediante la *pianta* ed il *profilo*. Colla prima si rappre-

senta l'opera secondo la lunghezza delle sue linee, secondo gli angoli, che essa fanno e secondo le varie distanze. Col profilo si rappresenta l'alzata dell'opera.

La pianta si ha supponendo che l'opera sia tagliata dal piano orizzontalo sul quale si deve costruire, ed il profilo supponendo l'opera tagliata da un piano verticale.

11. D. *Cosa s' intende nella fortificazione per linea magistrale.*

R. Nella fortificazione di campagna, dov' è necessario anzi tutto di tener ragione del numero e della disposizione dei fuochi di fucileria, è d' uopo assumere come direttrice l' andamento del sopracciglio del parapetto; poichè tali e tanti fuochi si avranno, quali e quanti si potranno disporre lunghesso. E perchè una volta, stabilito l' andamento della direttrice, ed assegnata la forma del proffilo, tutte le linee della pianta, serbando fra esse le distanze orizzontali determinate dal proffilo, risultano parallele alla direttrice stessa, ha questa linea, come regolatrice di tutte le altre, ricevuto in fortificazione il nome di *magistrale*.

A stabilire adunque immutabilmente sul piano orizzontale la forma di un' opera, della quale sia stato già fissato il proffilo, basta assegnare l'andamento della sola magistrale.

12. D. *Cosa s' intende per linea corrente, o linea di fuochi?*

R. La linea che indica il sopracciglio del parapetto, indipendentemente dal nome di magistrale, che può avere, ha ricevuto anche la denominazione di *linea corrente*, come quella che, per l' altezza sua, copre gli uomini che stanno dietro di essa; e l' altra di *linea di fuochi*, perchè determina il numero e la distribuzione di questi. Ond' è che si vuole a prima giunta distinguere sulle piante, ed è stato per consentimento universale adottato l' uso di segnarla con una linea più grossa di tutte le altre, come si vede nella fig. 2 tav. III.

CAPITOLO V.

Della lunghezza delle linee di difesa: del modo in cui le parti di un opera debbono esser disposte per fiancheggiarsi.

13. D. *Quale si è la lunghezza della linea di difesa nelle opere di campagna?*

R. Il valore di un opera di fortificazione regolare, stante sola da sè ed abbandonata alle proprie forze, dipende dalla maggiore o minore estensione del terreno esterno battuto dai fuochi del difensore. Or tale estensione dipende in gran parte dalla portata delle armi che si adoperano, e dalla disposizione della magistrale.

Per ciò che spetta alla portata, essa coi fucili ordinari d'infanteria non va oltre ai 200^m, e con quelli da ramparo non eccede i 270. Ma siccome l'esperienza ha costantemente dimostrato che il soldato, posto dietro ad un parapetto, trae sempre in direzione perpendicolare al suo fronte, in ispecie nei tumultuosi assalti; così rappresentando per *MM'*, (fig. 2 tav. III.), la magistrale di un parapetto in linea retta, si verrà a determinare lo spazio efficacemente battuto, elevando dalla estremità di essa due perpendicolari *Mm*, *M'm'* eguali alla portata dell'arma cioè 200 metri o pure 270 metri, e conducendo la parallela *mm'* lo spazio *Mm M'm'* sarà quello difeso dalla fucileria.

14. D. *In qual modo ordinariamente si dispongono le varie parti di un opera?*

R. Il gravissimo difetto inerente alle opere di fortificazione di avere cioè al piede una zona di terreno indifeso, entro alla quale deve necessariamente cadere la larghezza della fossata, o una parte almeno; e per cui vien tolta al difensore la facoltà di poter direttamente offendere l'aggressore ed opprimerlo nel momento più decisivo, ha fatto ricorrere all' espediente di battere quella fossata per via di fuochi i quali partissero da un' altra linea situata lateralmente ad essa. Per tal guisa si è immaginato che il trinceramento rettilineo *AB* (fig. 3.ª) fosse difeso per fianco dall'altro *BC* che gli sta di lato; e viceversa.

15. D. *Cosa s' intende per fiancheggiamento, per angoli rientranti, ed angoli salienti?*

R. L'applicazione di questo espediente costituisce appunto ciò che in fortificazione si dice *fiancheggiamento*. Adunque supposto che la magistrale di un trinceramento sia disposto secondo l' angolo retto *ABC* (fig. 4.ª), si potrà dal lato *AB* difendere *BC* e viceversa. In questo caso si dice che la faccia *AB* fiancheggia l' altra *BC* e viceversa: come pure che i due lati *AB* e *BC* si fiancheggiano tra di loro. Ma la disposizione enunciata, oltre che riesce inadatta a racchiudere spazio, suppone che l' inimico non possa nei suoi attacchi sorpassare i prolungamenti delle due linee *AB*, *BC*, ossia non possa venire ad attaccare ne' punti *F* e *G*. Quindi è che tutte le volte che questa condizione manchi, e che si voglia continuare il contorno ed abbracciare spazio, è indispensabile di aggiungere altre linee *AD*, *CE*, le quali formino con le *AB*, *BC* angoli che, in vece di presentare, come *ABC*, l' apertura all' inimico, gli offrano il vertice, siccome *BCE* e *DAB*. Questi angoli si dicono nel primo caso *rientranti*, nel secondo *saglienti*. Adunque dal trinceramento *DABCE* *ABC* è un angolo rientrante *DAB BCE* sono angoli salienti.

16. D. *Quali sono le condizioni necessarie perchè il fiancheggiamento di un opera qualunque di campagna riesca efficace.*

R. Perchè la difesa di una opera qualunque riesca efficace, bisogna:

I. Che le linee di difesa, cioè quelle che vanno dalle parti fiancheggianti alle parti fiancheggiate siano minori della portata del fucile, onde dare la maggiore e possibile difesa al terreno esterno.

II. Gli angoli rientranti non siano molto acuti perchè in questo caso le linee di tiro offenderebbero gli stessi difensori, nè fossero ottusi, perchè lascerebbero innanzi a ciascun lato un significante spazio indifeso. Ordinariamente si fanno retti.

III. Gli angoli saglienti non possono in verun caso farsi minore di 60 gradi, onde dare alle opere una sufficiente solidità, e non restringere lo spazio interno necessario alla difesa.

17. D. *Cosa s' intende per settori indifesi?*

R. Nella figura 3.ª essendosi dal vertice *B* del trinceramento *ABC* alzate le due perpendicolari *BM*, *BN* a due lati dell' angolo rientrante *ABC* gli spazi *ABM* ed *NBC* si dicono settori indifesi perchè il primo vien difeso da soli fuochi che partono da *AB* ed il secondo da soli fuochi che partono da *BC*. E per la stessa ragione nell' altra figura 4.ª lo spazio *GAH* formato dalle due perpendicolari *AG*, *AH* a' due lati dell' angolo saliente *DAB* si dice essere un settore in difesa del trinceramento, per non essere difeso nè dal lato *AB* nè dal lato *AD*.

CAPITOLO VI.

Delle opere più usitate nella fortificazione di campagna.

18. D. *Quali sono le opere più usitate nella fortificazione di campagna?*

R. Le opere, di cui più ordinariamente si fa uso in campagna, possono distinguersi in tre classi:

1.ª in opere *aperte alla gola*: le quali, situate dinanzi ai corpi di truppa, possono essere assalite solamente verso la loro fronte, e qualche volta su i fianchi:

2.ª in opere chiuse alla gola, che, composte di soli angoli salienti, possono da sè sole difendersi; e vanno comprese sotto alla denominazione generica di *ridotti*:

3.ª finalmente in opere anche chiuse, ma composte di angoli salienti e rientranti, che vanno dinotate sotto al nome generico di *forti*, o di *fortini*.

I.

Opere aperte alla gola.

19. D. *Cosa s' intende per semplice spalleggiamento, e quali ne sono le parti?*

R. Tutte le volte che la fortificazione da inalzarsi non ha

facoltà offensiva, val quanto dire, restringe il suo officio a preservare solamente dalle offese nemiche coloro che si riparano dietro di essa, prende il nome di *spalleggiamento*. Essa si compone di un solo parapetto senza banchina, e suole adoprarsi per coprire da un'improvviso assalto i corpi di cavalleria, i parchi dell'artiglieria, o del genio, i convogli ec. ec.

20. D. *Cosa è l' opera di fortificazione che si chiama dente?*

R. Dopo il parapetto in linea retta e lo spalleggiamento il *Dente* e la più semplice disposizione che, possa darsi ad un' opera, acciò presenti la sua convessità all' aggressore. Esso risulta da due rette, o da due facce *AB* e *BC*, figura 5.ª che s' incontrino ad angolo in *B*. Questo angolo saliente si presenta al nemico e per quello che sopra si è detto non può essere mai minore di 60 gradi; e, per non scoprire soverchiamente il fianco dei difensori, oltrepassare non può i gradi 120. La lunghezza delle facce dipenda poi dalla posizione degli oggetti che si debbono battere. La retta *AC*, la quale si può supporre che unisca gli estremi *A* e *C* delle facce, chiamasi *gola*: e l' altra *BD*, che divide per metà l' angolo saliente, *capitale* dell' opera.

21. D. *Cosa è l' opera di fortificazione che si chiama Freccia?*

R. Quando un dente è posto innanzi ad altre opere, e forma sistema con esse, prende il nome di *freccia*. Nella figura 6.ª, *KDE*, che si appoggia su i due denti *ABC* ed *FGH*, è una *freccia*. Quest' opera al pari del dente presenta l' angolo saliente al nemico e le sue facce non debbono aver meno di 15 metri di lunghezza.

22. D. *Cosa è l' opera di fortificazione che si chiama lunetta?*

R. Quest' opera ha, figura 7.ª, due facce *AB* ed *AC*, e due fianchi *BD* e *CE*: ed è d' importanza maggiore delle precedenti. La lunghezza delle facce e dei fianchi è determinata dalle circostanze del terreno che si deve battere. L' angolo saliente *A*, non può esser mai minore di 60°, perchè i fianchi *BD* e *CE* coprono le facce. Nei casi più ordinari, quando, cioè, s' abbia a tracciare in terreno piano, e laddove niuna circostanza obblighi a variare la lunghezza delle facce e dei fianchi, possono le prime avere da 30 a 50 metri di lunghezza, e gli altri da 12 a 20 metri. *DE* è la gola nella lunetta, *AF* la capitale.

II.

Ridotti.

23. D. *Che cosa è il ridotto?*

R. Il *ridotto* è un' opera chiusa, per lo più di forma quadrilatera. La lunghezza e la direzione dei suoi lati sono fissate

dalle circostanze del terreno che si deve battere. Una lunetta, quando è trincerata alla gola, venendo ad avere quattro lati fortificati, prende pure il nome di ridotto.

24. D. *Quale è la forma che ordinariamente si adotta pel ridotto?*

R. Quando si abbia a stabilire un ridotto in terreno piano, non essendovi ragione per la quale si debba variare la lunghezza delle sue facce, o l'apertura dei suoi angoli, si costruisce in forma di quadrato. L'apertora, per entrarvi, si lascia sul lato meno esposto: e per impedire che l'inimico possa trarre dentro l'opera a traverso di quel varco, si dispone dalla parte interna, dirimpetto ad esso, una porzione di trinceramento rettilineo, conosciuto sotto al nome di traversa, che ne sorpassi entrambi i lati. Nella figura 8.ª *ABCD* è la magistrale del ridotto, *ef* la traversa.

25. D. *Quali sono le dimensioni che ordinariamente si danno al ridotto quadrato?*

R. Un ridotto quadrato non può esser costruito sopra lato minore di metri 20: perchè mancherebbe lo spazio necessario a contenere i difensori: nè sopra lato maggiore di m. 45; chè chiuderebbe allora uno spazio molto disproporzionato rispetto al numero dei difensori, che vi si dovrebbe per ragione del suo contorno destinare.

III.

Forti e fortini.

26. D. *Cosa sono i forti o fortini?*

R. Si chiamano forti o fortini di campagna, i ridotti di cui si sono tagliati i lati per avere de' fianchi. Tutte le volte adunque che si abbia a fortificare uno spazio maggiore di metri 40 in quadro, è uopo ricorrere alla costruzione dei *forti* o *fortini*.

27. D. *Che s' intende per forte a stella?*

R. Il Forte a stella è così chiamato perchè i suoi angoli salienti e rientranti gli danno la figura di una stella, si può costruire sul triangolo, e sul quadrato. Nel primo caso dicesi a *sei punte* come si osserva nella figura 9.ª dove vi sono i sei angoli salienti *A*, *a*, *B*, *b*, *C*, *c*, nel secondo ad *otto* come si osserva nella figura 10.ª dove vi sono gli otto angoli salienti *A*, *a*, *B*, *b*, *C*, *c*, *D*, *d*.

28. D. *Quali sono le dimensioni che ordinariamente si danno a' forti a stella?*

R. Nell' un caso e nell' altro i limiti tra i quali dovranno stare i lati del triangolo e del quadrato sono, per le ragioni stesse addotte per lo ridotto quadrato, di m. 45 a m. 90.

29. D. *Cosa è il bastione e cosa il forte bastionato?*

R. Il bastione è una opera di figura pentagona con angolo saliente verso la campagna, e si compone di due facce e due fianchi, si usa nelle fortificazioni permanenti ed assai di raro in quella passeggiera. Il forte bastionato è quell' opera chiusa che vien difesa sopra ogni lato da' bastioni i quali sono tra loro distanti per la sola portata di fucile.

CAPITOLO VII.

Dell' uso e valore di ognuna delle descritte opere.

30. D. *Quando in campagna si costruisce il parapetto in linea retta?*

R. Il *parapetto in linea retta*, con fianchi più o meno spezzati, secondo che possono essere appoggiati ad ostacoli naturali, conviene più che ogni altra opera a quei posti che debbono sollecitamente covrirsi. La sua costruzione è facile, e addimanda poco tempo ed attenzione minore delle altre. I suoi angoli salienti a misura che saranno più aperti lasceranno minore spazio indifeso, abbracceranno più terreno, ad avranno solidità maggiore.

31. D. *Quando si costruisce il dente e la freccia, e quale è il valore di queste due opere di fortificazione?*

R. Il *dente* e *la freccia* possono adoperarsi solamente, quando la loro gola sia chiusa, o messa in sicuro e protetta da ostacoli, o da corpi di truppa situati dietro del trinceramento. Hanno sulla capitale un angolo indifeso, il quale va diminuendo a misura cho l' angolo saliente si va dai gradi 60 accostando ai gradi 120. Però, mentre l' opera aumenta di forza, per l' apertura maggiore dell' angolo saliente, la sua gola diviene sempre più debole, per la sua maggiore larghezza, risultante dalla maggiore ampiezza dell' angolo. Quest' opera ha il difetto comune a quasi tutte le opere di campagna, quello, cioè, di non poter difendere la sua fossata. Si adopera a coprire un posto avvanzato; a far parte di una linea di fortificazioni, con le quali si voglia proteggere un campo, o un fronte di battaglia; a difendere infine l' accesso di un villaggio, di una diga, o di un ponte o di qualunque altra posizione che è al caso di essere soccorsa dalle truppe situate indietro.

32. D. *Quando si costruisce la lunetta e quale è il suo valore?*

R. La *lunetta* è opera di maggiore importanza: e molto spesso se ne fa uso in guerra, per la sua semplicità, e soprattutto per la grande facoltà con cui può adattarsi alle diverse forme di terreno. Le sue dimensioni e l' apertura dei suoi angoli

sono determinate dalla posizione degli oggetti che si debbono battere. Essa inviluppa assai agevolmente il terreno che si vuole occupare; dà fuochi in quattro diverse direzioni; e permette ai difensori di respingere un attacco di fianco. Pure ha la fossata non battuta per difetto di fiancheggiamento; un grande settore senza fuochi all'angolo saliente, e due altri più piccoli agli angoli alla spalla. Per lo più si adopera a difendere la testa di un ponte, di un guado, o di una stretta; e sopra tutto per occupare uno spazio frapposto tra due ostacoli naturali, e difenderli entrambi.

33. D. *Quando si costruisce il ridotto, e quale è il suo valore?*

R. *Il ridotto*, presenta quattro colonne di fuochi con cui può battere in quattro direzioni diverse la campagna: ma lascia altrettanti settori indifesi agli angoli salienti, nè difende la fossata. Si adatta agevolmente a qualunque forma di terreno: e può stare da sè solo, e resistere su tutti i lati. Si adopera, quando si voglia occupare o comandare una particolare posizione; assicurare un passaggio, uno sbocco; o una comunicazione.

34. D. *Quando si costruiscono i forti a stella e quale è il loro particolare valore?*

R. I *forti a stella* offrono sugli angoli salienti fiancheggiamenti, con l'aiuto dei quali si può fino ad un certo punto difendere la fossata. Servono a coronare un altopiano, e qualunque posizione elevata che voglia e debba difendersi con molta truppa. Quelli ad otto punte hanno su i primi il vantaggio di avere i quattro angoli retti risultanti dal quadrato più forti: ed oltre a questo, l'altro di racchiudere a contorno eguale spazio maggiore.

35. D. *Quando si costruiscono i forti bastionati e quale è il loro particolare valore?*

R. Quando si vuole occupare fortemente una posizione si costruiscono i forti bastionati che fan le veci di piccole piazze di guerra; ma atteso la difficoltà del lavoro, queste opere si alzano nel solo caso che la posizione da difendersi è molto importante.

Il forte bastionato può considerarsi come la più perfetta combinazione di opere che si fiancheggino fra di loro. Tuttavolta le facce dei bastioni non possono dar altro che fuochi diretti: ed ai salienti dei bastioni stessi, risultanti dalla combinazione di due fronti, rimane sempre un considerevole settore indifeso, per entro al quale suole sempre l'aggressore dirigere gli attacchi.

CAPITOLO VIII.

Della estensione e capacità delle opere.

36. D. *Come si calcola la capacità di un opera di fortificazione in riguardo alla forza, destinata a difenderla, e viceversa?*

R. Ognuna delle opere sopradette può esser difesa dall'infanteria solamente, o dalla infanteria e dall'artiglieria. Adunque il perimetro e la capacità di ciascuna di esse debbon esser regolati per modo che possano contenere la truppa e l'artiglieria destinate a difenderla.

Segue da ciò che in campagna indispensabilmente occorra risolvere uno dei due seguenti problemi:

I. *Stabilita la forza numerica della trupppa, il numero e calibro delle artiglierie che difender debbano una posizione qualunque, e formata a un bel circa la traccia dell' opera che si vuol costruire; determinare in proporzione di quelle forze il perimetro e la capacità dell' opera stessa:*

II. *Determinare la forza numerica della truppa che dev' esser destinata alla difesa di un opera già costruita.*

37. D. *Quali sono i principî che menano alla soluzione di questi due problemi?*

R. La risoluzione di questi due problemi dipende dai principî seguenti, stabiliti dall' esperienza.

I. Ogni uomo, posto a far fuoco dietro di un trinceramento, occupar deve m. 1,00 di lunghezza sulla magistrale.

II. Ogni opera, che debba esser validamente difesa, deve avere sulla banchina una doppia fila di soldati.

III. In niun caso deve mancare una riserva, eguale al *sesto* della forza totale: la quale è destinata a supplire gli uomini che sono messi fuori di combattimento; a rafforzare i punti più minacciati, ed a tentare qualche sortita, quando se ne presenti l' opportunità.

IV. Lo spazio interno di ogni opera, perchè possa la truppa destinata a difenderla agirvi liberamente, dev' esser valutato a ragione di m. 1.50 quadrati per uomo.

V. Nelle opere, destinate a contenere le artiglierie di campagna, il perimetro della magistrale dev' essere accresciuto di m. 5,00 per ogni pezzo.

CAPITOLO IX.

I.

Traccia e proffili delle opere di fortificazione di campagna.

38. D. *Cosa si pratica prima d' incominciare la costruzione di un opera qualunque?*

R. Prima d' intraprendere la costruzione di qualsivoglia opera di fortificazione di campagna bisogna averne con anticipazione stabiliti la traccia ed il proffilo.

Per segnare il contorno dell'opera sul terreno, due casi possono occorrere :

I. Che sia stato già il disegno dell'opera stabilito: ed in tal caso si è veduto nella Geometria pratica (Probl. XXVIII. pag. 428.) il modo col quale riportar se ne debba sul terreno la figura :

II. Che debba, come per lo più accade nella fortificazione di campagna, stabilirsi sul terreno stesso la traccia.

In quest' ultimo caso bisogna incominciare dal segnare sul terreno con pertiche, di altezza maggiore di quella stabilita per lo sopracciglio del parapetto nel proffilo, tutti gli angoli salient' e rientranti. Questi punti, contrassegnati con pertiche, s' intenderanno uniti a due a due per mezzo di rette : e tali rette verranno con un piccolo solco indicate sul terreno. La figura, che ne risulterà allora esprimerà, per le opere di campagna, l' andamento della magistrale.

39. D. *Come si traccia l' intera pianta dell' opera?*

R. Tracciata sul terreno la magistrale, per compiere dipoi la traccia dell' opera, sopra a ciascuna retta appartenente al contorno della magistrale stessa, per esempio $a'o$, figura 11.ª si eleveranno a qualche distanza dagli angoli salienti e rientranti due perpendicolari mn, $m'n'$. Si taglieranno su di esse dalla parte esterna le distanze orizzontali ab, bc, cd e dm assegnate dal proffilo A, che si suppone anticipatamente stabilito: e dall' altra parte le distanze ae, ef, ed fn, cioè le prime quattro distanze uguale alle distanze che serbano dall' orizzontale il pendio del parapetto, la scarpa esterna del parapetto, la berma la fossata, e le seconde tre uguale alle distanze che serbano il pendio interno del parapetto la banchina, e la sua scarpa. Altrettanto si praticherà sull' altra perpendicolare $m'n'$ tagliando rispettivamente $a'b'$, $b'c'$, $c'd'$, $d'm'$, $a'e'$, $e'f'$, $f'n'$ uguale ad ab, bc, cd, dm, ae, ef, fn. Le congiungenti mm', dd', cc', bb, ee, ff', ed nn', che risulteranno parallele alla magistrale aa', daranno tracciata in pianta tutte le parti dell'opera.

40. D. *Come s' indicano i proffili?*

R. Segnata la pianta, si passa ad alzare i proffili. A tale effetto sulle due perpendicolari alla magistrale, gia servite per la pianta, o sopra due altre che si giudicheranno più convenienti, nei punti dove esse intersegano le linee della pianta, si conficcheranno pertiche di altezza eguale, o poco maggiore di quella assegnata ai diversi punti del proffilo. Si taglieranno, o s' intaccheranno quindi tali pertiche alle corrispondenti altezze stabilite dal proffilo: e da ultimo si congiungeranno tutti questi punti con una cordicella, o con listoni di legname inchiodati. Si avranno così i proffili che determineranno la vera forma dell' opera.

Supposto che il profilo adottato per l' opera dovesse esser quello stesso indicato nella figura 1.ª, cioè quello alla pruova dell' artiglieria di campagna, in tal caso le distanze orizzontali *ab*, *bc*, *ce*, *dm*, *oe*, *ef*, *fn* debbono essere (articolo 9) rispettivamente tre metri, 2m. 0, 30, 4, 25, 1, 50, 2, 30 e la pertica indicante l' altezza del sopracciglio deve esser non minore di metri 2.50, quella del pendio esterno 2 metri ec. ec.

CAPITOLO X.

Traccia sul terreno di alcuna opera di fortificazione.

Problema I. Tracciare sul terreno una freccia.

Si è detto nell' articolo 21 che la freccia deve esser posta innanzi ad altre opere, quindi supponghiamo che quella da costruirsi debba far sistema con i due denti *ABC EGH* (fig.12). Si dividono per metà i due lati *BC* ed *EF* e si alzano le perpendicolari *FD* ed *LD* il loro punto d' incontro *D* sarà l' angolo saliente della freccia. Si tagliano *DK* e *DE* uguale tra loro ed ognuna di 15 metri e *KDE* sarà la magistrale. Diviso l' angolo *KDE* per metà mediante la retta *DM* sarà questa la capitale della freccia. Onde avere tutte le altre linee, (supposto che le dimensioni del proffilo della freccia debbono esser quelle stesse indicate nella figura 1.ª) bisogna come si è detto nell' articolo 39 da un punto qualunque della retta *KD* innalzare la perpendicolare *amn* e tagliare *ab* = 3 metri, *bc* = 2 metri, *ed* = 0,30, *dm* = 1,25, *ae* = 1,50, *ef* = 2,30, *fn* = 2 metri e da tutti questi punti tirate le rette *aa'*, *bb'*, *cc'*, *dd'*, *mm'*, *ee'*, *ff'* parallele alla *KD* e da' loro punti d' incontro *o*, *p*, *q*, *r*, *s*, *t*, *v* colla capitale *DM* tirate le altre corrispondenti parallele *oo'*, *pp'*, *qq'*, *rr'*, *ss'*, *tt*, *vv'* alla retta *DE* si sarà tracciata sul terreno la freccia che si vuol costruire.

Problema II. Si voglia tracciare sul terreno una lunetta.

Dapprima si traccia la retta *DE* qualunque (fig. 13) vi si

elevi la perpendicolare FA e si tagli uguale a 60 metri circa, al punto A della retta AF si facciano (mediante la tavola indicata nel problema XXIII Geometria solida) gli angoli FAB, FAC ciascuno di 60 gradi, si tagli AB uguale ad AC ed ognuna tra' 40 a 50 metri, da' punti B e C come centri e con raggi uguali e di 12 a 20 metri si segnino i punti D, ed E, e tracciate le rette BD, CE sarà $DBACE$ la magistrale della lunetta, AB, AC le facce BD, CE i fianchi, DE la gola, FA la capitale.

Per aversi poi tutte le altre linee (supposto che le dimensioni del proffilo della lunetta debbono essere per esempio quelle stesse indicate nella figura 1.ª) si alzano le perpendicolari am ed $a'm'$, $a''m''$, $a'''m'''$ alle rette AB, BD AC e CB e su di esse si tagliano $ab=a'b'=a''b''=a'''b'''=3$ metri, $bc=b'c'=b''c''=b'''c'''=2$ metri, $cd=c'd'=c''d''=c'''d'''=0{,}30$, $dm=d'm'=d''m''=d'''m'''=4{,}23$, $ac=a'c'=a''c''=a'''c'''=1{,}50$, $ef=e'f'=e''f''=e'''f'''=2{,}30$, $fn=f'n'=f''n''=f'''n'''=2$ metri e da tutti questi punti tirate le corrispondenti parallele alle rette AB, BD, AC, CE si sarà tracciate sul terreno la lunetta che si vuol costruire.

Problema III. Si voglia tracciare sul terreno un ridotto per 400 soldati ed un pezzo di artiglieria di campagna.

Per quel che precedentemente si è detto nell' articolo 37 la sesta parte di circa tal forza deve rimanere qual riserva, e quindi i 400 soldati si possono dividere in 340 per covrire tutto il parapetto del ridotto e 70, cioè poco più del sesto della forza, per esser pronti ad occorrere dove fa maggior bisogno, per sostituire sul parapetto i morti ed i feriti ed eseguire delle sortite. Si supponga che il ridotto sia di forma quadrata, come quella che più ordinariamente si costruisce in campagna, e che due fila di soldati debbono far fuoco.

È ben chiaro che i 340 soldati danno 170 file le quali disposte sul contorno del ridotto ogni lato del quadrato sarà coverto da 42 file. Ad ogni soldato si è detto (articolo 37) che occupa un metro, adunque il lato del ridotto deve essere di 42 metri. Ma il perimetro di qualunque magistrale deve essere aumentata di 5 metri per ogni pezzo di artiglieria di campagna, (articolo 37) e perciò ogni lato del ridotto quadrato deve essere aumentata della quarta parte di cinque metri, cioè di 1,25; sicchè nel caso attuale il lato del ridotto per 400 soldati ed un pezzo deve essere di metri 43,25.

Ciò premesso si tracci la retta AD (fig. 14) e si tagli uguale a metri 43,25 si alzino le perpendicolari AB ed AC anche di 43,25 si tracci BC sarà $ABCD$ la magistrale del ridotto.

Per determinar poi tutte le altre linee (supposto che le dimensioni del proffilo debbono essere, per esempio, quelle stesse

indicate nella fig. 1.ª) si alzano a' quattro lati del quadrato le perpendicolari am, $a'm'$ $a''m''$ $a'''m'''$ e si tagliano come nei due problemi precedenti $ab=a'b'=a''b''=a'''b'''=3$ metri, $bc=b'c'=b''c''=b'''c'''=2$ metri, $cd=c'd'=c''d''=c'''d'''=0,30$ $dm=d'm'=d''m''=d'''m'''=4,25$, $ae=a'e'=a''e''=a'''e'''=1,50$ $ef=e'f'=e''f''=e'''f'''=2,30$, $fn=f'n'=f''n''=f'''n'''=2$ metri, e da tutti questi punti tirate le corrispondenti parallele a' quattro lati AB, BC, CD, AD, si sarà tracciato sul terreno il ridotto per 400 soldati ed un pezzo di artiglieria.

CAPITOLO XI.

Distribuzione del lavoro.

41. D. *Come s' incominciano i lavori nelle opere di fortificazione di campagna e come si dispongono i lavoratori?*

R. Tracciata l'opera, ed alzati i proffili, si pone mano al lavoro. Per procedere con ordine, si divide la larghezza della fossata in porzioni di due metri ognuna, e ad ogni porzione si assegna una *partita* di lavoratori, composta di quattro uomini. Due di essi cavano con la zappa la terra, uno la getta con la pala sul parapetto, il quarto la distende e la batte.

La fossata si cava lasciando dall' un lato o l' altro scaloni di metri 0, 50 di altezza. Questi servono non solo per discendere e montare dentro e fuori di essa, ma per fissare approssimativamente il pendio delle scarpe. Si deve, tutte le volte che s' incominci ad escavare una fossata, aver l' attenzione di tagliarla alcun poco più stretta della larghezza stabilita; in ispezialità quando la profondità che deve avere non fosse maggiore di m. 2, 00: perchè laddove se ne ricavasse sterro di là dal bisogno, non sarebbe lieve imbarazzo quello di aversene in qualche modo a disfare.

Ad ogni cinque partite, che formano una squadra, si assegna un caporale *sorvegliante*. Un sergente sopravvede l' andamento di tutta l' opera, quando per esempio non si tratti che di un opera semplice come un dente, una lunetta, un ridotto.

42. D. *Qual si è mai il prodotto del lavoro in un determinato tempo?*

R. L' esperienza ha dimostrato che una partita di lavoratori, faticando per 10 ore continuate in un terreno ordinario, produce 5, 00 metri cubi di lavoro.

Quando le partite si danno la muta, producono nello stesso tempo metri 7, 00. Questo ultimo espediente, con cui si accelera di molto il lavoro, addimanda però doppio numero di gente. Vero è ché si può non di rado supplire con lavoratori paesani, come praticar si deve tutte le volte che si presenti l' opportunità di averne.

CAPITOLO XII.

Delle linee continue e di quelle ad intervalli.

43. D. *Cosa sono le linee continue, e le linee discontinue, o interrotte?*

R. L'insieme di più opere di campagna riunite per conseguire lo stesso scopo, forma ciò che viene generalmente indicato sotto al nome di *linee*.

Quando l'insieme di tali opere è disposto per modo che ne risulti un contorno tutto continuato ed unito, le linee si dicono *continue;* quando poi le linee sono separate le une dalle altre, ma conservano tra loro una reciprocanza di difese, si dicono *discontinue* o *interrotte*.

44. D. *Quando si adoperano le linee continue e quando quelle interrotte?*

R. Si adoperano le linee continue ogni qualvolta si deve chiudere un passaggio, un sito particolare, o si voglia difendere una frontiera. Ma quando si è nel caso di dover respingere un vigoroso assalto sono sempre da preferirsi le linee interrotte, come quelle che si possono costruire in tempo minore, e più agevolmente difendere.

45. D. *Quale è la forma che si dà alle linee continue e quali sono le figure che più ordinariamente si usano?*

R. Le linee continue, che non hanno estensione maggiore di 2000 a 3000 metri, tutte le volte che appoggino i loro fianchi a forti ostacoli naturali, o artificiali, possono avere la disposizione rettilinea, o concava. Non così quando abbracciano vasta estensione di paese: perchè i difensori perderebbero allora il vantaggio della mobilità e della vigilanza.

Le figure più usitate nella costruzione delle linee continue sono le seguenti.

Linea a denti di sega, linea a bastioni ec. ec.

46. D. *Quali sono le norme da seguirsi nella costruzione di tali linee?*

R. I principî generali da seguirsi nella costruzione di tali linee sono i seguenti:

1.° Che fosse assegnata la lunghezza massima che può avere il lato su cui costruir si deve la figura: perchè, trattandosi di linee continue, vantaggioso è di espedire più sollecitamente il contorno di esse, allungandone i lati.

2.° Che fosse inalterabilmente osservata la regola stabilita; quella, cioè, di non far mai gli angoli salienti minori di 60°. gradi, ed i rientranti minori di 90°.

3.° Che le linee di difesa, contate sulla magistrale, non eccedessero in verun caso i metri 140.

4.° Infine che restasse un certo arbitrio a stabilire la posizione dei salienti, e la lunghezza delle facce, rendendole per quanto si potesse indipendenti.

47. D. *Quale è la traccia che più ordinariamente si usa nelle linee ad intervalli?*

R. Nelle linee ad intervalli le truppe, poste dietro di esse, possono, a traverso degli spazî che rimangono tra le opere, essere offese. Esse debbono ciò evitare, manovrando: e le più leggiere ondulazioni del terreno riescono per lo spesso sufficienti a coprirle. D'altra parte l'artiglieria nemica non può trarre su di esse: perchè è obbligata a controbbattere l'artiglieria delle linee; la quale può, o deve avere maggior vantaggio, situata essendo al coperto dietro di opera, o di spalleggiamenti a bella posta costrutti.

La traccia più consueta delle linee ad intervalli sopra ad un terreno piano, è una prima linea di lunetta distante tra loro non più di 300 metri ed una seconda linea distante dalla prima per m. 150 e formata di ridotti o anche di lunette che fiancheggiano le prime; di raro si unisce indietro una terza linea di ridotti.

CAPITOLO XIII.

Del modo di stabilire le artiglierie nelle opere di campagna: e spazio che vi occupano.

48. D. *Come si stabiliscono le artiglierie nelle opere di campagna?*

R. Sempre che si debbano le opere difendere col cannone, perchè il pezzo non s'innalza più di m. 1, 00 dal piano sul quale poggiano le ruote, due mezzi vi sono per dare alle artiglierie facoltà di sparare. Uno è quello, di praticare a traverso del parapetto aperture, dette *cannoniere*, nelle quali s'introduce l'estremo del cannone ed in tal caso il pezzo si dice posto *in batteria*. L'altro consiste in rilevare il piano su cui debbono poggiar le ruote, per modo che il pezzo possa sparare per lo disopra del parapetto stesso. In questo ultimo caso il tiro prende la denominazione di *tiro a barbetta*: e 'l piano che dà al pezzo abilità di sparare dicesi *piattaforma*.

Nelle opere di campagna bisogna evitar sempre di tagliare nel parapetto i vani delle cannoniere: perchè 1.° lo indeboliscono soverchiamente: 2.° lasciano una specie d'imbuto, per entro al quale l'inimico lancia i suoi proietti: 3.° agevolano l'assalto di viva forza: 4.° danno finalmente un settore di fuochi assai limitato.

Per lo più i pezzi che sparano a barbetta sogliono situarsi

ai salienti delle opere, perchè di là possono battere in tutte le direzioni la campagna e possono ben seguire i movimenti del nemico. Si stabiliscono pure sulle facce delle opere, quando s'abbia a battere alcuna importante posizione.

49. D. *Cosa è la spianata?*

R. Affinchè nel muovere il pezzo per caricarlo, o nel suo retrocedere, le ruote dell'affusto non vengano ad interrarsi è d'uopo rivestir la superficie della piattaforma di un solido tavolato, detto *Spianata*. Si costruisce, ponendo appoggiata per la sua lunghezza e contro al parapetto una trave squadrata, detta *urtante*, sulla quale si appoggiano le teste di tre o cinque travicelli, posti in direzione perpendicolare ad essa. Tutto questo telaio si consolida battendolo nel terreno, e da ultimo si ricopre di tavoloni. L'urtante ed ogni tavolone è fermato da due palicciuoli posti ai capi di esso: ogni corrente da altri tre, due situati lateralmente al capo prossimo all'urtante, il terzo al capo opposto.

50. D. *Quale spazio occupano le artiglierie situate nelle opere di campagna?*

R. Una *piattaforma*, costruita per un solo pezzo di campagna, dev'esser formata da un rettangolo che occupi sulla magistrale con la sua larghezza m. 5, 00, ed abbia una lunghezza perpendicolare a questa di m. 7, 00. Si ascende su quel piano per mezzo di una rampa, la quale abbia m. 3, 00 di larghezza, e la base sestupla dell'altezza.

Ove poi per caso straordinario, si abbiano a situare più grosse artiglierie di quelle di campagna, tali dimensioni si debbono proporzionatamente aumentare secondo la varia distanza che serbano le ruote dell'affusto.

L'altezza di ogni cannoniera dipende da quella che ha l'estremità del pezzo che deve porsi in batteria. Per lo più quest'altezza suole variare da m. 1, 00 a m. 1, 20. L'apertura della cannoniera si fa dalla parte interna di m. 0, 50, e dalla parte esterna, che viene a corrispondere sulla linea indicante il ciglio del parapetto, eguale alla metà della grossezza del parapetto stesso.

CAPITOLO XIV.

Di varî modi con cui si può rivestire un parapetto.

I.

51. D. *Cosa s'intende per rivestimento ed in quanti diversi modi si può rivestire un parapetto?*

R. Un paramento di un materiale qualunque fatto per sostenere qualsivoglia parapetto, o scarpa, dicesi *rivestimento.*

Nella fortificazione di campagna i parapetti possono rivestirsi 1.° con fascine : 2.° con salcicciooi : 3.° con zolle : 4.° con graticci : 5.° con gabbioni : 6.° con tavoloni : 7.° con terra battuta : 8.° infine con sacchi a terra.

52. D. *Cosa è il rivestimento di fascina?*

R. Questa specie di rivestimento è più solido, e si esegue più prontamente di ogni altro.

Le fascine sono fastelli di piccoli rami, ricavati dalle macchie o dalle selve vicine al lavoro. Si fanno lunghe da 2 a 3 m., e di m. 0, 22 di diametro.

Si costruiscono a questo modo. Si alzano tre cavalletti, che si formano con palicciuoli conficcati nel terreno. Sopra questi cavalletti si situa un ramo lungo quanto è la lunghezza stabilita per le fascine : e negl'intervalli, che rimangono tra due di essi, si pongono a distanze eguali ritorte addoppiate che si lasciano perdenti. Sopra di queste ritorte, che servir debbono di legami, si vanno posando uno sull' altro i piccoli rami, dopo di averli rimondi; ed alternando corti e lunghi di modo che il capo più grosso di ciascuno vada verso l' estremità della fascina. La parte media di essa si riempie coi rami più minuti ed il tutto da ultimo si stringe con una striscia di cuoio, detta *braca*, tutte le volte che possa aversi.

Ad ogni partita di lavoro, ossia ad ogni tre cavalletti, si assegnano cinque uomini. Due tagliano i rami : altri due li rimondano, l' intrecciano, e li dispongono su i cavalletti : il quinto prepara i legami, ed aiuta a stringere.

53. D. *Come si fa il rivestimento di un parapetto con le fascine?*

R. Il rivestimento di fascine s' innalza a misura che si eleva il parapetto. Il primo filare s' interra per metà, figura 15.ª il secondo si situa sopra di esso, e si ricaccia un poco, fuori o dentro verso il parapetto, secondo che si debba rivestire la scarpa interna o esterna di esse. Bisogna badare attentamente a far cadere la metà di ogni fascina superiore sull'unione di due sottoposte, ed a situare i nodi dei legami dalla parte interna. Ogni fascina si ferma con tre palicciuoli lunghi m. 1, 00 : due si pongono secondo l' andamento della scarpa, il terzo perpendicolare a questa.

Negli angoli le fascine si tagliano, e si intrecciano.

54. D. *Cosa sono i così detti salciccioni e come con essi si riveste un parapetto?*

R. Quando le fascine si fanno lunghe da 3 a 4 m. si dà ad esse il diametro di m. 0, 25 : quando sono lunghe da 5 a 6 m. il diametro è di 0, 30. Nell' un caso e nell' altro prendono il nome di *salciccioni*. I cavalletti si debbono allora mettere a distanza di un metro l' uno dall' altro, esattamente, allineati, ed

alla stess' altezza, affinchè i salciccioni vengano dritti. Si riveste un parapetto con salciccioni nel modo stesso delle fascine.

55. D. *Cosa sono le zolle e come con esse si fa il rivestimento di un parapetto?*

R. Le zolle, di forma rettangolare, e lunghe da m. 0, 30 a 0, 40 sopra 0, 20 di larghezza, si tagliano in prati erbosi e falciati a rasa terra. Per ricavarle, si fanno i compartimenti delle dimensioni stabilite con una pala tagliente a manico corto. Tagliati i compartimenti, si vanno con la zappa levando le zolle fin dove giungono le radici delle erbe.

Per rivestire il parapetto colle zolle si vanno ponendo per lungo e per largo le une appresso le altre, e facendo cadere la metà di ogni zolla superiore sull'unione di due sottoposte. L'erba si mette dalla parte interna: i filari si vanno situando a misura che si alza il parapetto, la di cui terra dev'essere stata ben battuta. Ogni zolla si ferma con due o tre cavicchie di legno. Finito il rivestimento, se ne agguaglia la superficie con l'ascia, o con la vanga.

56. D. *Cosa sono i graticci e come con essi si fa il rivestimento di un parapetto?*

R. I graticci ordinarî sogliono avere m. 2, 00 di lunghezza, e m. 1, 30 di altezza. Vi vogliono per ognuno di essi da 9 ad 11 paliccuoli di m. 0,03 a 0, 04 di grossezza, e di m. 2, 00 di altezza: i quali si pongono tra loro equidistanti, e si conficcano per m. 0, 70 nel terreno. Dattorno ad essi s'intrecciano virgulti flessibili in modo che ne risulti una stretta tessitura. I graticci si costruiscono nell'atto stesso che si alza il parapetto, dando ad essi l'inclinazione che deve avere la scarpa di questo. Si fermano con palicciuoli a testa ricurva, ficcati perpendicolarmente nella superficie della scarpa stessa.

57. D. *Cosa sono i gabbioni e come con essi si fa il rivestimento di un parapetto?*

R. Il gabbione è una specie di panaio senza fondo, di forma cilindrica, di altezza m. 0, 80, e m. 0, 50 di diametro, formato di virgulti intrecciati dattorno a palicciuoli, che sono alti m. 1, 00, figura 16.ª e 17.ª

Per costruire un gabbione si traccia sul tereno una circonferenza di m. 0, 25 di raggio. Su di essa a distanza di eguali, si piantano verticalmente 7 o 9 palicciuoli, e si conficcano nella terra per metri 0, 02 (fig. 16). Dattorno a questi palicciuoli s'intrecciano virgulti flessibili, grossi 0, 03, che si battono, e si ricalcano persino alla dovuta altezza. I capi superiori ed inferiori dei virgulti si fermano, ravviluppandoli dattorno all'estremità dei palicciuoli, e poi attaccandoli al corpo del gabbione stesso. Il gabbione si riempie di terra nel momento stesso che si costruisce il parapetto: e su di esso si pongono uno o più filari di fascine.

58. D. *Cosa sono i sacchi a terra e come con essi si riveste un parapetto?*

R. In molti casi, e quando i parapetti non abbiano a servire che per qualche giorno, si può far uso di questa spezie di rivestimento. Sacchi di grossa tela, che abbiano m. 0, 60 di lunghezza e m. 0, 75 di contorno, si riempiono di terra: e quindi si posano uno sull'altro, per modo che la metà di ogni sacco del filare superiore corrisponda sull'unione di due sacchi sottoposti.

CAPITOLO XV.

De' varî modi come chiudere la gola di un opera.

59. D. *In quanti modi si può chiudere la gola di un opera?*

R. Per liberare dal pericolo di una sorpresa le opere aperte alla gola, consiglia la prudenza di chiuderle con mezzi più espeditivi e meno costosi di quelli che si adoprano per elevare le facce ed i fianchi.

Sempre che non possa essere la gola battuta dall'artiglieria nemica, secondo la sua natura e lo scopo che si ha nel difenderla si adoprano a chiuderla 1.° le palizzate: 2.° i palancati: 3.° i parapetti di tavoloni, 4.° le tagliate d'alberi, 5.° i cavalli di frisa; e medianti i rastelli che in ogni caso si costruiscono agl'ingressi delle opere.

60. *In qual modo si chiude la gola di un opera che può esser battuta dall'artiglieria?*

R. I mezzi sopra indicati non sono adatti per difendere la gola di un opera dagli effetti dell'artiglieria, e perciò in tal caso fa d'uopo costruire le necessarie *traverse o tamburri.*

La traversa è una massa di terra di forma quadrilunga, che si situa tra la gola dell'opera, lasciando soltanto a' suoi estremi o anche nel mezzo un piccolo passaggio pe' difensori. Il tamburro poi è anche sua grossa traversa, per lo più di terra, o di grosso legname, che talvolta si costruisce a guisa di dente innanzi al rastello, ed è sufficiente per resistere a' colpi dell'artiglieria nemica.

61. D. *Cosa sono le palizzate e come si costruiscono?*

R. Si dice palizzata una serie di pali, situati uno appresso all'altro sopra una linea qualunque. I pali si ricavano segando grossi rami in due, o in quattro pezzi. Si fanno di figura prismatica a base triangolare, o quadrangolare. Si dà ad ognuno di essi la lunghezza di metri 3, 00; e da 0, 16 a 0, 20 di larghezza sulle facce. Le loro punte si aguzzano, disponendole a forma di piramide, e si abbrustola la parte opposta, che deve andar conficcata nel terreno.

Per alzare una palizzata, si cava un fosso largo m. 1, 00, e quanto più stretto si può. Si situano i pali: si rincalza la terra, e si batte fortemente per consolidarli. Si collegano i pali nella parte superiore, incavicchiandoli a traverse che abbiano m. 0, 10 per m. 0, 06, e che siano situate a m. 1, 30 dal livello del terreno. Sarà utilissima cosa rassodarli pure verso la base con altra traversa che rimanendo interrata, impedisca che si possa un solo palo cavare senza trascinare tutti gli altri uniti ad essa.

62. D. *Le gole di quali opere si chiudono con le palizzate.*

R. Il dente e la freccia quando debbono essere occupate momentaneamente, e la lunetta quando non è destinata a sostenere una lunga difesa, si chiudono con palizzate, lasciando nel mezzo della gola un' ingresso di metri 1.50 per dar passaggio a due soldati ad una volta. Dietro a quel vano di entrata si situa un' altra palizzata che sorpassi ambo i capi dell' ingresso, e fa le veci di traversa.

Però quando si tratti di ridotti o altra opera chiusa che debbono lungamente difendersi, è necessario lasciare un ingresso di metri 2.00 se l' opera si deve difendere colla fucileria, e di metri 4.00 sempre che vi si deve situar l' artiglieria.

63. D. *Cosa sono i palancati e come si costruiscono?*

R. Si chiama *palancato* una segucla di grossi pali tondi, o di tronchi d' alberi, posti secondo una linea qualunque, uno appresso all' altro per far vece di parapetto. Questi pali o tronchi d' alberi debbono avere da 0, 20 a 0, 30 di diametro, m. 4, 00 lunghezza, ed essere conficcati nel terreno per m. 1, 50. Di metro in metro vi si praticano delle saettiere, o traendo profitto del vano che rimane tra due di essi, o intagliandone l' apertura, metà nell' una palanca, e metà nell' altra. Ogni saettiera o feritoia si fa alta 0, 30; larga di dentro m. 0, 20 di fuori 0, 06. e serve per dar comodo al difensore di tirare col suo moschetto a traverso di essa.

64. D. *Come si costruiscono i parapetti con tavoloni?*

R. Quando non si può essere offeso dall' artiglieria, ma bisogna solamente difendersi dalla fucileria, si possono, in vece delle palizzate e dei palancati, adoperare parapetti formati di tavoloni grossi da m. 0, 08 a 0, 10, posti uno appresso all' altro. Debbono questi essere inchiodati sopra ad una intelatura, composta di travi della grossezza di m. 0, 15 a 0, 20 messi in piedi, e di traverse di m. 0, 10 in quadro. Per ciò che spetta alle saettiere, si cercherà di farle cadere, per quanto è possibile, nelle unioni dei tavoloni, e la loro altezza sarà regolata com'è stato più innanzi detto per le palizzate e pei palancati.

65. D. *Cosa sono i rastelli e perchè si usano.*

R. Le aperture che si lasciano tra le palizzate, le palancate o

i parapetti de' tavoloni messi tra la gola di un' opera, si coprono sempre mediante rastelli chè finiscono in tal guisa di chiudere le gole dell' opera e mettono i difensori al sicuro delle sorprese.

Quando il passaggio è di metri 2.00 il rastello si compone di un sol battente, e questi è formato da due sostegni verticali uniti da due traverse una superiore, l'altra inferiore ed a cui si sono ammicciati sei stecconi. Una traversa obliqua ammicciata sopra agl' impiedi, serve a fermare tutto il sistema. Sopra un sostegno gira il battente, e sull' altro s' incassa il rastello mentre un chiavistello lo chiude.

Se l' ingresso eccede i metri 2.00 di larghezza ci vogliono due battenti per formare il rastello.

CAPITOLO XVI.

Ostacoli con i quali si può aumentare la forza de' trinceramenti.

66. D. *Quali sono gli ostacoli che più ordinariamente si usano in campagna per aumentare la forza de' trinceramenti?*

R. La fossata delle opere di campagna per se sola è poco valevole per arrestare quel nemico, che può saltarvi dentro anche col sacco e col fucile, e che d' altronde avanzandosi per la capitale degli angoli salienti rimane poco esposto alle offese de' difensori.

Da queste due considerazioni sorge l'assoluta necessità: 1.° di moltiplicare sul cammino che deve battere l' aggressore il maggior numero possibile di ostacoli, per fare che, mentre si adopera a superarli, resti più tempo esposto all' azione dei fuochi del difensore: 2.° di aumentare con facili mezzi e speditivi le difese della fossata.

Ora gli ostacoli che più ordinariamente si usano per l' uno e l' altro scopo, perchè quasi sempre si possono avere in guerra, sono: 1.° Le tagliate d' alberi, 2.° I buchi di lupo, 3.° I palicciuoli, 4.° I triboli, 5.° I cavalli di frisa.

67. D. *Come si preparano le tagliate di alberi?*

R. Di tutti gli ostacoli naturali il migliore è la tagliata d' alberi: la quale si forma, ponendo uno accanto all' altro piccoli alberi, o grossi rami d' alberi grandi, di diametro non minore di 0, 15; e situandoli per modo che i piccoli rami di essi, dopo di essersi tolte le foglie, ed aguzzati alla punta s' intreccino e si compenetrino fra loro. Il tronco degli alberi o dei grossi rami si ferma solidamente con paliccіuoli a testa ricurva, che si conficcano nel terreno.

Quando le tagliate d' alberi si dispongono a 20, o 25 metri innanzi alla controscarpa di un opera di campagna, per impe-

dire poi che venissero danneggiate dal cannone nemico, si coprono con un rialzamento di terra.

68. D. *In quale occasione si costruiscono le tagliate di alberi?*

R. Le tagliate d'alberi sono ostacoli i più pronti ed espeditivi nelle pressanti circostanze della guerra; valevolissimi ad aumentare la forza di una posizione; a proteggere gli angoli salienti; a chiudere la gola delle opere; ad intercettare le strade; a rompere i guadi; a far vece infine di trinceramenti. Sono ostacoli molto forti per sè stessi, ed assai difficili a superarsi, quando vengono protette e difese da abili bersaglieri.

69. D. *Cosa sono i buchi di lupo e come si dispongono?*

R. Quando se ne abbia il tempo, si possono lungo la controscarpa di un opera di campagna, e principalmente su i salienti, escavare due o tre file di buchi di forma conica, più stretti di sotto, e più larghi di sopra, cui si è solito dare da m. 1, 20 a 2, 00 di altezza; m. 2 di diametro superiore, e m. 0, 60 a 0, 80 di diametro inferiore. Lo sterro che se ne ricava da tali buchi si getta dattorno all'orifizio superiore. Questi scavamenti diconsi buchi di lupo, e si situano distanti tra loro da centro a centro per metri 3, 50 ed anche, se il terreno lo permetta, per m. 3, 00. Si dispongono a scacchiera; per modo, cioè, che quelli del primo ordine corrispondano sulla metà degl' intervalli di quelli del second' ordine. In mezzo del fondo di ogni buca si può anche piantare un palo ritto con la punta aguzza.

70. D. *In quale occasione si costruiscono i buchi di lupo?*

R. Queste buche o pozzi militari riescono efficacissime per arrestare e disordinare la marcia degli aggressori contro qualunque opera, posto o posizione militare: ed ispezialtà lo sterro gettato dattorno ad essi rende il terreno così irregolare, che impedisce all'in tutto la formazione e l'ordinamento delle colonne di attacco, e segnatamente sono efficacissime contro la cavalleria.

71. D. *Cosa sono i palicciuoli e come si dispongono?*

R. Un altro mezzo di cui si può fare uso, per impedire e ritardare la marcia dell'inimico che viene per assalire un opera, è quello dei *palicciuoli*. Si fanno questi con piccoli rami di alberi, lunghi da m. 0, 50 a 0, 60, ed aguzzi verso uno dei loro capi, che si piantano nel terreno con la punta rivolta all' in su. Si dispongono irregolarmente sopra dieci o dodici file a m. 0, 20 o m. 0, 30 di distanza, ed a diseguale altezza tra i m. 0, 25 e 0, 32, conficcandoli per la rimanente loro lunghezza nel terreno.

72. D. *Cosa sono i triboli e perchè si adoprano?*

R. Sono i *triboli* chiodi a quattro punte, che comunque rivolti, ne presentano sempre una all'insù. Servono ad impe-

dire che la cavalleria andar possa per un luogo, per lo quale debba forzatamente passare; come a dire, per una strada, per un ponte, per un varco.

73. D. *Cosa è il cavallo di frisa e perchè si adopera?*

R. Il cavallo di frisa consiste in una trave di legno di m. 0, 15 a 0, 20 di diametro, squadrata sopra quattro o sei facce, (figura 18.ª) lunga quanto la larghezza dell'ingresso ed attraversata da pertiche lunghe da m. 2 a 3 che hanno la punta aguzza, e son dette *lance*. Una delle estremità del cavallo di frisa è conficcata in un piuolo, entro al quale gira: l'altra è appoggiata ad una rotella che ne agevola il movimento circolare. Quando il cavallo di frisa presenta tre file di punte impedisce meglio all'inimico di avviciuarsi al tronco e di rompere le lance.

Si adopera il cavallo di frisa per chiudere la gola delle opere, e spesse volte si dispongono sopra una linea continuata più cavalli di frisa, onde impedire e trattenere la marcia dell' inimico, della cavalleria soprattutto.

74. D. *In quanti modi si adoperano le palizzate nella fossata?*

R. Uno dei mezzi per accrescere le difese e la forza della fossata sta nelle palizzate. La loro forma e struttura è la stessa di quella che è stata più innanzi descritta (fig. 19), (fig. 20) se non che diversamente si dispongono e s'adoprano.

Si situano in due modi, per dritto o per lungo. Le palizzate per dritto, ossiano *verticali*, si pongono a piè della controscarpa, sì per sottrarle alla vista dell'aggressore che per imbarazzarlo quando tentar volesse di saltar dentro della fossata.

Le palizzate per lungo, ossiano *orizzontali*, si situano a piè della scarpa esterna del parapetto, leggermente inclinate all'orizzonte, e con la punta all'ingiù, affinchè le granate che si gettano dai difensori, rotolandosi lunghesse, possano cadere nella fossata. I pali, che le compongono, debbono esser così poco discosti un dall'altro che non si possa tra mezzo ad essi introdurre l'ascia, o la sega. Debbono avere almeno m. 3, 50 di lunghezza; affinchè, sporgendo per m. 1, 50 restino per altri m. 1, 50 sepolti nel parapetto, e per m. 0, 50 poggiati sulla berma.

CAPITOLO XVII.

Del modo di mettere in istato di difesa una siepe, un muro, una casa, una chiesa, un castello.

75. D. *Come una truppa si fortifica dietro una siepe?*

R. Delle siepi che hanno più di m. 2, 00 di altezza si spezzano i rami a quest'altezza, e si ripiegano per aumentare la spessezza del fogliame. Si cava dinanzi ad esse una fossata, senza perder tempo a farla regolare: e dello sterro che se ne ha, parte si accolla alla siepe stessa, per formare un parapetto grosso in cima da m. 0, 40 a 0, 50; altra serve ad alzare una banchina, per mezzo della quale si possa trarre per lo disopra del parapetto.

Essendo finalmente pressato dalla strettezza del tempo, basterà cavare dietro la siepe una trincea larga m. 0, 65; ed accollandone lo sterro dietro alla siepe stessa, costruire un parapetto alto m. 0, 65. Quest'altezza, aggiunta alla profondità della fossata, darà l'altezza di m. 1, 30 necessaria a coprire i fucilieri.

76. D. *Come una truppa si fortifica dietro un muro?*

R. Un muro alto m. 1, 30 senz'alcuno apparecchio può da se solo servire di parapetto.

Quando avesse l'altezza di m. 2, 0 poco più, bisognerà perforarvi le saettiere all'altezza di m. 1, 30 dal terreno. Ogni saettiera si fa larga di fuori da m. 0, 06 a 0, 10; di dentro da m. 0, 40 a 0, 50; ed alta dalla parte interna 0, 50, dalla esterna 0, 70. Spesso non si ha tempo di perforare così regolarmente le saettiere: ed allora si supplisce con buchi informi, che si cerca di fare quanto più piccoli si può. Affinchè non possa l'inimico imboccare nelle saettiere il suo fucile, si cava dinanzi al muro una piccola fossata profonda da m. 0, 80 a 1, 00, le di cui scarpe, a cagione della poca profondità, possono farsi molto ripide: e la terra che se ne ricava si appoggia contro al muro stesso dalla parte esterna.

Nelle mura molto elevate si possono stabilire due ordini di feritoie, uno a fior di terra, e l'altro superiore. Il primo di questi è micidialissimo, sì per la facilità, che per la sicurezza di colpire che hanno i difensori. La prima linea di saettiere si stabilisce a m. 0, 20 0 a 0, 30 dalla superficie del terreno. Un fosso interno, largo da m. 0, 80 ad 1, 00, e profondo da m. 1, 10 ad 1, 00, è destinato a ricevere coloro che trar debbono a fior di terra. Mediante una impalcatura, sostenuta da cavalletti, da botti, tavole, o altro mezzo qualunque, si dà commodità di sparare per le saettiere dell'ordine superiore. Per un muro così preparato, non bisogna cavar fossata

dalla parte esterna; ed affinchè non possa l'inimico imboccare le saettiere poste a fior di terra, l'apertura esterna si fa piccolissima.

77. D. *Come si fortifica una casa?*

R. Nel fortificare un casamento qualunque debbonsi fortemente fermare prima di tutto le porte: perchè sopra di queste suole l'inimico dirigere dapprima tutto il suo sforzo. Bisogna tutte barricarle, ad eccezione di una sola, che, posta nel sito più recondito e meno minacciato, servir deve di comunicazione ai difensori. Altrettanto praticar si deve per tutte le finestre basse.

A barricare un vano, o una comunicazione qualunque, si adopera tutto ciò che viene tra le mani. Si può far uso, per le porte, di carretti senza ruote caricati di letame, di terra, o di pietre; di legnami e tronchi d'alberi ben collegati tra loro; di alberi tagliati, di mucchi di pietre e di letame; di botti messe le une sulle altre. Però le barricate migliori sono quelle costruite con travicelli incrocicchiati, che formino una specie di cassoni che si possono riempire di pietra, o di altro materiale.

Si possono anche le porte e le finestre barricare con semplici traverse fortemente conficcate negli stipiti, sulle quali siano inchiodati tavoloni alla pruova della fucileria. In questo caso si aprono le saettiere nel tavolato della barricata; e sempre, qualunque sia il mezzo adoperato per barricare un'apertura, bisogna sforzarsi di aprirvi le corrispondenti saettiere per difenderla con vigore.

Innanzi al limitare di ogni porta si cava una fossata, la quale sopra ambi i lati ne sorpassi la larghezza. Dalla parte interna si forma una specie di trinceramento, con mobili, armadi, ed altro che si abbia sotto alla mano, per far fuoco sull'inimico, dopo che avrà sfondata la porta. Sopra di questa si demolirà il solaio superiore, per servirsene a guisa di cateratta, dalla quale si possa sparare sugli aggressori.

Le porte non barricate è bene munirle anche di saettiere per difenderle, preferendo sopra tutte quelle a fior di terra.

Così assicurate le porte e le finestre del pianterreno che rispondono alla parte esterna, bisogna barricare le comunicazioni interne.

Si perforano con saettiere i muri esterni ed interni. Quelle del pianterreno si spazieranno per m. 1, 50: quelle del primo piano per m. 2, 00: quelle del secondo e degli altri superiori per 2, 50.

Le finestre poi del primo piano e degli altri superiori saranno barricate di maniera che si possa a traverso di esse far fuoco sull'assalitore. Sarà distrutto il piede della scala che da

ogni piano inferiore conduce al superiore, sostituendogli una scala di legno, che sarà tirata sul momento della difesa. I solai saranno perforati con saettiere che trarranno nel piano sottoposto, e sopra ad ogni porta sarà aperta una specie di cateratta, dalla quale si potrà far fuoco e gettar materiali sullo assalitore. Saranno sfondati que' solai delle camere, che, per ragion del sito rispetto alle altre camere, non potrebbero esser difese.

78. D. *Come si fortifica una chiesa, un castello e nel generale qualunque recinto chiuso da mura?*

R. Dopo di aver praticato nel terreno posto di fuori quanto è stato già detto per i trinceramenti in generale, primo pensiero del comandante il distaccamento sarà quello di barricare le porte, facendovi le saettiere, e di coprirne l' ingresso con traverse, o alberi tagliati. Quindi farà cavare dattorno alle mura del ricinto una fossata triangolare; e traforar quelle con due ordini di saettiere, uno a fior di terra, l'altro elevato. Un piccolo fosso darà la possibilità di sparare dalle saettiere basse, ed una impalcatura, alla meglio combinata, metterà i soldati al caso di trarre da quelle del second' ordine.

Che se il muro d' ambito fosse troppo alto, e così grosso che non si potesse perforare per aprirvi le saettiere, bisognerà demolirne la cima, e adoperare i rottami a formare una banchina, mediante la quale possano i soldati sparare per lo di sopra di esso.

Qualora poi quel muro di ricinto fosse soverchiamente basso, sarebbe questo precisamente il caso, in cui si dovrebbe munire di una fossata di fuori, e cavare di dentro un altro fosso, che tenesse ad un tempo coverti i difensori, e dasse loro facoltà di sparare a fior di terra.

CAPITOLO XVIII.

Come si difende una strada, un borrone, un guado, una stretta, una casa, un recinto chiuso.

79. D. *Come si difenda una strada, un guado?*

R. Per difendere una strada o un guado, al capo di esso rivolto verso l' inimico si costruisce una piccola opera di terra, o pure si preparano dalle tagliate d' alberi, o una linea di palizzate o l' uno e l' altro ostacolo nel tempo stesso. Stabilita quell' opera, si va di poi tagliando la strada, o il guado, a traverso della sua lunghezza, alternamente ora da un lato ora dall'altro, con fossate che di poco oltrepassino la metà della sua larghezza; e si alza dietro a ciascuna di queste fossate, con lo sterro

che se ne ricava, un piccolo parapetto. Ciò fatto sulla lunghezza della strada o del guado, si costruisce all'altro capo di esso un trinceramento che fiancheggia le tagliate e la prima opera, e batte efficacemente di fronte il passaggio che si vuol contrastare al nemico.

L'aggiustato tiro della fucileria è quello che sostiene la difesa nel primo periodo dell'attacco, mentre la baionetta la compie quando si è a petto a petto col nemico.

80. D. *Come si difende una stretta, un borrone?*

R. Quando una comunicazione passi a traverso di una stretta, o di una gola, oppur vada lungo un borrone, la sua difesa consiste nell'ammassare innanzi, dentro, e in dietro di essa, tutti gli ostacoli; per ottener che l'inimico non possa superarla, o fosse almeno considerevolmente ritardato nella sua marcia. Il terreno s'ingombra con tagliate d'alberi, ammonticchiamenti di rottami, e demolizioni: si rompe con fossate a bella posta escavate: si rende impraticabile, rompendo i piccoli corsi d'acqua e adoprando ogni altro mezzo che si può. Si occupano a dritta ed a manca quelle posizioni, che, nel tortuoso andamento delle alture, delle gole, e dei burroni, battono d'infilata i rami più lunghi delle comunicazioni, o che meglio ne difendono gli accessi. Allo sbocco della stretta, della gola o del burrone, e dentro alla buona portata del fucile, si alza un'opera che, avendo fronte più esteso di quello sbocco, possa avviluppare con fuochi ben incrociati ogni colonna nemica che tentasse d'inoltrarsi.

81. D. *Come si difende una casa?*

R. Dopo che il vivo ed aggiustato fuoco di fucileria avrà aumentato il valore degli ostacoli esterni, se il nemico si sarà impadronito del pianterreno, non è dubbio che i mezzi di difesa saranno molto diminuiti: tuttavolta, quando il piano superiore sia stato ben preparato, si può ben sperare di prolungare la resistenza, e di ottenere una favorevole capitolazione.

Le ringhiere dei balconi, quando ve ne fossero, munite; di stuoie, di materassi o di altre cose simili, saranno utilissime a difendere il piede dell'edifizio mentre da tutte le feritoie praticate a traverso le mura ed i pavimenti non si tralascerà il fuoco di fucileria ed il getto di qualunque cosa che possa offendere l'assalitore come, mobili, acque o olio bollente ec. ec. aspettando il deciso momento in cui la strettezza degli spazî dà la vittoria al coraggio ed all'ostinatezza.

In ogni caso un distaccamento, che si rinchiude in un edifizio per difenderlo, deve aver raccolte dentro di esso tutte le provvisioni necessarie, e sopra tutto sufficiente quantità di acqua, della quale avrà spesso bisogno, per ismorzare il fuoco che sempre l'inimico tenta di appiccarvi.

82. D. *Come si difendono i recinti chiusi come chiese, castelli ec.?*

R. Spesse volte i muri d'abito abbracciano sì grande estensione di terreno, che di rado un distaccamento di forza discreta può difenderli senza essere aiutato ed assistito da forze superiori. In una circostanza così sfavorevole, oltre alla riserva che dev'esser situata in un'edifizio prossimo, già destinato a servire di ridotto, bisognerà averne un'altra a mezzo dello spazio rinchiuso tra le mura: la quale sarà destinata a respingere e cacciar fuori l'inimico che penetrasse per qualche punto del recinto stesso: o a dare alle partite di soldati dispersi il tempo di rannodarsi, e di ridursi nel ridotto tutte le volte che il bisogno lo esiga.

Il comandante del distaccamento dovrà aver assegnato, con esattezza e precisione, a ciascuna partita di soldati il posto che dovrà occupare; aver spiegato il modo di difenderlo; e'l tempo e la maniera di abbandonarlo nel ritirarsi.

I principi finora stabiliti per difendere una casa, qualunque, sono applicabili ai vecchi castelli, alle fattorie, alle case rurali, ed anche agli edifizi composti di più parti staccate e distinte. In tale occasione l'edifizio principale, che servir deve per l'ultima difesa, dovrà esser fortificato con maggior cura delle altre parti, che potranno essere facilmente abbandonate, e che dovranno esser munite delle opere strettamente bastevole alla difesa del momento. Tuttavolta se un padiglione, una colombaia, un terrazzo coperto, o altra qualunque fabbrica elevata, fosse solidamente costrutta, e situata sì che potesse ben difendere l'edifizio principale ed esserne difesa, non bisogna trascurare di fortificarla il più che è possibile.

Quivi è che il difensore dopo di avere esaurito tutti i mezzi della difesa, dopo di aver ritardato il cammino dell'aggressore, dopo di aver contrastato palmo a palmo il terreno, ed ogni porta, stanza, dovrà ritirarsi e ricominciar per dir così con gagliardia maggiore le offese, onde dimostrare al nemico che caramente ne acquista il possesso, e che val meglio venire a patti.

CAPITOLO IX.

Determinare la profondità di una fossata di una data larghezza, per ricavarne la terra necessaria alla formazione del parapetto.

83. D. *Come si determina la profondità di una fossata di data larghezza per ricavarne le terre necessarie al parapetto ec.*

R. Il parapetto ed il fosso sono comunemente di forma prismatica, quindi se la lunghezza dell'uno è uguale alla lunghezza dell'altro; il loro rapporto sarà come quello delle basi, o come il profilo del parapetto a quello del fosso.

Per calcolare la profondità X di questo fosso $GHIK$ (fig. 21) supponendo che la fortificazione sia regolare e sopra un terreno orizzontale è necessario premettere, che il rapporto tra le superficie $ABCDEF$ del parapetto e $GHIK$ del fosso, deve essere come 10 : 9 nelle terre ordinarie, e ciò perchè dall'esperienza si è conosciuto che le terre prodotte da uno scavo non possono rientrarci tutte; essendone il ribocco $^1/_9$ dello scavamento totale.

La profondità dunque del fosso dovrà essere determinata in modo, da rendere la superficie del profilo del fosso $^9/_{10}$ di quella del parapetto.

La superficie del parapetto si calcola come segue.

Il triangolo $FEQ = \frac{EQ.FQ}{2}$

Il trapezio rettangolo $EQRD = \frac{(EQ + RD)\,QR}{2}$

Il trapezio $CSDR = \frac{(DR + CS)\,NS}{2}$

Il rettangolo $BTCS = CB \times BT$

Il triangolo rettangolo $BTA = \frac{BT \times TA}{2}$

Quindi $ABCDEF$ profilo del parapetto è uguale alla somma di tutte queste quantità, che per brevità chiameremo A^2.

Il profilo $GHIK$ del fosso, ha la forma di un trapezio, quindi la sua superficie è uguale alla somma dei lati paralleli moltiplicata per l'altezza, e diviso questo prodotto per due, ovvero è uguale a $\frac{(GK + HI)\,HO}{2}$.

Si ponghi la larghezza GK del fosso uguale ad L, e la profondità, la quale si cerca uguale ad X; risulterà la HI, larghezza del fondo del fosso, uguale ad L, meno la somma di GO base della scarpa, e di NK base della contrascarpa, cia-

scuna delle quali è uguale alla metà della profondità X del fosso nelle terre ordinarie; perciò la $HI = L - (\frac{1}{2}X + \frac{1}{2}X) = L - X$. Questi valori di GK, HI e HO si sostituiscano nella formola $\frac{(GK + HI)\,HO}{2}$, e si avrà per la superficie del profilo $GHIK$ del fosso $\frac{(L + L - X)\,X}{2}$ ovvero $\frac{(2L - X)\,X}{2}$.

Ma si è detto che la superficie del fosso deve essere $\frac{9}{10}$ di quella del parapetto, che abbiamo chiamata A^2, quindi l'equazione che darà X ossia la profondità sarà $\frac{(2L - X)\,X}{2} = \frac{9A^2}{10}$; eseguendo la moltiplicazione indicata nel primo membro si ha $\frac{2LX - X^2}{2} = \frac{9A^2}{10}$, e moltiplicando ambi i membri per 2 e cambiando i segni si ottiene $X^2 - 2LX = -\frac{9A^2}{5}$.

Si aggiunga ad entrambi i membri L^2 e si avrà $X^2 - 2LX + L^2 = L^2 - \frac{9A^2}{5}$. Or come il primo membro di questa equazione è il quadrato completo di $X - L$, se si estrae la radice quadrata da ambi i membri si ha

$$X - L = \mp\sqrt{L^2 - \frac{9A^2}{5}},\ \text{e quindi}$$

$$X = L \mp \sqrt{L^2 - \frac{9A^2}{5}}$$

Nella quale equazione se si sostituiscono ad L ed A^2 i loro valori che volta per volta si saranno adottati per un opera qualunque di campagna si otterrà quello di X cioè la profondità del fosso.

CAPITOLO XX.

Lavoro, tempo ed uomini necessarî alla costruzione di una determinata opera passaggiera, e metodo pratico come terrapienare un' opera.

84. D. *Come si calcola il lavoro ed il tempo necessario per la costruzione di una determinata opera passaggiera?*

R. Abbiamo indicate nell'articolo 42 qual si è mai il prodotto del lavoro in un determinato tempo, secondo i varî risultamenti dati dall'esperienza. Ciò premesso una volta stabilita l'altezza de' varî profili dell'opera, sia essa per esempio $1^m, 5$ o pure 2 metri dividendo lo spiegamento medio del trinceramento per quello di quei due numeri a cui uno si sarà fer-

mato, basterà dappoi moltiplicare per il numero degli operai d'una sezione il quoziente di cui abbiamo parlato, per conoscere la quantità degli operai che saranno necessarî per intraprendere il trinceramento su tutta la sua estensione, o sopra una porzione data.

In quanto al tempo da impiegarsi al lavoro, per conoscerlo, fa d'uopo essere prevenuti che ogni squadra è composta in modo da potere stabilire le terre del parapetto, nello spazio all'incirca di tempo che quegli che trovasi alla zappa impiega a levarle; e siccome quest'operaio si è detto, articolo 42, che fornisce quasi cinque metri cubici in un giorno, si deduce facilmente e come si vedrà col seguente problema II.° in quanti giorni ogni squadra o tutte le squadre avranno terminato il loro lavoro.

Del rimanente, la valutazione della quantità del lavoro per un tempo dato, su cui riposano tali risultamenti, deve variare molto in ragione della natura delle terre, della forza e zelo degli operai, della profondità del fosso, e dell'altezza del trinceramento, ec.

Problema I. Dato il contorno della magistrale e il proffilo di un opera passaggiera, determinare il numero de'lavoratori necessarî.

Suppongasi il contorno di una lunetta calcolata sulla linea media della fossata essere di metri 90. Vi si potranno situare 45 partite distante 2 metri, di quattro lavoratori ognuna, ascendenti in tutto ad uomini 180. Che se poi si volesse dare ad esse la muta, ve ne bisognerebbero il doppio cioè 360 divisi in 90 partite.

Adunque il numero delle partite, quando si lavora senza muta eguaglia la metà de' metri contenuti nel contorno; e il numero de' lavoratori è il doppio di quei metri. Nel caso che le partite si ricambiano, il numero loro eguaglia quello de'metri del contorno, ed il numero degli uomini è quadruplo di questi.

Problema II. Conosciuto il volume dell'opera da costruirsi, ed il numero degli uomini, determinare il tempo nel quale l'opera sarà finita.

Sia 1080 metri cubi il volume totale della precedente lunetta, in quanto tempo sarà il lavoro compiuto dalle 45 partite?

È chiaro che siffatto problema appartiene alla regola del tre composta, perchè si sà che 5 metri cubi sono lavorati da una partita in 10 ore e si vuol conoscere 1080 metri cubi da 45 partite in quanto tempo saranno lavorati. E perchè la ragione de' tempi è uguale alla composta della diretta del lavoro e dell'inversa della partita si avrà $5 \times 45 : 1080 = 10 : x$ ed $x = \frac{1080 \times 10}{5 \times 45} = \frac{2160}{45} = 48$. Sicchè dunque il lavoro sarà compito dalle 45 partite in 48 ore.

85. D. *Quale è il metodo pratico più facile per terrapianare un opera?*

R. Una volta conosciuto il lavoro che deve farsi e gli uomini che son necessarî, il modo pratico ed il più facile dello sterro e del riporto per i trinceramenti costruiti sopra un terreno orizzontale è il seguente.

Dopo aver divisa la lunghezza media del fosso in parti di 2 metri, dividendo quindi quella del parapetto in un medesimo numero di parti, e conducendo delle rette per le corrispondenti divisioni, le direzioni dei luoghi di lavoro verranno in tal modo abbastanza indicate per la pratica.

Si scava comunemente il fosso in modo da fare lo sterro in diverse volte, e sempre scavando in prisma rettangolare a facce orizzontali e verticali. Ne viene di conseguenza, che se le costole inferiori di questi prismi appartengono ai piani di scarpa e di contrascarpa, restano a tagliarsi, alla fine del lavoro, altri piccoli prismi triangolari appoggiati sulle scarpe; in guisa tale che, togliendo questi piccoli prismi, le scarpe si trovano eseguite e convenientemente dirette.

Il modo di scavare il fosso è fondato su questo fatto d'esperienza, che gli operai approfondiscono sempre verticalmente negli scavamenti. Se il fosso è poco profondo, e se le terre sono forti, si faranno tre suddivisioni e si eseguirà così il suo scavamento in tre parti nel tempo stesso. Se poi le terre hanno poca consistenza, o se il fosso è profondo, si faranno sei suddivisioni e si eseguirà il suo scavamento in sei parti.

L'opera del rinterro esige ugualmente alcune precauzioni. Si distendono le terre a strati presso a poco di ugual grossezza, il che dicesi *agguagliarle*; l'ammassamento è allora da per tutto lo stesso. Si battono le terre, o se non si hanno gl'istrumenti necessarî, si fanno scalpitare dai lavoratori. Lo scopo di quest'operazione si è quello di ridurre il più che è possibile il ribocco delle terre.

Non si può agevolmente assegnare alcuna regola fissa relativamente all'inclinazione delle pendenze della scarpa e della contrascarpa, ed all'inclinazione della scarpa esterna del parapetto; L'esperienza ha dimostrato che nelle terre che chiamansi *forti* (perchè hanno molta consistenza), si può ridurre alla metà della sua altezza la base dell'inclinazione della contrascarpa, ed al terzo della sua altezza quella della scarpa, fino ad una profondità di 4 metri: si può anche sopprimere il rilascio, e far salire la scarpa esterna del parapetto secondo il piano inclinato della scarpa. Se la terra è arenosa, si darà alla pendenza della scarpa altrettanta base che l'altezza, ed un poco più d'inclinazione alla pendenza della contrascarpa: si rimarrà un rilascio di 1 metro ad 1, 30, e s'inclinerà la scarpa esterna

del parapetto in guisa che la sua base sia uguale ad una volta e mezzo la sua altezza.

CAPITOLO XXI.

Attacco de' posti di guerra e delle opere di campagna.

86. D. *Come si esegue l'attacco di un posto o di un villaggio trincerato?*

R. Quando si tratta d'attaccare un posto o un villaggio trincerato, è d'uopo prima riconoscere con ogni possibile diligenza i suoi contorni e le sue comunicazioni, come pure la specie delle opere, lo stato in cui esse si trovano, ed i mezzi che il nemico ha impiegati per difenderne gli accessi.

La quantità delle truppe necessarie all'intrapresa, dipende non solamente dalla forza della guarnigione e dei trinceramenti, ma dalle circostanze ancora nelle quali la guarnigione può trovarsi. Il posto può essere nel caso di cercar soccorso, e bisognerà in questo caso far fronte alle truppe del soccorso. Può d'altronde succedere che vi sieno diversi passaggi da guardare per assicurare la ritirata, e che inoltre la distanza a cui bisogna trasportarsi esige anche che le forze destinate all'attacco sieno più o meno numerose, onde poter ripiegarsi con minore svantaggio se vi si fosse costretto. Gli attacchi dei posti esigono in conseguenza, secondo le occasioni, un numero variabile di distaccamenti più o meno forti. In generale il numero degli assalitori deve essere almeno il triplo di quello de' difensori, poichè nel primo momento dell'attacco quelli perdono assai più gente di questi, ed arrivano molto indeboliti sull'alto dei parapetti, dove debbono combattere a corpo a corpo coi difensori.

Le truppe necessarie all'intrapresa sono dunque ordinariamente divise in truppe d'attacco ed in truppe d'osservazione; e le colonne d'attacco possono d'altronde essere considerate come divise ognuna in tre parti, di cui la prima o la testa è destinata a superare prontamente il fosso e salire al parapetto, mentre che la seconda con un fittissimo fuoco allontana dal parapetto l'assediato, e la terza parte o la riserva della colonna sta fuori tiro, insieme alla cavalleria, se ve n'ha.

La disposizione delle truppe essendo determinata, le colonne ed i distaccamenti sono diretti ai luoghi ove debbono portarsi, e si prescrive d'altronde ai comandanti l'ora degli attacchi, onde possano aver luogo tutti nel medesimo tempo, il che sbalordisce il nemico quando non sta in guardia, e la sua sorpresa non può ridondare che in vantaggio dell'assalitore.

Indipendentemente dalle disposizioni da prendere relativamente alle truppe ed all' artiglieria, bisogna pure prenderne delle altre adattate alla natura de' trinceramenti. Se i fossi sono pieni d' acqua, bisogna provvedersi di fascine per colmarli nei siti dei passaggi, se sono pantanosi, bisogna provvedersi di graticci, onde potere compiutamente rovesciare le rovinate e le palizzate, spianare i passaggi, traversare le paludi praticabili se ve ne ha, ci bisognano degli spianatori o zappatori, e questi distaccamenti d' operai prendono posto fra le due prime parti delle colonne d' attacco.

Se però si vuole tentare di sorprendere il posto, bisogna di più provvedersi di scale per le scalate, e di strumenti necessari per zappare al piede alcuno parti delle muraglie, come anche per rompere le porte e le barriere. Ed in tal caso bisogna avvicinarsi di notte, e scegliere il tempo in modo da poter ritirarsi, anche innanzi giorno, se l'intrapresa viene a mancare, a fin di far la ritirata con poco svantaggio; egli è anche importantissimo di non combattere che con armi bianche le pattuglie che possono incontrarsi; e finalmente bisogna conservare il più che sia possibile il silenzio nelle colonne, per non isvegliare la gente del posto.

Tali sono in generale le precauzioni da prendere per attaccare o sorprendere un posto un villaggio trincerato. Essendo giunto il momento d' agire, e le colonne d' attacco trovandosi ordinate fuori del tiro al momento d' un attacco ordinario, l' artiglieria prenderà le sue posizioni a 500 metri circa dalle opere, e si porrà sopra i prolungamenti delle facce, per prenderle d' infilata: e se il terreno la priva di tale vantaggio, sceglierà, allontanandosi dalle direzioni delle magistrali, i punti più favorevoli per trarre di riflesso o direttamente contro le batterie del difensore, e diriggere il tiro degli obici contro le palizzate, lo steccate ed altri accessori, a fin di romperle ed aprire de' passaggi alle colonne assalitrici.

Avendo l' artiglieria tirato a sufficienza ed avendo prodotto gran guasto nelle batterie nemiche, nuovi pezzi prendono posizione più vicino alle opere, a 300 metri circa dal posto, e sempre sopra i prolungamenti delle facce se è possibile. L' avvicinamento di questa nuova artiglieria è protetto dalla fanteria leggiera, se ve n' ha; le colonne d' attacco s' avanzano allora bruscamente verso i saglienti, e marciano sulle capitali, sotto la protezione di queste nuove batterie, che prendono di fianco tutto quello che si trova sulle opere; la testa d' ogni colonna fa i suoi sforzi per passare il fosso e salire sul parapetto: mentre che i drappelli successivi ed i fiancheggiatori fanno fuoco sulle difese onde allontanarne il nemico, ed i lavoratori agiscono, se è necessario, per perfezionare e terminare i passaggi che 'u-

tiglicria ha potuto incominciare. Finalmente gli sforzi fatti ai punti d'attacco essendo riusciti, tutta la fanteria s'affretta a penetrare nell'opera, e ad ordinarsi sul terrapieno, nella stessa guisa che pratica in seguito la cavalleria e l'artiglieria, quando gli operai sono giunti a spianare i corrispondenti passaggi.

Le colonne d'attacco debbono assalire con una grande vivacità, onde soffrire piccola perdita; ed egli è evidente che attaccando di primo lancio e con empito, si giunge a intimidire e sconcertare il nemico e prontamente si è fuori del suo fuoco.

Gli avvicinamenti delle colonne d'attacco facendosi secondo le direzioni delle capitali delle opere, perchè il nemico non può dirigere che poco fuoco sopra il *cammino in capitale*, egli è importantissimo di riconoscere ben per tempo queste direzioni, come pure quelle delle facce delle opere su cui debbono essere stabilite le batterie.

87. D. *Come si attaccano le opere di campagna?*

R. Ciò che si pratica relativamente all'attacco de'posti è applicabile in generale ad ogni specie d'opere di campagna, cioè alle linee, ed anche alle opere semplici; si osserverà soltanto, che quando si tratta di saglienti isolati, come denti, lunette ec., opere che hanno sempre una parte aperta, e per conseguenza debolissima, bisogna tentare di forzarle per questo punto, rovesciando la barriera, le palizzate o le rovinate che comunemente ne formano la chiusura. Pertanto se la gola di un'opera è fortemente appoggiata, bisogna risolversi ad attaccare il sagliente che è sempre un punto debole: in questo caso, dopo essersi sbarazzati di quello che forma la difesa del fosso, le truppe trovano in esso un ricovero e vi si rannodano per dare l'assalto; ma se accade che i fossi di queste opere isolate sieno difesi da opere poste sul di dietro, bisogna, col soccorso dell'artiglieria diretta alle parti fiancheggianti, giungere a spegnere i fuochi del fianco, a fin di eseguire senza un gran sacrificio il passaggio del fosso.

Una piccola opera può anche essere attaccata dalla gola con la fanteria ben determinata, quando la gola è accessibile.

In generale le massime da seguirsi negli attacchi delle opere di campagna, possono ridursi alle seguenti.

I. Ordinariamente si usa fare nel medesimo tempo un attacco vero ed uno falso, per prendere un'opera semplice: facendosi l'attacco verso al sagliente, si fa quello falso alla gola, e reciprocamente;

II. Per fare una breccia al sagliente di un opera qualunque di campagna, bisogna cannoneggiare di riflesso;

III. Spesso per forzare un'opera, dando da una parte l'assalto alle brecce, si scalano da un'altra parte i parapetti, e nello stesso tempo si attacca la sua gola;

IV. Si prende d'assalto un ridotto attaccando diversi suoi saglienti nel tempo stesso;

V. Si forzano le rovinate con un fuoco d'artiglieria mantenuto e diretto per lungo tempo sopra un medesimo punto della linea;

VI. Si può tentare d'incendiare le rovinate col soccorso dei fuochi artifiziati;

VII. È possibile di sgombrare dai triboli, de' quali possono trovarsi seminati, gli abbordi de' saglienti ed i fossi, servendosi perciò di grossi rami maneggiati da diversi uomini;

VIII. Si possono spezzare i cavalli di frisa col cannone, o servendosi di asce: lo stesso dicasi delle palizzate;

IX. Bisogna sbarazzarsi degli steccati col cannone, e rimovendone la terra al di sotto al momento dell'assalto;

X. Bisogna attaccare e rovesciare le ture o dighe, per isbarazzarsi delle acque che coprono una posizione;

XI. Per difendersi dall'effetto delle piccole mine, si passa prontamente la contrascarpa, il che mette il nemico nell'incertezza relativamente al momento in cui bisogna appiccarvi il fuoco;

XII. L'attacco d'un ridotto interno ordinario si fa coi processi impiegati per quello de' trinceramenti;

XIII. L'attacco d'un convento o palazzo con feritoie, costituente un rifugio, non può punto riposare sulle regole generali e fisse; il cannone, e qualche fuoco artifiziato, se ve ne ha, sono i mezzi più corti, in molti casi, per mettere allo scoperto le truppe che vi si trovano racchiuse.

CAPITOLO XXII.

Difesa de' posti di guerra e delle opere di campagna.

88. D. *Come si difendono i posti di guerra ed in generale le opere di campagna?*

R. Colui che comanda un posto o un opera qualunque di campagna deve incessantemente procurarsi delle notizie su tutto quello che avviene nei contorni: deve riconoscere accuratamente le venute della posizione, e rappresentarsi per tempo quello che ci sarebbe da praticare nelle diverse ipotesi dell'attacco, per poter fare la maggior resistenza, relativamente ai mezzi che vi sono di difendersi, ed intendersi d'altronde perfettamente con quelli che debbono secondarlo. Bisogna, secondo le circostanze, dividere la guarnigione in modo da tenere abitualmente in fazione solo gli uomini necessarî per esercitare una buona vigilanza al di dentro ed al di fuori, e dividere così i difensori in riserva ed in combattenti, avuto riguardo al numero presunto degli attacchi che potrebbero aver luogo nel medesimo tempo: bisogna inoltre osservare, ch'essendo giunto il momento d'agire,

non conviene far fuoco se non quando il nemico sarà avvicinato ed a giusto tiro.

Nell' interno si pongono delle sentinelle ai saglienti, e parimente al di fuori sulle venute e sugli sbocchi del lato del nemico ed altrove s' è necessario. Spesso si pongono anche dei piccoli distaccamenti per vigilare e perlustrare i ricoveri di cui il nemico profitterebbe per avvicinarsi, e questi distaccamenti posti al di fuori hanno ordine di ripiegarsi all' apparir del nemico. Nei momenti di pericolo, delle pattuglie vanno alla scoperta, e quindi rientrano per dare avviso di ciò che avviene: esse non debbono combattere che nell' assoluta necessità di non poter far altrimenti, e nel caso di un' azione debbono cercare tutti i modi onde dar nuove al posto di quel che succede.

Tosto che apparisce il nemico se ne dà l' avviso alle truppe più vicine, e si prendono le armi per condursi secondo l' andamento degli attacchi. L' artiglieria posta in barbetta si dispone a contrariare lo stabilimento dell' artiglieria nemica ed a farle fronte il maggior tempo possibile; e la fanteria comincia il fuoco più vivo dal momento in cui le colonne nemiche trovansi sotto il tiro.

Il fuoco della moschetteria è comunemente eseguito da una sola riga di fucilieri, posti sulla banchina; ma due altre righe, poste in addietro sulla scarpa e sul terrapieno, caricano continuamente le armi, che passano agli uomini di prima riga, il che dà alla difesa tutta la vivacità e tutto il calore possibile; gli uomini della seconda e terza riga si mettono anche in azione, serrandosi sulla prima, per respingere gli aggressori che vogliono superare il parapetto.

Di raro avviene che i trinceramenti non sieno preceduti da alcuni punti vantaggiosi alla difesa, ed in conseguenza sono occupati dai difensori onde prendere di rovescio gli approcci del nemico, altrimenti la posizione sarebbe ben debole. Da queste imboscate, come dai fianchi delle opere, si dirige il fuoco più efficace contra gli aggressori, tosto che si avvicinano alle contrascarpe, nel medesimo tempo che è d' uopo far loro fronte dai parapetti opposti alla direzione della loro marcia.

Quando il nemico supera il fosso e prende le sue disposizioni per traversarlo, si continua a diriggere sopra i suoi fianchi e sulla fronte il maggior fuoco possibile, tanto di moschetteria che d' artiglieria, che a quest' effetto è stata conservata, e che preventivamente è coperta con traverse o con gabbioni: ancora si gettano verso la testa delle colonne molte granate a mano. Mediante la riunione di tutti tali mezzi, si giunge spesso ad arrestare il nemico in mezzo alle difficoltà del *passaggio*. Se il fosso è pieno d' acqua, l' aggressore è ridotto a colmarlo, e questa operazione lo lascia lungamente scoperto ed esposto al

fuoco: quel momento è dunque per lui un momento di debolezza, del quale convien profittarne. Se il fosso è secco, ma guarnito d'ostacoli, è anche mestieri trarre partito dal tempo che deve impiegare a sbarazzarsene, e devesi cogliere il momento opportuno per far brillare le piccole mine che precedentemente si sono preparate.

Finalmente, se si giunge a mettere il disordine nelle colonne d'attacco, si possono anche fare bruscamente delle sortite, affin di prendere di fianco e di rovescio queste colonne e respingerle, col rischio di rientrare precipitosamente sotto la protezione delle opere, laddove queste sortite non riescissero a buon fine. In queste sortite vi prende sempre parte la cavalleria.

Quando il nemico è giunto a sbarazzarsi degli ostacoli che precedono il parapetto, e si dispone a dare l'assalto, è quello il momento d'ingombrare prontamente le brecce con triboli, cavalli di frisa ec., e le riserve debbono allora avvicinarsi per respingere gli assalitori con l'arme bianche. I soldati possono anche trincerarsi dietro alle brecce, affin di tener fermo, mercè di questi trinceramenti, e che permettono almeno di guadagnare con ordine il ridotto principale.

Se si è fatto un buon ridotto interno sia che si abbia un castello, un convento, o anche se un quartiere del villaggio è stato precedentemente preparato per l'ultima difesa fortificandono le venute, o praticando delle feritoie a traverso de' muri, si può in esso secondo le circostanze operare la ritirata, o resistere quanto basta per dare ai soccorsi il tempo materiale d'arrivare, o finalmente per potere sotto questo ricovero domandare una onorevole capitolazione.

FORTIFICAZIONE PERMANENTE.

CAPITOLO I.

Della fortificazione permanente e delle piazze di guerra.

1. D. *Quale si è lo scopo della fortificazione permanente?*

R. Lo scopo della fortificazione permanente è di trincerare un sito determinato, in guisa che un esercito debole in forza vi si possa rinchiudere e combattere a malgrado l'inferiorità del numero, ed un attacco di viva forza non possa effettuirsi contro di esso.

2. D. *Cosa sono le piazze forti o di guerra?*

R. Si chiama piazza forte, o fortezza quel campo di battaglia chiuso e trincerato in guisa che un piccolo esercito, detto guarnigione, possa esservi al coverto degli attacchi fatti di viva forza, combattere per molto tempo e contrastare il terreno palmo a palmo, contro il nemico che viene ad attaccarlo, e che è superiore in forza ed in mezzi di offesa.

3. D. *Quale si è la differenza tra' lavori della fortificazione passaggiera e quelli della fortificazione permanente?*

R. I lavori e le costruzioni delle opere passaggiere sono insufficienti per stabilire una fortificazione permanente. Bisogna per questa usare le costruzioni in fabbrica, onde abbiano tutte le qualità necessarie al loro scopo, e presentino resistenza maggiore della fortificazione di campagna. Tale resistenza risulta dalle opere solidamente costruite, capaci di tenere contro attacchi forti, e mantenersi per anni ed anni contro i danni causati dal tempo. In conseguenza i rilievi sono sempre maggiori di quelli fissati per le fortificazioni passaggiere.

La controscarpa e la scarpa della fossata sono rivestite di mura. La magistrale, ossia la linea direttrice che regola tutte le altre, è il così detto *cordone*: cioè quella fila di pietre sporgenti, che si pone in cima al muro di scarpa; il quale, elevandosi fino ad un certo punto al disopra della fossata stessa, va a sostenere le terre del parapetto.

4. D. *Cosa s' intende per fronte di fortificazione?*

R. Ogni lato del poligono fortificato, compreso le opere esteriori dicesi fronte di fortificazione. Generalmente però si dice anche fronte di fortificazione quella porzione di una piazza fortificata che comprende due mezzi bastioni colla cortina intermedia.

CAPITOLO II.

Denominazione di tutte le opere di un fronte moderno Cormontaigne, ed uso al quale sono destinate.

5. D. *In generale in quante parti può considerarsi diviso il fronte moderno?*

R. Il fronte moderno, ideato dal Vauban e perfezionato dal suo discepolo Cormontaigne, è composto I. di una cinta principale o corpo di piazza con fosso II. di molte opere chiamate opere esteriori coverte anche da un fosso III. di una specie di trinceramento chiamato strada coperta, che inviluppa e chiude tutte le opere IV. di trinceramenti interni V. delle varie comunicazioni VI. delle opere avanzate.

I.

6. D. *Cosa è la cinta principale, o corpo della piazza e quali sono le parti da considerarsi in essa?*

R. La cinta principale, o il corpo di piazza è l' insieme di tutti i bastioni e le cortine tav. IV. fig. 1.

I bastioni differiscono da quelli adoperati nella fortificazione passaggiera per le sole dimensioni, mentre sono maggiori.

Le cortine servono a riunire i bastioni. Esse sono le parti più forti della cinta, giacchè per la loro posizione rientrante, non danno campo agli attacchi e sono fiancheggiate da bastioni adiacenti.

Il fosso talvolta è secco, talvolta con acqua, e talvolta si può rendere asciutto o riempire dell'acqua mediante le corrispondenti cateratte.

II.

7. D. *Quali sono le opere esteriori di un fronte moderno?*

R. Le opere esteriori di un fronte moderno possono ridursi alle seguenti I. *la tanaglia* II. *il rivellino col fosso* III. *il ridotto del rivellino col fosso* IV. *le traverse o tagliate del rivellino.*

8. D. *Cosa è la tanaglia e perchè serve?*

R. La *tanaglia* è un opera bassa costruita dentro il fosso della cinta, avanti la cortina, ed è composta di due sole facce tav. IV. fig. 1. Dicesi *tanaglia semplice* per distinguerla dalla composta, o doppia, la quale ha, oltre alle due facce; due fianchi, ed una cortina. Essa copre l' uscita per la quale si sbocca dalla piazza nella fossata principale: preserva la cortina ed i fianchi della cinta dalle brecce che potrebbe farvi l' inimico, onde girare i trinceramenti che potrebbero essere dagli assediati costruiti

nei bastioni : dà finalmente a questi, facoltà di raccogliersi in forza ed al coperto dietro di essa nella fossata, per uscire contro all' assediante.

9. D. *Cosa è il rivellino e perchè serve?*

R. Il *rivellino* è un opera distaccata, composta di due facce, e si pone innanzi alla cortina tav. IV. fig. 1. Esso copre i fianchi dei bastioni, i quali per quanto si può debbono esser preservati interi in sino a che l' inimico non tenti l'assalto della breccia, collo scopo di battere sul fianco le colonne che montano su di essa: e quando ha molta salienza, vietando che l' inimico possa simultaneamente attaccare i bastioni, prolunga la difesa della piazza.

10. D. *Cosa è il ridotto del rivellino e perchè serve?*

R. Il *ridotto del rivellino* è quella piccola opera distaccata, posta nel mezzo del rivellino tav. IV. fig. 1. Esso serve di ritirata ai difensori del rivellino, e ne protrae così la difesa. L' assediante non può tentare l' assalto della breccia, che, sparando attraverso del vano della fossata del rivellino, ed occupando prima quel ridotto, i di cui fianchi obbliqui traggono dirittamente sulla breccia.

11. D. *Cosa sono le traverse o tagliate del rivellino e perchè servono?*

R. Le *traverse o tagliate del rivellino* sono de' piccoli trinceramenti composti di un fosso ed un parapetto tav. IV. fig. 1. Esse coprono le postierle del ridotto del rivellino: favoriscono le piccole sortite dell' assediato, ed impediscono al minatore nemico di operare contro alla scarpa del ridotto: assicurano infine al difensore il possesso dei ridotti delle piazze d' armi rientranti persino a che non si sarà l' assediante impadronito del ridotto del rivellino.

III.

12. D. *Cosa è la strada coperta e perchè serve?*

R. La *strada coperta*, spezie di fascia, della quale dev' esser cinta indispensabilmente ogni piazza, ed ogni forte di considerazione gira intorno al fosso e rimane coperto dalla parte della campagna da un parapetto tav. IV. fig. 1. Essa serve a favorire le sortite dell' assediato. Su di essa si raccolgono le truppe che debbono precipitarsi sull' aggressore: sulla stessa si ritirano quando vengono respinte: per mezzo di essa s' introducono i grandi soccorsi, che impossibile sarebbe di metter dentro per le porte e per gli altri ingressi: in essa finalmente sono situati i posti per difender lo spalto, e le ronde ch' esercitar debbono un' attiva ed efficace sorveglianza sulle operazioni del nemico.

13. D. *Cosa sono le piazze d' armi salienti e perchè servono?*

R. Le piazze d' armi salienti così si chiamano perchè stanno

negli angoli salienti e chiudono lo spazio compreso tra il ritondamento della controscarpa ad ogni saliente e le due prime traverse tav. IV. fig. 1. In esse si situano i distaccamenti destinati a molestare l'inimico con colpi di fucile diretti contro alle teste delle zappe, e l'obbligano così ad avvanzarsi lentamente ed a piede a piede.

14. D. *Cosa sono le piazze d'armi rientranti e perchè servono?*

R. Le piazze d'armi rientranti, così si chiamano perchè stanno negli angoli rientranti delle strade coperte e vengono formate da due piccole facce che si congiungono ad angolo verso la campagna tav. IV. fig. 1. Le *piazze-d'armi rientranti* danno facoltà di raccogliere le truppe destinate alle sortite: proteggono la difesa piede a piede della strada coverta: e servono di ritirata ai difensori di questa, quando sono stretti ad abbandonarne i rami salienti.

15. D. *Cosa sono i ridotti delle piazze d'armi rientranti?*

R. I *ridotti* delle piazze d'armi rientranti sono quelle piccole opere di fortificazione costruite collo scopo di proteggere tutte le operazioni che si fanno de' distaccamenti riuniti nelle piazze d'armi tav. IV. fig. 1: essi battono di fianco e con fuochi radenti i rami salienti dello spalto.

16. D. *Cosa sono le traverse della strada coperta e perchè servono?*

R. Le *traverse sulla strada coperta* sono piccoli trinceramenti composti di un fosso ed un parapetto situato lungo la strada coperta tav. IV. fig. 1. Esse interrompono la continuità della strada coperta, rendono in parte inefficaci i tiri a rimbalzo, e danno al tempo stesso facoltà ai difensori di poterla difendere palmo a palmo.

17. D. *Cosa è lo spalto e perchè serve?*

R. Lo spalto è quel terreno sgombro da qualunque impedimento che circonda la strada coperta, e dall'estremità superiore del parapetto va ad unirsi alla campagna con un dolce pendio: la sua linea più elevata dicesi cresta dello spalto tav. IV. fig. 1. Lo spalto ne' primi periodi dell'attacco difende le opere della piazza da fuochi del nemico.

IV.

18. D. *Cosa sono i cavalieri e perchè servono?*

R. Quando vicino ad una piazza di guerra vi sono de' terreni tanto bassi che nè la cinta nè le opere esteriori possono difendere, si stabiliscono ne' bastioni altri bastioni più alti e questi si chiamano *cavalieri* tav. IV. fig. 1. Si dà ad essi tanta elevazione sicchè i loro fuochi e que' de' bastioni possono eseguirsi nel tempo stesso.

19. D. *Cosa sono i ridotti de' bastioni e perchè servono?*

R. I ridotti de' bastioni sono trinceramenti costruiti di varie forme nell'interno de' bastioni, e servono per sostenere l'assalto al corpo della piazza tav. IV. fig. 1.

20. D. *Cosa sono le cittadelle e perchè servono?*

R. Le cittadelle sono delle piccole fortezze, che possono esser considerate come i ridotti delle piazze di guerra, giacchè dopo la presa di una piazza, la guarnigione si ritira nella cittadella per sostenere un nuovo assalto e soltanto nell'ultimo estremo venire a patti e cedere con un'onorata capitolazione.

21. D. *Cosa sono le casamatte e perchè servono?*

R. Si chiamano casamatte tutti i sotterranei costruiti con volte a prove di bomba, e disposti per dare de' fuochi coverti. In essi si alloggia la guarnigione quando le caserme sono rovinate ed incendiate dalle bombe; e vi si stabiliscono benanche i magazzini le ambulanze.

V.

22. D. *Quali sono le varie specie di comunicazioni adoperate nelle piazze?*

R. Perchè tutte le operazioni della difesa potessero facilmente eseguirsi, è necessario che i difensori potessero andare dall'interno delle opere ne' fossi, ed anche al di fuori nella campagna. Per questo scopo si stabiliscono differenti specie di comunicazioni, e sono le *porte o postierle*, le *rampe*, le *gradinate con passi di sorcio*, le *caponiere*

23. D. *Cosa sono le porte o postierle e perchè servono?*

R. Le porte o postierle sono delle aperture situate nel mezzo delle cortine, o all'angolo di esse, sono costruite a volta e servono per comunicare colle opere esteriori. Esse si tengono quasi sempre chiuse, e si aprono quando si vuol fare una sortita, o si vogliono introdurre genti, o munizioni nella fortezza.

24. D. *Cosa sono le rampe e perchè servono?*

R. Le rampe sono dolci salite di terra e servono per andare dalla cinta sul terrapieno; per esse passano le artiglierie gli approvisionamenti.

25. D. *Cosa sono le gradinate con passi di sorcio e perchè servono?*

R. Per comunicare da' fossi nell'interno delle opere, si costruiscono alquanti piccoli e dolci scalini di pietra di taglia tav. IV. fig. 1.

26. D. *Cosa sono le caponiere e perchè servono?*

R. Le caponiere sono spalleggiamenti di terra, con una banchina all'interno, ed il parapetto termina col fondo del fosso a guisa di spalto. Per esse si hanno i fuochi di moschetteria

allorchè il nemico cammina nal fosso, e servono tali opere per proteggere e covrire la comunicazione della cinta col di fuori. Vi sono le caponiere semplici che hanno un solo spalleggiamento e quelle doppie ne hanno due, uno a dritta e l'altra a sinistra in modo che si può far fuoco da' due lati.

27. D. *Cosa sono i passaggi della strada coverta e perchè servono?*

R. In talune parti della strada coverta, si praticano delle aperture e delle rampe dolci e comode, onde uscire in gran forza dalla strada coperta ed andare sugli spalti e nella campagna. La cavalleria e l'artiglieria debbono passar facilmente per questi passaggi che ordinariamente sono chiusi da forti barriere.

VI.

28. D. *Quali sono le varie specie di opere avanzate e perchè servono?*

R. Innanzi la cinta si possono stabilire altri fossi, altre strade coperte; si possono costruire delle *opere a corone* cioè un fronte composto di una cortina e due mezzi bastioni, terminati ognuno da un lungo ramo che li unisce alla cinta; delle *opere a corona* cioè un bastione due cortine unite a due mezzi bastioni che finiscono con due bracci ecc. Tutte queste opere si dicono opere avanzate, e ben situate su' fronti attaccabili di una piazza, allontanano il nemico dalla cinta principale, e l'obbligano ad incominciare i lavori di assedio ad una distanza considerevole.

CAPITOLO III.

Traccia di un fronte di fortificazione del sistema, detto moderno.

29. D. *Cosa si comprende nella traccia di un fronte di fortificazione del sistema moderno?*

La traccia di un fronte di fortificazione comprende: I. quella della cinta principale II. della tanaglia III. della fossata della cinta principale IV. del rivellino, V. del ridotto del rivellino VI. delle traverse del rivellino VII. delle piazze d'armi rientranti, e dei loro ridotti VIII. delle tagliate del rivellino IX. della strada coverta, e delle traverse X. del ciglio dello spalto.

30. D. *Come si traccia sul disegno la cinta principale?*

R. Per tracciare sul disegno la cinta principale, figura 1. tavola IV. sulla metà *C* di una retta *AB*, lunga m. 350, s'innalzi una perpendicolare *CD*, eguale al *sesto* della intera lunghezza *AB*. Si congiungano le linee di difesa *AF* e *BE*. Su queste linee di difesa, da *A* verso *F* e da *B* verso *E*, si taglino le

facce dei bastioni AG e BH, eguali ciascuna a *due settime* parti della stessa AB. Dai punti G ed H si abbassino le perpendicolari GI ed HL sulle linee di difesa BE ed AF, e si congiunga IL. Saranno AGI e BHL i due mezzi bastioni del fronte che si costruisce sopra AB, ed IL la sua cortina.

31. D. *Come si traccia sul disegno la tanaglia?*

R. A 5 metri di distanza dai fianchi GI ed HL dei bastioni si menino le due parallele ab ed $a'b'$. tav. IV. fig. 1. A 25 m. di distanza dal punto Y, metà della cortina IL, si tiri cd parallela a questa cortina. La parte cd di questa parallela, intercetta tra le linee di difesa, sarà la cortina della tanaglia: e le porzioni delle linee difesa ac o da', intercette tra gli estremi c e d di detta cortina e le parallele ab ed $a'b'$, saranno i fianchi della tanaglia. Si avrà il corpo intero $abb'a'$ di essa, menando a distanza di m. 15 ad ac, cd, e da' le parallele bc', $c'd'$, e $d'b'$.

32. D. *Come si traccia sul disegno la fossata della cinta principale?*

R. Per avere la fossata della cinta principale si prendono come centri i salienti A e B dei due bastioni, con un raggio di m. 30, si descrivano i due archi di cerchi e'', e'' tavola IV. figura 1. Altri due archi f'', f'' si descrivano, prendendo per centri i due angoli rientranti c e d della tanaglia e con un raggio di m. 34. Ad ogni coppia di archi prossimi si tirino le tangenti MN ed $M'N'$. La retta spezzata NMN' esprimerà il ciglio della controscarpa appartenente alla fossata della cinta principale.

33. D. *Come si traccia sul disegno il rivellino?*

R. Per aver la traccia del rivellino dagli angoli alla spalla G ed H dei bastioni si taglino sulle facce di essi GO ed HO', di 34 metri ognuna tav. IV. fig. 1. Poi congiunta la OO', si descriva su di essa il triangolo equilatero OPO'. Le parti PQ e PQ' dei due lati di quel triangolo, intercette tra'l vertice P e la linea NMN' della controscarpa, saranno le facce del rivellino. Menando a 20 m. di distanza dalla parte interna le parallele RS ed RS', si avrà il corpo del rivellino: e le altre due parallele TU e TU', menate dalla parte esterna ad eguale distanza, segneranno la controscarpa della sua fossata. Infine, dividendo per metà le due grossezze SQ ed SQ' del corpo del rivellino sulla controscarpa della cinta principale nei punti f ed f', la congiungente ff' esprimerà la gola di quest'opera. L'angolo T della fossata del rivellino stesso va ritondato con un arco descritto col centro P e col raggio di 20 m.

34. D. *Come si traccia sul disegno il ridotto del rivellino?*

R. Per avere la traccia del ridotto del rivellino, a metri 10 di distanza dalle rette SR ed RS' si menino le parallele VX e VX' tav. IV. fig. 1. Si dividano le OA ed $O'B$ per metà in g e g': e poi, con un raggio qualunque, prendendo questi punti come

centri, si descrivano gli archi h ed h'. Si tirino in questi archi le corde lm ed $l'm'$. Negli angoli che hanno per vertici X ed X' si adattino le rette no ed $n'o'$, parallele a quelle corde, e lunghe m. 18. Si avranno così le facce Vn e Vn', ed i fianchi no ed $n'o'$ del ridotto, la di cui gola oo' cadrà sulla stessa direzione di quella del rivellino. Menando a metri 10, 40 parallele a quelle facce ed a quei fianchi, si avrà il corpo del riparo del ridotto stesso. Col centro V e con un raggio di metri 10 si ritondi l'angolo della controscarpa della fossata appartenente a quest'opera.

35. D. D. *Come si traccia sul disegno la strada coperta, le piazze d'armi rientranti ed i loro ridotti?*

R. Si traccia la strada coperta menando a 10 metri di distanza le parallele rq, qp, pq', $q'r'$ alle rette NU, UT, TU', $U'N'$ tav. IV. fig. 1.

Per tracciare il ridotto della piazza d'armi rientrante a sinistra del rivellino, si divide per metà l'angolo rientrante U, mediante la capitale Us. Si congiunge il saliente P del rivellino col saliente A del bastione mediante la retta AP. Questa congiungente taglierà la capitale Us nel punto t: e la porzione tv di essa, compresa tra la capitale e la controscarpa, sarà un ramo della controscarpa della fossata del ridotto. L'altro ramo tv' si ricaverà congiungendo il punto t col saliente r della strada coperta innanzi allo stesso bastione A. Segnate le due rette tv e tv', esprimenti il ciglio della controscarpa della fossata del ridotto, a 5 metri di distanza da esse, si menino le parallele xy ed xy', si avrà il cordone delle facce del ridotto: ed altre parallele $b''c''$, $c''d''$, condotte a 7 m. più indietro di queste, indicheranno il sopracciglio del parapetto. Poi sulla faccia $c''d''$ laterale al rivellino si tagli la wd'' lunga m. 9: e dal punto w si abbassi sulla linea della controscarpa la perpendicolare wa''. Questa esprimerà il piccolo fianco del ridotto. Congiungendo infine il saliente P del rivellino col punto a'', e prolungando questa congiungente fino in g'', si avrà la parte $g''V$ del terrapieno del ridotto che dovrà ritagliarsi.

Per tracciare poi la piazza d'arme rientrante, si prenda da v' verso T una distanza $v'e'''$ di m. 15. Poi col centro U e il raggio Ue'' si descriva l'arco $c''d''$, intercetto tra le due rette rq, qp.

Una simile costruzione darà il ridotto e la piazza d'arme rientrante a destra del rivellino.

36. D. *Come si tracciano sul disegno le traverse o tagliate del rivellino?*

R. Si tracciano le traverse o tagliate del rivellino, abbassando dal punto y', estremo della scarpa del parapetto del ridotto, una perpendicolare $y'f''$ sulla faccia del rivellino tav. IV. fig. 1. La parte $K''f''$, compresa tra il cordone e la controscarpa del ri-

vellino, esprimerà la controscarpa della tagliata. Menando a m. 5 di distanza una parallela $m''n''$, si avrà la linea esprimente il cordone del fianco della tagliata, verso il rivellino: ed un'altra parallela $p''p''$, tirata a 7 m. di distanza segnerà la linea del parapetto.

37. D. *Come si tracciano sul disegno le traverse della strada coperta.*

R. Le due traverse segnate coi numeri 1 e 2, e laterali alla piazza d'armi saliente T, hanno le loro facce su i prolungamenti di quelle del rivellino, e sono lunghe m. 10 quanto è larga la strada coperta tav. IV. fig. 1. Altre quattro, segnate coi numeri 7 ed 8, 9 e 10, vanno situate a lato delle piazze d'armi rientranti, per modo che il ciglio del parapetto di esse sia perpendicolare alla controscarpa ed al tempo stesso tangente alla porzione circolare $c''d''$ che limita la piazza d'armi. Nello spazio, che rimane tra la piazza d'armi saliente e l'altra rientrante si situano altre traverse equidistanti tra loro, con questa legge, però, che la distanza da una all'altra non superi metri 20, perchè una distanza maggiore non covrirebbe dai tiri di rimbalzo. Il parapetto delle traverse laterali alle piazze d'armi rientranti si fa grosso m. 6, 00: quello di tutte le altre m. 4, 00.

38. D. *Come si traccia sul disegno la linea dello spalto?*

R. La linea pq', che stabilisce l'andamento del ciglio dello spalto, tav. IV fig. 1, deve essere modificata per modo che resti di lato alle traverse spazio sufficiente a far passare un pezzo di campagna, che suole assai spesso situarsi al pantagliato del saliente p. Per ciò fare al punto d''' distante m. 3 da $a'''o'''$ fianco, della traversa 8 laterale alla piazza d'armi rientrante, si tiri la $d'''e'''$ parallela a quel fianco, e poi dal punto f''', distante m. 3 dall'estremo della faccia anteriore o''' di quella stessa traversa, verso il saliente dello spalto, si abbassi la perpendicolare $f'''e'''$ sopra $e'''d'''$. La modificazione dello spalto lateralmente alla traversa 8 sarà espressa da $d'''e'''f'''$.

CAPITOLO IV.

Principî generali che regolano i proffili, del fronte moderno.

39. D. *Con quali principî si regolano i proffili del fronte moderno?*

R. I principî generali che regolano i proffili del fronte moderno sono:

1. Tra le opere esteriori quelle che sono più vicine alla cinta debbono aver *comando* sulle opere che ne sono più lontane.

II. Alle scarpe e controscarpe delle fossate, le quali si fanno quasi che sempre di terra nelle fortificazioni di campagna, vanno, come si è detto, nelle permanenti sostituite mura di fabbrica.

III. Le mura di scarpa per certa altezza si elevano anche al di là del livello del terreno naturale, affin di diminuire la scarpa del parapetto, e meglio preservarlo dalle scalate.

IV. Queste mura di scarpa e di controscarpa solevansi dagli antichi ingegneri costruire a pendio: ma oggigiorno si dispongono verticalmente, per impedirne le degradazioni derivanti dallo scolo delle piovane lunghesse, e dal radicamento delle erbe nelle commessure delle pietre delle quali sono composte.

V. Ogni opera deve avere il suo rivestimento di scarpa a livello del suo terrapieno; con questa condizione inalterabile però, che tal rivestimento debba esser sempre coperto dal parapetto della opera anteriore. Da che ne viene che tutte le volte che, ponendo il cordone a livello del terrapieno, non resti il rivestimento di un'opera qualunque coperto dal parapetto dell'opera anteriore, deve l'altezza del cordone stabilirsi tale che risulti sempre eguale, o minore del rilievo, che ha l'opera che immediatamente la precede verso la campagna. E ciò, affinchè non possa l'assediante di lontano battere in breccia qualsiasi rivestimento prima che siasi impadronito delle opere che gli stanno dinanzi.

Con questi principî, una volta che sono assegnati di una fortificazione permanente, i rilievi che debbano avere le diverse opere situate una innanzi l'altra, fissate le grossezze dei loro parapetti, e le ampiezze e profondità delle fossate interposte, è facile di stabilire in tutti i casi possibili i corrispondenti proffili.

40. D. *Quali sono i proffili ordinariamente usati per un fronte di fortificazione moderno costruito sopra un terreno orizzontale?*

R. Nel caso in cui un fronte di fortificazione moderno fosse costruito sopra un terreno orizzontale, le profondità delle fossate ed i rilievi delle opere diverse potrebbero stabilirsi nelle proporzioni qui appresso designate, ed a cui si possono riferire i proffili corrispondenti alla pianta del fronte di fortificazione moderno espressa dalla figura 1 tavola IV. cioè:

I. *Profondità* della fossata della cinta principale. *metri* 7,30
del rivellino 5,30
del ridotto del rivellino e dei ridotti delle piazze d'armi rientranti 3,30

II. *Rilievi* delle opere sulla campagna, ossiano altezze del sopracciglio del parapetto ragguagliate allo stesso piano orizzontale:

Rilievo del sopracciglio del parapetto della cinta principale 6,50
della tanaglia 1,00
del ridotto della piazza d' armi rientrante . . 4,80
del ridotto del rivellino. 5,40
del rivellino. 4,80
dello spalto del rivellino 2,80
dello spalto del bastione 3,30

III. *Comandi*. La differenza tra i numeri indicanti i rilievi di due opere dà il comando di una di queste opere sull' altra.

Così la cinta principale ha di comando sul ridotto del rivellino 1,10
sul ridotto della piazza d' arme rientrante . . 1,70
sulla tanaglia 5,50
sullo spalto 3,20
Il ridotto del rivellino ha di comando su i ridotti delle piazze d' armi rientranti 0,60
Il rivellino ha di comando sullo spalto da m. 1, 50 a 2,00

CAPITOLO V.

Delle comunicazioni delle opere esterne col corpo di piazza.

41. D. *In qual modo si comunica dal corpo della piazza colle opere esterne?*

R. Per comunicare dal corpo di piazza, alle opere esteriori, al disotto del masso del riparo della cortina, e propriamente sulla metà di essa, vi è una postierla che dal piano interno della piazza conduce al fondo della fossata, e riesce in faccia alla metà della tanaglia.

Due scalinate 13 e 14 tav. IV fig. 1, appoggiate in faccia alla controscarpa della tanaglia, danno facoltà ai difensori di montare su di questa.

Una seconda postierla 15, 16 attraversa la tanaglia per disotto al corpo del suo riparo: e poi mediante una doppia caponiera 17 conduce a mezzo la gola del ridotto del rivellino.

Due scalinate 18 e 18, che si appoggiano con la loro lunghezza alla gola di questo ridotto, conducono su di esso.

Dal ridotto del rivellino, mediante due postierle 19 e 19, che ne attraversano i fianchi parallelamente alla gola di esso, si possa nella sua fossata.

Ogni tagliata ha una scalinata 20, appoggiata alla sua controscarpa, e per la quale si monta su di essa.

Due rampe 21 e 21, praticabili dall' artiglieria, ed appoggiate con la loro lunghezza alla controscarpa del rivellino, conducono sul terrapieno dello stesso.

Per due scalinate 22 e 22 strettissime, dette *passi di sorcio*, e situate all'angolo che forma la gola delle piazze d'armi rientranti; le quali si ritagliano quanto bisogna per adattarvi quelle scalinate, si monta su tali ridotti.

Per due postierle 24 e 23, che attraversano le facce di ognuno di questi ridotti, prossimamente alla gola, e parallelamente alla controscarpa della grande fossata, si sbocca nella fossata dei ridotti stessi.

Dalla fossata d'ogni ridotto, per due rampe 24 e 24, si passa nella piazza d'arme rientrante.

Quindi da ogni piazza d'arme rientrante, mediante due rampe ricurve 25 e 25, si esce alla campagna.

Finalmente gradinate a passo di sorcio 26, 26 e 26, adattate alle porzioni circolari della controscarpa di ognuna delle tre piazze d'arme salienti N, T ed N' tav. IV fig. 1, conducono dalla grande fossata su di esse.

42. D. *Nel generale quali sono le norme a seguirsi per le costruzioni delle rampe, e delle gradinate nel fronte di fortificazione del sistema moderno?*

R. Generalmente parlando, perchè una rampa sia rotabile e possa passarvi l'artiglieria, deve avere una base lunga da *sei* ad *otto volte* la sua altezza, ed una larghezza tra i m. 4 e 6.

Le gradinate, per esser praticabili, debbono avere gli scalini lunghi almeno m. 0, 66, larghi m. 0, 50, ed alti non più che m. 0, 33.

CAPITOLO VI.

Denominazione e dimensioni delle diverse parti e rami di mine, come pure strumenti che bisognano alla loro costruzione, alla posizione e formazione de' fornelli ec. ec.

43. D. *Cosa è la mina e perchè si adopra?*

R. La *mina* è un condotto sotterraneo, all'estremità del quale si dispone una certa quantità di polvere, la cui esplosione rompe e gitta ad un'altezza bastantemente grande le terre superiori. La scoperta di quest'effetto delle mine ha dato cagione di adoprarle nella guerra, per distruggere gli alloggiamenti e ogni maniera di ricoveri coi quali l'assalitore si copre, per mantenersi nelle diverse posizioni che prende, allorquando il difensore trova i mezzi d'arrestare le sue offese.

L'uso delle mine è uno dei mezzi più possenti di difesa perchè quando esse si praticano, non potendo l'assalitore avvicinarsi che con molta lentezza e circospezione, il difensore può

cogliere il momento favorevole per farle brillare, ed apportare il maggior danno al nemico.

44. D. *Cosa sono le gallerie di mina e perchè servono?*

R. Si comunica ai siti ove le polveri debbono essere poste, per mezzo di aditi sotterranei, a' quali si dà il nome di *gallerie*, e la loro costruzione è tale, che le terre superiori e laterali possono essere sostenute, a misura che si cammina e se ne scava il passaggio. Per sostenere le terre del cielo d'una galleria e de' suoi lati, o si costruiscono le volte di fabbrica, o si pongono successivamente dei telai verticali gli uni vicinissimi agli altri, e fra questi telai e le pareti si fanno scorrere delle tavole e si forma in tal guisa una specie di *armadura*.

45. D. *Cosa è la camera ed il fornello della mina, e perchè serve?*

R. Per situare le polveri, conviene scavare all'estremità della galleria, alla destra o alla sinistra, secondo lo scopo che si propone, un vuoto quasi rattangolare, la cui capacità dipende dalla quantità delle polveri, e in esso si depone la cassa di forma cubica che le racchiuda. La cavità ove le polveri sono poste, si chiama la *camera* della mina; e quand' essa racchiude la carica, chiamasi *fornello della mina*.

46. D. *Cosa è la salciccia della mina e perchè serve?*

R. Siccome colui che deve appiccare il fuoco alle polveri, deve trovarsi lontano dal fornello, così fa d'uopo praticare nella galleria un lungo condotto di legno che comunica con la cassa, ed in cui trovasi una *salciccia* o budella di tela di 2 in 3 centimetri di diametro, il quale è ripieno di polvere e serve a portare il fuoco fino alla camera.

Ma perchè l'effetto della polvere non devè aver luogo nella direzione della galleria, giacchè sarebbe inutile, ed al contrario deve essere prodotto in direzione verticali, così si puntella prima fortemente la chiusura delle polveri, per mezzo di tavoloni ed alcuni pezzi di trave, e quindi si riempie compiutamente la galleria con terre molto calcate.

47. D. *Cosa s'intende per la linea di minor resistenza?*

R. La distanza verticale dal fornello alla superficie superiore del terreno chiamasi *linea di minore resistenza*, giacchè lo scoppio produce il suo effetto in questo verso, secondo il quale la terra deve avere minore grossezza che in ogni altra direzione: conviene dunque riempire o calcare la galleria sopra un estensione più grande della linea di minore resistenza. L'esperienza ha fatto conoscere che il condotto deve essere calcato sopra una lunghezza uguale a due volte questa linea di minore resistenza; ed usando tale precauzione, l'esplosione produce verticalmente il suo effetto, siccome è necessario, e quegli che appicca il fuoco alle polveri non si espone ad alcun rischio.

48. D. *Cosa è l' imbuto di una mina ?*

R. Il vuoto prodotto dallo scomponimento delle terre dopo che la mina ha brillato dicesi *imbuto*. Esso è di forma tronco-conica ed è a sapersi che le terre, le quali al momento dello scoppio s' alzano prima in aria a guisa di un fascetto di paglia legato, riempiono ricadendo una parte di questo vuoto, spargendosi il rimanente sugli estremi e formandovi un *labbro*.

49. D. *Cosa sono i globi di compressione?*

R. Diminuendo la carica di una mina, gl' imbuti hanno un diametro minore: ma aumentandola, la loro larghezza cresce fino a divenire cinque o sei volte uguale alla grandezza della linea di minore resistenza: finalmente una carica maggiore di quella che produce quest' ultimo effetto, sarebbe inutile; perchè non mai si può ottenere un maggiore dilatamento. I fornelli sopraccaricati chiamansi *globi di compressione*, e l' adoprarli è favorevole solo all' assalitore: facendone uso il difensore, correrebbe il rischio di danneggiare la sua fortificazione.

50. D. *Cosa sono le fogate e perchè si usano?*

R. Quando i fornelli della mina sono a breve distanza dalle superficie che si vuol mandare in aria, e la carica è piccola, allora la mina prende il nome di fogata. Nella difesa delle opere di campagna, poichè la resistenza delle terre è assai debole, vengono adoperate le fogate cioè le piccòle mine. Esse sono poste a' punti presunti dell' attacco, in prossimità degli angoli salienti da cinque a sei metri della controscarpa.

51. D. *Quali specie di mine si adoprano nell' attacco e nella difesa delle piazze?*

R. Vi sono le mine che si usano dall' assediato per distruggere le opere dell' assediante, e quelle che si adoprano dall' assediante per distruggere le mine dell'assediato, ed avvicinarsi con sicurezza alla piazza e rovesciarne la contrascarpa; quindi si fa la distinzione delle *mine* e *contromine*, cioè le mine sono le gallerie fatte dall' assediante, contromine quelle dell' assediato. Alcuni autori moderni hanno sostituito a queste denominazioni quelle di *mine offensive* e *mine difensive*, le quali sono ora più generalmente adottate.

52. D. *Cosa s' intende per un sistema di mine?*

R. Il complesso delle gallerie praticate sotto gli spalti di una piazza, e ciò che vien denominato il *sistema delle mine*. Queste disposizioni sono all' incirca comprese nei limiti degli spalti, perchè al di là, le gallerie sarebbero difficili a frequentarsi, cessando l' aria ad esser respirabile.

53. D. *Quale è la galleria maggiore di una mina?*

R. *Galleria maggiore*, o galleria di scarpa, dicesi quella galleria la quale è allogata sotto il terrapieno della cinta primaria e del rivellino, alla quale bisogna giungere per mezzo di co-

municazioni, praticate nel senso delle capitali ed a traverso le opere.

54. D. *Quale è la galleria di controscarpa?*

R. La *galleria di controscarpa*, o *galleria magistrale* è quella che è appoggiata alla controscarpa delle opere; essa ha molti sbocchi nel fosso, e si ci può entrare pe' tondamenti ed i rientranti delle piazze d'armi. Questa galleria è qualche volta posta sotto la banchina della strada coperta; quando non è stata costruita nel medesimo tempo che la fortificazione.

55. D. *Quali sono le gallerie d'inviluppo?*

R. Le *gallerie d'inviluppo* sono situate parallelamente alla cresta della strada coperta, ne sono lontane da 20 a 25 tese, e ve ne sono talvolta due. Fanno capo gl'inviluppi alle gallerie di scarpa, per mezzo di *gallerie di comunicazioni*, poste sotto le creste degli spalti delle piazze d'armi saglienti, e sotto i gocciolatoi di quelli delle piazze d'armi rientranti.

56. D. *Quali sono le gallerie di ascolto?*

R. Dalle gallerie d'inviluppo si partono finalmente le gallerie *di ascolto* o *rami di ascolto*, che sono inoltrati verso la campagna parallelamente alle capitali delle opere alla distanza fra loro di 40 a 50 metri, affinchè un minatore possa ovunque si trova, distinguere se il minatore nemico si avanza fra le medesime. Sotterra il lavoro del minatore si sente alla distanza di circa 30 metri.

57. D. *Come si denominano i diversi rami delle mine?*

R. I rami che dalle diverse gallerie conducono ai fornelli, prendono il nome di rami a T, se dopo di aver percorsa una direzione la cambiano ad angolo retto prima di arrivare alla camera; ed a doppio T, se si dividono in due rami anche ad angolo retto e dopo una data lunghezza conducono a due fornelli.

58. D. *Quali sono le principali dimensioni delle diverse gallerie e rami di mina e come son costruiti?*

R. Le dimensioni delle diverse gallerie sono le seguenti.

Le gallerie maggiori hanno m. 1.40 di larghezza su 2 metri di altezza. *Le mezze gallerie* hanno m. 1.00 di larghezza e circa m. 1.50 di altezza. *I rami maggiori* hanno m. 0.80 di larghezza e m. 1.00 di altezza. *I rami ordinarî* m. 0.60 piedi di larghezza e m. 0.80 di altezza.

Le gallerie principali si costruiscono in fabbrica anticipatamente; i rami sono sempre di legno.

59. D. *Quali si dicono fornelli isolati e quali accollati?*

R. L'assediato il più delle volte stabilisce in cima ad una comunicazione una disposizione di più fornelli. Quando i centri di questi fornelli sono ad una distanza doppia della linea di minor resistenza, vengono detti *isolati*; i bordi de' loro imbuti non fanno che toccarsi, e possono brillare insieme e separatamente.

Quando i centri de' fornelli sono ad una distanza uguale alla linea di minor resistenza, i fornelli si dicono *accollati*, e si fanno brillare insieme. In questo caso gl'imbuti avranno una parte comune.

CAPITOLO VII.

Differenti metodi come caricare borrar le mine ed appiccarvi il fuoco.

60. D. *Come si carica una mina?*

R. Una volta situata la carica nella cassetta cubica di legno, incatramata, se è possibile si trasporta questa e si va a situare nel centro del fornello. In seguito si fissa il *trogolo* o *canale* che deve contener la *salciccia*, facendone entrare la sua cima fino al centro della cassetta, da un'apertura ivi praticata espressamente. Siccome la camera dev'essere in rapporto colla direzione della galleria, così vi è un *gomito* presso al fornello, e vi sono diversi gomiti allorquando la comunicazione non è diretta. Si fissano tutte le parti del trogolo si fissa la salciccia sul fondo del trogolo e si pone il coperchio a canto al trogolo che deve chiuderne il canale. Fatto ciò, ed avendo gettato sul trogolo 3 o 4 decimetri di terra, si riempie la cassetta di polvere, per mezzo di un apertura praticata nel coperchio ed in tal guisa la mina è caricata.

61. D. *Come si esegue il borramento di una mina?*

R. Per borrar la mina, dopo che è stata caricata, fa d'uopo chiudere la camera con un parato di tavoloni, che dev'essere puntellato con pezzi di legno, appoggiati alla parete opposta, contro dei pezzi anche di tavola ec.; dopo di che la galleria è calcata, sulla lunghezza di circa due volte quello della linea di minor resistenza, procurando di porre anche dei tavolati puntellati ad ogni svolta della galleria, quando è spezzata.

62. D. *Quali sono i diversi modi di appiccare il fuoco ad una mina?*

R. Il primo modo di appiccare il fuoco ad una mina, consiste nel fare un'*incisione* in cima alla salciccia, che deve perciò, sortire un poco dal trogolo, e fissarla sopra un asse, su cui si sparge un poco di polvere triturata o di *polverino*: si ricopre la cima della salciccia così disposta con un foglio di carta, fissato con sassi o altri pesi sopra l'asse; finalmente un pezzo piramidale, d'esca, grosso quanto una penna, e lungo dai 3 ai 4 centimetri, che traversa la carta tocca la polvere, e serve a comunicargli il fuoco. Bisogna anche aver cura, in-

nanzi d'appiccare il fuoco al pezzo d'esca, altrimenti chiamato il *monaco*, di ricoprire con un sacco di terra il foglio di carta, affinchè nessun granello di polvere possa incendiarsi al primo momento; ed il tempo che mette l'esca a portare il fuoco alle polveri, permette al minatore d'allontanarsi innanzi lo scoppio e così sottrarsi da qualunque pericolo. Il minatore appicca il fuoco con altro pezzo d'esca della medesima dimensione del monaco, e si giudica del momento d'infiammazione, dal tempo che il secondo pezzo d'esca denominato il *segno* mette a consumarsi.

II. La seconda maniera di appiccare il fuoco alla mina è quello della *cassetta*, *o cassetta da fuoco di Boules* (nome del minatore che ha immaginato questo mezzo.) Questa cassetta ha un'assicella che può scorrere, come un coperto di scatola a canale, fra due grossi pezzi di tavolone, commessi e preparati a quest'uso. Essa è primieramente posta sopra alla cima della salciccia preparata come precedentemente; ed al momento d'appiccare il fuoco il minatore depone sull'assicella una stella a 6 o 8 punte fatta di buona miccia e bene innescata, ricoprendo d'altronde la macchina con un pezzo di legno, destinato a tener ferma la stella, allorquando si produrrà movimento nell'assicella per fare cadere il fuoco sulle polveri. Essendo tutto preparato, il minatore va a prendere la cima d'una cordicella attaccata all'assicella (questa cordicella ha una lunghezza quadrupla di quella della linea di minor resistenza), e tirandola ad un tratto, l'assicella lascia andare la miccia che cade sul polverino.

Questi due metodi d'appiccare il fuoco alle mine hanno un inconveniente, consistente nel fumo della polvere della salciccia, che infetta le gallerie per un tempo più o meno lungo, cosa che spesso impedisce di rientrarci tosto che se ne presenta il bisogno, e fa sì che il minatore nemico ne trae il vantaggio di poter frugare l'imbuto, e di rendersene padrone nella stessa guisa che dell'estremità della galleria.

III. Il terzo mezzo d'appiccare il fuoco alle polveri, ch'è quello del *sorcio*, risparmia l'uso della salciccia. Per farne uso si stabilisce contro agli stipiti del ramo della mina, un trogolo o doppio canale, e che è ritondato in faccia alla camera delle polveri; in questo doppio trogolo si fa muovere un gomitolo di miccia attaccata ad una catenella, e ciò per mezzo d'una cordella unita a questa catenella: quando la miccia accesa passa presso alle polveri, comunica il fuoco ad un'innescatura convenientemente preparata.

IV. Un quarto mezzo, immaginato dal signor Esnault, capitano al secondo reggimento del Genio in Francia è in uso fin dal 1821. Consiste in uno dei consueti razzi di fuoco artifiziato; che s'accende in cima ad un gran truogolo, il cui interno

presenta poche scabrosità. Questo razzo parte con gran rapidità, e porta il fuoco al fornello. Quando il truogolo fa gomito, è necessario un razzo di cambiamento ad ogni angolo.

CAPITOLO VIII.

Idea generale circa l' oggetto della costrizione delle parallele negli assedi, de' rami di trincea e dei cavalieri di trincea.

63. D. *Cosa sono le trincee e perchè servono?*

R. Le *trincee* sono alcune strade scavate nel terreno con un parapetto avanti, e servono per avanzarsi in certa guisa al coperto verso la piazza. Questa specie di strade *ab*, *bc*, *cd*, (tav. IV fig. 2) sono serpeggianti e collegate le une alle altre quasi a forma di *Z* allungate sono dirette verso alcuni siti più proprî, come per le capitali de' bastioni, per esser così meno esposti, ma non devono essere in linea retta, anzi debbono continuamente traviare. Quella parte della trincea che forma un angolo con un altra parte simile chiamasi *ramo della trincea*. Adunque ognuna delle *ab*, *bc*, *cd*, è un ramo di trincea.

64. D. *Quali sono le dimensione che ordinariamente si danno alle trincee ed a' rami di trincea?*

R. In generale ogni trincea deve essere incavata nel terreno per un metro, e le scarpe laterali hanno la base uguale all'altezza. La terra che si ricava dal fosso serve per formare un parapetto dalla parte della piazza a guisa di spalto, o piano inclinato. L' altezza di questo è alto sul livello del terreno per m: 1. 30; ma non si dà al fondo della trincea una larghezza maggiore di m. 2. 50 e si lascia un margine verso l' interno, acciò non caschino le terre del parapetto nella trincea.

65. D. *Cosa sono le parallele e perchè servono?*

R. Per aprire le comunicazioni fra le diverse trincee ed avanzarsi successivamente verso la piazza, si costruiscono alcuni grandi trinceramenti curvilinei, anche scavati nel terreno, ma in guisa che abbraccino il fronte di attacco e riuniscano le trincee. Questi grandi trinceramenti vengono denominati *parallele*, le quali d' ordinario sono tre in un' assedio, ma possono esser meno, ed alle volte più a misura delle circostanze.

66. D. *A quale distanza si aprono le parallele?*

R. Ordinariamente la prima parallela si stabilisce a 600 metri ad un dipresso Nella tav. IV fig. 2.ª *AB* rappresenta la prima parallela. La seconda parallela *CD* deve esser distante dalla prima

in guisa, che ne possa proteggere i lavori, e perciò mai a distanza maggiore di 300 metri. La terza parallela *EF* sarà presso a poco alla stessa distanza dalla seconda, e perciò si costruisce al piede dello spalto cioè circa 70 metri de' salienti. La prima dovrà essere più estesa della seconda, per rinserrare e proteggere i lavori, come la seconda lo è per rispetto della terza (tavola IV. fig. 2.ª).

67. D. *Quali sono le dimensioni che ordinariamente si danno alla parallele?*

R. Alla prima e seconda parallela ordinariamente si da un metro di profondità. La terra che si cava dal fosso si getta dalla parte della piazza, per formare un parapetto di m. 1. 50 anche a piano inclinato. Vi si formano delle scarpe e banchine da una parte e dall'altra, per potervi tenere la truppa.

La terza parallela ordinariamente si fa larga m. 3.30 e 6.30 al fondo e sul terreno, ed è anche profonda un metro. Per gettare le terre si opera come per le altre vi si lascia un margine di circa m. 0.70, ed il parapetto è di m. 1. 50 a piano inclinato. Epperò i parapetti della prima e seconda parallela non sono rivestiti ma quelli della terza verso l'interno sono trattenuti da gabbioni.

68. D. *Cosa è il cavaliere di trincea e perchè serve?*

R. Il cavaliere di trincea è quel lavoro di terra più eminente delle altre trincee fatte dall'assediante, e che benanche mediante i gabbioni le fascine e la terra, si costruisce a guisa di anfiteatro circa la metà, o i due terzi dell'estensione dello spalto, onde scoprire e battere d'infilata la strada coperta della piazza.

69. D. *Cosa è la zappa?*

R. La zappa è una specie di trincea sbozzata, che scavano i zappatori in gran vicinanza dal nemico. Essa è più stretta della trincea, e quando si allarga, perde la sua prima denominazione, e prende quella di trincea. Una zappa, si costruisce coll'aiuto di quattro soldati dei zappatori o de'pionieri, ed in mancanza di questi con quattro soldati di fanteria. La testa della zappa essendo guarnita di gabbioni, fascine, sacchi a terra, crocchi, forche di ferro ec., il primo zappatore taglia la trincea, situando prima il suo gabbione col grosso de'picchetti sul terreno, e le punte in alto per conficcarvi le fascine sopra. Taglia un piede e mezzo di larghezza sopra altrettanto di profondità, riempiende il gabbione colla terra che si cava dall'infossamento, lasciando almeno m. 0.33 di margine, tra il gabbione e l'orlo superiore della zappa. Questo zappatore che conduce la testa della zappa, a misura che va avanti, il secondo zappatore che lo siegue allarga di m. 0.20 a m. 0.25 lo scavo, e lo approfondisce altrettanto. Il terzo ed il quarto fanno lo stesso, cosicchè dall'ultimo verrà ridotto il lavoro ad un metro di larghezza ed un metro di profondità.

Allorchè i quattro zappatori sono faticati, sono rilevati da altri quattro, e quelli che non lavorano alla zappa preparano i gabbioni, e le fascine, acciò quelli della testa le trovino pronte.

70. D. *Quante e quali sono le diverse denominazioni delle zappe ?*

R. Si dice *zappa semplice,* quel lavoro indicato di sopra per le trincee e per le parallele. *Zappa volante* qualora la traccia si esegue con molta sollecitudine, con gabbioni vuoti che i lavoratori riempiono di terra di mano in mano che avanzano. *Mezza zappa* quando si fissano i gabbioni sopra la linea che si deve scavare, e successivamente si vanno riempiendo. *Zappa doppia* quando vi è bisogno di due parapetti, per coprirsi dall' una e dall' altra parte, ed allora corre l' obbligo di eseguire il lavoro con due brigate di zappatori. *Zappa coperta* è quando una traccia vien condotta da una doppia zappa e che abbia almeno una larghezza di due metri ed altrettanto di profondità, ed è coperta al di sopra per non assoggettare la truppa al fuoco delle granate e di fucileria del nemico : ha due parapetti laterali, e la copertura è di fascine e terra sopra alcune traverse di legno.

71. D. *Come e perchè si adoperano i gabbioni ed i fagotti nella costruzione delle trincee e delle parallele ?*

R. Per costruire il parapetto delle trincee e delle parallele e per covrirsi nel tempo stesso da' fuochi del difensore, si adopera il gabbione detto di trincea alto un metro, senza contare le punte de' paletti, e con un diametro di m. 0.60.

Per i così detti lavori di zappa fatti più a prossimità del nemico si usa il gabbione fascinato alto circa due metri con un diametro di m. 1.20, e che serve di riparo al primo zappatore, il quale se lo va rotolando dinanzi a misura che progredisce nel suo lavoro.

Mentre i gabbioni vengono situati mano mano nelle trincee, si uniscono e si rafforzano nelle commessure mediante alcuni fasci di legni minuti, che altrimenti sono chiamati fastelli di trincea.

CAPITOLO IX.

Dell' attacco delle piazze.

72. D. *In qual modo si procede all'attacco di una piazza?*

R. L'attacco delle piazze si riduce in generale, a costruire, spiegare e difendere convenientemente quei trinceramenti dell'assediante, cui si è dato il nome di *trincee*. Dietro a questi trinceramenti, che insensibilmente racchiudono una guarnigione nelle sue opere, l'assediante stabilisce la sua infanteria, e l'artiglieria destinata a battere quella della piazza; s'avanza sotto la loro protezione fino al piede della fortificazione; ed allora posto in modo da poter fare crollare, collo sforzo del cannone, alcune parti dei rivestimenti, si apre dei passaggi, penetra nella piazza, e finalmente si trova corpo a corpo coll'assediato.

La *stretta* d'una piazza è la prima operazione d'un assedio. S'eseguisce quest'operazione preliminare distaccando un corpo di cavalleria leggiera, che con celerità si trasferisce su i contorni della piazza che si vuole assediare e ne occupa tutte le venute. Indi l'assediante prima d'incominciare quei lavori che debbono renderlo padrone della piazza, compie la ricognizione delle fortificazioni e stabilisce i suoi depositi per tutti quelli oggetti che debbono servirgli nell'assedio.

I lavori principali che ordinariamente bisognano negli assedi sono i *rami di trincea*, le *parallele* e le *batterie*.

Dopo la stretta della piazza l'assediante apre la prima parallela a 600 metri da'salienti più avanzati, e che abbraccia il fronte d'attacco e le parti collaterali che guardano gli approcci di questo fronte.

Ma se il terreno è talmente disposto che si possa sboccare molto vicino alle opere, allora s'incomincia dalla seconda parallela giacchè nel generale bisogna profittare di tutti gli accidenti del terreno onde accelerare i lavori dell'assedio.

L'assediante si parte dalla prima parallela: 1.° per stabilire sotto la sua protezione le batterie di cannoni obici e mortari che debbono spegnere i fuochi della piazza che mirano sul camino degli attacchi; 2.° per avanzarsi mediante rami di trincea defilati dalle opere più avanzate, e tracciati a guisa di *Z* allungata onde condurre l'assediante a 300 metri da'salienti.

Giunto l'assediante a 300 metri da'salienti, traccia ed incomincia la seconda parallela le di cui estremità sono talvolta appoggiate a ridotti guarniti di artiglieria. Sotto la protezione di questa seconda parallela egli stabilisce le batterie a rimbalzo o dirette che le circostanze rendono necessarie. Sbocca da essa per avanzarsi, sempre mediante altri rami di trincea defilati e tracciati benanche a guisa di *Z* allungata.

Quando l'assediante è giunto ai piedi degli spalti ed in conseguenza trovasi distante 60 ad 80 metri dai salienti traccia una terza parallela e la costruisce più forte delle due precedenti e stabilisce le nuove batterie di cui gli effetti sono più efficaci di quelli delle batterie messe in dietro.

Si parte in seguito dalla 3.ª parallela, per caminare sugli spalti e fare il coronamento della strada coverta.

Eseguito il coronamento della cresta dello spalto e la presa della strada coverta l'assediante si ritrova nella posizione di scovrire i rampari ed i fianchi che difendono i fossi. Al momento stabilisce le sue batterie, onde rovinare i fianchi e spegnerne i fuochi, e pianta le batterie di breccia che debbono rovesciare una parte dei rampari e dargli facilità di giungere nelle opere.

Mentre le brecce si aprono e si rendono pratticabili, l'assediauto si avanza sugli spalti ed incomincia la discesa del fosso mediante talune specie di gallerie sia scoverte sia sotterranee, le quali conducono al fondo dei fossi dirimpetto le brecce.

Mediante le costruite discese e mediante le aperture fatte nella controscarpa si giunge ne' fossi e vi si camina costruendosi dall'assediante un forte spalleggiamento che covre dai fuochi del fianco opposto e va, ad unirsi al piede della breccia.

Se il fosso è pieno d'acqua stagnante, si colma gettandovi, a partire dallo sbocco, gran quantità di fascine sopraccaricate di terra e di avanzi diversi. Si costruisce in tal guisa una specie di ponte che si covre con uno spalleggiamento.

Quando tutti siffatti lavori sono eseguiti l'assediante si ritrova in contatto dell'assediato; e gli assalti ed i combattimenti definitivi ànno luogo e menano al termine dell'assedio.

CAPITOLO X.

Della difesa delle piazze.

73. D. *In qual modo si procede alla difesa di una piazza di guerra?*

R. Non appena una piazza di guerra è minacciata di dover sostenere l'assedio, chi ne tiene il superiore comando, ne ordina e distribuisce la guarnigione in modo analogo alla difesa. Dal momento che il governatore vede incominciata l'apertura della trincea farà rischiarare il terreno mediante i lancia a fuoco e le palle luminose, onde essere così al caso di veder quanto si opera al di fuori delle fortificazioni. Si avvede in seguito che l'assediante lavora per stabilirsi su qualche punto, e vi dirigger à sopra il fuoco più vivo sia di primo lancio sia a rimbalzo. Allorchè è certo che l'assediante apre la trincea, farà uscire dell'artiglieria leggiera sostenuta dalla cavalleria, e dalla fanteria

onde prendere in fianco e battere le truppe che difendono il tracciato. Una volta faticato il nemico con i molti tiri a metraglia la fanteria sboccherà dalle strade coverte ed attaccherà di fronte questi stessi corpi, la cavalleria si dirigerà per i fianchi onde attaccare i lavoratori e metterli in fuga, percorrendo da cacciatori tutto lo sviluppo della linea. Se tale operazione è condotta con audacia ed intelligenza si produrrà grave perdita al nemico, e si ridurrà a poca cosa il suo lavoro. Ma non si potrà che ritardare soltanto lo stabilimento della prima parallela.

Si ànno maggiori mezzi per contrariare lo stabilimento della seconda parallela giacchè la sua posizione e meglio conosciuta. Si ripeteranno adunque le stesse manovre con più vantaggio.

Come la distanza della seconda parallela non permette di covrirla che con qualche plotone queste truppe saranno facilmente respinte al di là del tracciato per la sortita che si formerà in battaglia, e farà fronte per dare il tempo di rasare i lavori. A misura che gli assedianti si avanzano, i fuochi di artiglieria de' rampari s' indeboliscono, ma essi acquistano nuova forza per i fuochi di moschetteria di cui il buono effetto fin dalla seconda parallella, può forzare l' assediante a tracciare i lavori alla zappa piena. Alquanti buoni cacciatori, sostenuti dal fuoco della strada coverta, s' avanzano su i fianchi degli attacchi per prendere a sbieco ed infilare i rami di trincea, altri distaccamenti di fanteria sortono di notte per imboscarsi e tirare contro i lavoratori che tracciano alla zappa volante. Durante il giorno, si tira sempre da' salienti della strada coverta contro le teste delle zappe ed un simil fuoco rende il nemico alquanto timido.

Dopo lo stabilimento della seconda parallela le sortite sono più efficaci, l' assediato è si vicino a' lavori dell'assediante, che deve attaccarli incessantemente con questi mezzi, ondo gettare lo spavento tra' lavoratori. A quando a quando se ne fanno delle più forti, nelle quali si cerca di rovesciare i lavori di colmarli, d' inchiodare i cannoni.

L' epoca dello stabilimento della terza parallela, conduce a quello in cui la difesa prende novella energia. In questo momento in cui l' assediante mette il piede su' spalti, il governatore deve spiegare tutta l' attività della guarnigione. Il valore della fortificazione è nel maggior gioco. Il cammino dell' assediante diviene più lento, più difficil, più pericoloso. Tutti i pezzi che possono esser messi in azione, bisogna adoperarli con energia ed intelligenza; si tira a mitraglia sulla parallela; e delle sortite sono comandate ed eseguite per distruggere i lavori.

Quando l' assediante ha stabilito la terza parallela, non conta più sull' efficacia delle sue batterie messe in dietro, e si occupa di stabilirne delle nuove, è quello un momento di riposo per l'assediato, ma non deve dimenticare che il suo dovere il suo onore l'ob-

bligano a cedere il più tardi possibile una piazza le di cui opere ben presto saranno un ammasso di rovine. Dopo di aver tutto fatto per difendere passo a passo la strada coverta, dopo di aver contrariato le discese de' fossi, non si ritrova più separato dall' assediante, che per l' ultimo trinceramento de' bastioni. Se in tal caso il capo di questa valorosa guarnigione si vede forzato di accettare una capitolazione egli alla testa della sua truppa, esce dalla piazza solo per le breccie, ed a traverso le ruine, testimonio glorioso dei suoi talenti del suo valore e di quello de' suoi compagni.

COSTRUZIONE DELLE DIVERSE BATTERIE.

CAPITOLO I.

Delle diverse batterie.

1. D. *Cosa è la batteria e come nel generale si distinguono le batterie?*

R. Si dà il nome di batteria ad una, o a molte bocche da fuoco riunite per tirare sulle truppe, o su tutto ciò che le protegge; e qualche volta, come nelle scuole di artiglieria, per eseguire de' simulacri di queste diverse operazioni. Si chiamano purauco batterie i luoghi occupati, o da occuparsi dalle bocche da fuoco che per tirare vi si collocano.

La parola batteria ha dunque due significati, l'uno proprio, e l'altro figurato. Oltracciò quantunque le batterie tutte sien destinate a distruggere gli uomini, o gli ostacoli che li proteggono; si distinguono, in generale, in *permanenti*, e *mobili*. Quando le bocche da fuoco sono situate sopra opere costruite di terra o di fabbrica, le batterie si dicono permanenti, e si dicono mobili allorchè son situate sopra macchine e possono trasportarsi da un sito ad un altro.

2. D. *Quali sono le parti di una batteria permanente?*

R. Una batteria permanente deve mettere al coperto sì le bocche da fuoco, come gli uomini che le servono, e presentare un ostacolo al fuoco ed agli assalti del nemico. Essa dunque si compone di un *parapetto*, preceduto da *una fossata*.

Da questa idea fondamentale segue la forma, in generale, delle batterie permanenti per rapporto al loro profilo e le diverse parti di cui son composte.

La (fig. 3 tavola IV) rappresenta in generale il profilo di una batteria permanente. Il perimetro *BCDE* e il profilo del parapetto; *FGHI* quello della fossata; *AB*, *EF* ed *IK* rappresentano i profili del terreno; *BC*, è la *scarpa interna del parapetto*, *DE la scarpa esterna*; *CD* è il *pendio* *EF* è la *berma*.

Rappresenta *B* il piede della scarpa interna, *C* la cresta interna ossia il *sopracciglio del parapetto*, *D* la cresta esterna, ossia il *ciglio*, ed *E* il piede della scarpa esterna; *FG* è la *scarpa* del fosso, ed *HI* la *controscarpa*;

Le spianate sulle quali situansi i pezzi delle batterie si pongono sul piano *AB*, che è il *terrapieno*. Qualche volta la vo-

lata di questi pezzi sormonta il parapetto, ed allora la batteria è *a barbetta*, qualche altra volta essi entrano nel parapetto per mezzo di aperture fattevi, che si chiamano *cannoniere*, e la batteria ne riceve il nome.

Le cannoniere sono dunque de' vuoti che si lasciano nel parapetto per farvi entrare una parte della volata del cannone, o dell'obice quando si spara. La bocca da fuoco vi s'introduce pel lato più stretto che chiamasi *apertura interna*: quello che gli è opposto si chiama *apertura esterna*, i due piani laterali *guance*, e quello inferiore *piano della cannoniera*; la direttrice di una cannoniera, è la retta che s'immagina tirata dal mezzo dell'apertura interna all'oggetto che si deve colpire.

La cannoniera è *diretta* quando la direttrice è perpendicolare al lato interno del parapetto: altrimenti è *obliqua*.

La *ginocchiera* di una batteria è la parte del parapetto compresa tra il terrapieno, ed il piano della cannoniera.

Si chiamano *fianchi* della batteria i piani estremi del suo parapetto, *merloni* le parti del parapetto comprese tra due cannoniere, e *mezzi-merloni* quelle che si estendono dai fianchi alla prima, ed all'ultima cannoniera.

3. D. *Quale altra divisione si fa delle diverse batterie?*

I. R. Per rapporto a' pezzi che le compongono, le batterie si dicono batterie di *cannoni*, di *obici*, di *mortari*, e di *petrieri*.

II. Per la diversa specie del tiro delle bocche da fuoco le batterie si distinguono in *batterie di volata*, e *batterie a rimbalzo*. Si chiama batteria di volata quella i cui pezzi tirano in modo che il proietto colpisce direttamente l'oggetto che si vuole battere, senza salti o rimbalzi. La batteria a rimbalzo è quella che tira in tal guisa, che il proietto arriva su' punti vicini all'oggetto, e dopo lo percorre saltellando.

III. In quanto alla direzione de' fuochi e relativamente agli oggetti che si debbono battere, *le batterie sono dirette*, *a sbieco*, *d'infilata*, *di rovescio*, *e a denti*.

Una batteria si chiama diretta quando batte perpendicolarmente il fianco, o la faccia di un'opera, ovvero il fronte di una truppa — Batteria a sbieco è quella la direzione de' di cui tiri fa un angolo non maggiore di 20 gradi con la lunghezza di una fortificazione, o con una linea di truppe. Dicesi batteria d'infilata quando i proietti percorrono tutta la lunghezza o gran parte di alcune opere di fortificazione, o delle linee o colonne nemiche. — Batteria di rovescio, quando batte la parte di dietro di un'opera, o le spalle di una truppa — Batteria a denti quando il suo parapetto o la sua situazione sul terreno, segue la direzione di molte linee rette che formano tra loro degli angoli rientranti, e salienti.

IV. Ed infine, secondo l'oggetto al quale si destinano le batterie nell'attacco, e nella difesa si dicono *batterie di campagna*, *di assedio*, *di piazza*, e *di costa*.

CAPITOLO II.

Fascine, salcicecioni graticci, zolle, sacchi a terra.

4. D. *Perchè si adoprano nella costruzione delle batterie permanenti le fascine i salciccioni ec. ec.*

R. Per covrirsi dalle offese nemiche mentre procedono i lavori della costruzione, e per sostenere e rafforzare le terre del parapetto di una batteria permanente e dare ad esse la forma, e le dimensioni che si vogliono, è necessario rivestirle di oggetti atti a resistere alla spinta delle terre. Tali sono le *fascine*, i *salciccioni*, i *gabbioni*, i *graticci*, le *zolle*, ed i *sacchi a terra*.

5. D. *Quali fascine si adoprano nelle batterie permanenti e come si costruiscono?*

R. Due specie di fascine, ossia fastelli di rami sottili di alberi si adoprano nella costruzione delle batterie permanenti: alcune hanno gli estremi più grossi dei rami riuniti dalla stessa parte, e queste sono le fascine propriamente dette: altre hanno gli estremi suddetti disposti alternativamente dall' una e l' altra parte, e per conseguenza gli estremi più piccoli trovansi tutti nel mezzo. Queste ultime ricevono il nome di salciccioni allorquando hanno le dimensioni prescritte, e sono convenevolmente legate e disposte.

Le fascine possono servir benanche alla costruzione de' salciccioni: si formano al bisogno, di ogni specie di legname; ma la quercia è la migliore. I ramoscelli devono avere da 2 a 4 metri di lunghezza, e da m. 0.08 circa di circonferenza all' estremo più grosso.

I legami co' quali si ritengono i rami che compongono una fascina si chiamano *ritorte*, e per farle occorre molta attenzione nella scelta del legname, dovendosi preferire la quercia, perchè forte e pieghevole.

6. D. *Quali salciccioni si adoprano nelle batterie permanenti e come si costruiscono?*

R. I salciccioni che si adoprano nella costruzione delle batterie permanenti sono de' fasci di legna esattemente cilindrici, composti di rami dritti, co' loro ramoscelli spogliati delle foglie, e legati con cura, da m. 0.16 a m. 0.16, con buone ritorte, i cui nodi sono dallo stesso lato, ed in una medesima linea retta. Secondo la quantità, e lunghezza del legname, hanno i salciccioni circa 0.30 di diametro, la loro lunghezza è limitata tra m. 1.25 a m. 8.

Tali salciccioni si costruiscono su cavalletti formati da due forti picchetti. Il numero de'cavalletti dipende dalla lunghezza del salciccione: l'esperienza ha dimostrato che abbisogna un cavalletto per ogni 0.30 circa di lunghezza del salciccione.

Per fare un cavalletto si prendono due forti picchetti di forma tonda, e ben dritti, che abbiano circa 2 metri di lunghezza, e m. 0.08 di diametro alle teste che si conficcano obliquamente nella terra per circa il terzo della loro lunghezza, incrocicchiandoli in modo che le parti fuori della terra facciano un angolo da 90 a 100 gradi, e per conseguenza le parti conficcate sieno lontane tra loro di m. 0.60 circa. Si legano in tale posizione con cordamiccia o altro, in modo che l'angolo superiore ne rimanga guernito.

Tutt'i cavalletti necessarî alla costruzione di un salciccione si situano in linea retta sopra un terreno livellato, alla distanza di circa un metro gli uni dagli altri. È necessario che i picchetti sieno ben saldi e dritti, allineati da ogni lato, e che specialmente gli angoli superiori si ritrovino in una stessa orizzontale.

Allorchè i cavalletti sono così disposti, che le fascine, le ritorte, e gli utensili necessarî, come una braca di 2 metri di lunghezza con un anello ad ogni estremo; due ronchi comunemente detti marrazzi, due vetti, ed una catena, o un pezzo di cordella di un metro lungo sono preparati, e vicini al luogo del lavoro, si procede alla costruzione de' salciccioni.

Quattro uomini esercitati compiscono in tre ore di travaglio un salciccione di sei metri di lunghezza, e di m. 0.50 di diametro.

Uno o due di tali uomini tagliano a sbieco col ronco tutti gli estremi più grossi de' rami, tolgono i ramoscelli che non si possono piegare nel senso del ramo principale, svelgono le foglie che ancora vi possono essere, e raddrizzano le parti storte servendosi del dorso del ronco. Due altri uomini situati a' due cavalletti estremi, e qualche volta solo il più antico che dirige il lavoro, situano alternativamente i rami su i cavalletti, in modo che tutti gli estremi a sbieco siano situati nel senso dell'asse del salciccione, e che i ramoscelli s'intreccino bene verso il centro, osservando che i rami dalla parte estrema non si sorpassino l'un l'altro, e formino un piano verticale, sporgendo dagli ultimi cavalletti di m. 0.50 circa.

Ne' siti ove si scorge che il legname lascia de' vuoti, s'introduce un proporzionato numero di rami, onde il salciccione abbia dappertutto la stessa grossezza, e solidità: questa operazione si chiama *guarnire il salciccione*.

Quando il salciccione è guarnito ed ha dappertutto un poco più di un metro di grossezza, il che si esamina con la catena o cordella, s'incominciano a situare le ritorte.

Mentre che si preparano i rami, e che si situano su i cavalletti, un altro uomo fa le ritorte. Mettendo egli sotto il piede sinistro l'estremo più piccolo di un ramo di quercia o di altro legno, al luogo ove esso è forte abbastanza per farne un cappio, lo torce in se stesso con la mano dritta, tenendo in aria con la sinistra l'estremo più grosso, senza impedirlo di girare. Egli continuerà in questa posizione a torcere il ramo facendo salire la mano dritta, e drizzandosi, finchè senta che il legname abbia perduto la sua tensione, e che la parte attortigliata sia sufficientemente lunga per abbracciare il salciccione. Qualche volta ancora si torce il ramo solo dove si deve fare il cappio.

Questo cappio si fa per mezzo di un doppio nodo tedesco, badando a farlo assai grande, per potere liberamente introdurvisi l'estremo grosso della ritorta.

Per situare le ritorte, i quattro uomini addetti al lavoro si riuniscono: due prendono i vetti, e la braca, fanno passar questa sotto del salciccione presso il sito ove far si deve una legatura, incominciando prima alle due estremità e poi venendo al mezzo del salciccione e volgendo allora gli estremi della braca al di sopra, si porgono rispettivamente gli anelli in cui essi impegnano il fuso de'loro vetti: abbattono poscia insieme, appoggiando egualmente, onde il salciccione non risulti storto, ed in modo che i fusi de'vetti s'incrocicchino al di sotto; stringono finchè il salciccione abbia una circonferenza alquanto minore di quella che gli si vuol dare, il che si osserva con la catena, o cordella di un metro lunga, e ciò perchè le ritorte non mai debbono stringere tanto quanto la braca. Quando si è a questo punto, uno degli altri due uomini situa la ritorta vicino alla braca, la stringe sul salciccione col piede, e con l'aiuto del quarto uomo, situato dirimpetto ad esso, e che ritiene il cappio con un gancio di legno, la ferma, torcendola per farle fare sul cappio un nodo della forma di una rosetta, e ricurva la rimanente parte della ritorta nel corpo del salciccione. Gli uomini che sono a' *vetti*, li tolgono aprendo leggermente, per non fare che la legatura si rompa; cambiano di vette tra essi, senza farli uscire dagli anelli della braca, che essi portono immediatamente ad un altro sito per eseguire la stessa operazione, continuando così finchè il salciccione sia ligato da un estremo all'altro, ed avendo cura che tutt'i nodi delle ritorte siano in linea retta sullo stesso lato del salciccione. Con un pezzo di legno, uno degli uomini impiegati a fare le ligature misura e stabilisce la distanza tra esse. Questi intervalli vengono determinati dal numero delle ritorte che si hanno, soprattutto dalla loro qualità.

Terminato il salciccione, si ripulisce tagliando col ronco tutt'i rami che ne sporgono, e si raddrizzano poi le parti sporgenti, se ve ne sono, battendole leggermente con le piccole mazze.

7. D. *Quali gabbioni si adoprano nelle batterie permanenti e come si costruiscono?*

R. I gabbioni che si adoprano nella costruzione delle batterie permanenti sono quelli stessi usati per le trincee e per le zappe.

Or benchè i gabbioni possono aver varie dimensioni pure tutti si costruiscono al modo stesso; ma il numero de' picchetti, la loro grandezza la distanza tra essi, variano.

Per un gabbione di trincea di m. 0.60 di diametro ve ne abbisognano 7, o 8 di un metro di altezza, non compresi le punte, de' picchetti e si situano lontani l'uno dall'altro per m. 0.20; per un gabbione ripieno di m. 1. 20 di diametro, vi abbisognano 17, o 18 paletti alti due metri oltre la punta, e messi distanti l'uno dall'altro per m. 0. 20.

Tre uomini esercitati, in due ore di lavoro terminano interamente un gabbione di trincea. Uno dirige il lavoro, l'altro l'aiuta, ed il terzo sceglie, e prepara il legname. I rami che s'intrecciano tra i picchetti esser debbono verdi, e flessibili, e perciò si usano con preferenza quelli di quercia. Questi tre uomini per fare i gabbioni hanno bisogno de' seguenti oggetti: una fune, un piombino, una sega, due ronchi, una mazza; una mazzola, un forte zappapico.

Per costruire un gabbione si sceglie un terreno piano, o che può rendersi tale; si pianta nel sito ove si vuole situare l'asse del gabbione un picchetto dritto, si passa un cappio della fune in questo picchetto, e con la estremità di essa, cui si fissa un pezzo di legno puntato, si traccia una circonferenza di cerchio del dato diametro; si piantano su questa circonferenza, ed alle indicate distanze i picchetti, verificando col piombino onde siano posti verticalmente. Se i picchetti non fossero dritti, si pianteranno in modo che la loro curvatura si trovi alternativamente da dentro, e da fuori della circonferenza.

Si scelgono poscia i rami di m. 0. 16 di giro all'estremo grosso, i più lunghi, ed i più dritti, co' ramoscelli senza foglie, se si può, e s'intrecciano intorno a' picchetti, mettendo prima l'estremo grosso al di dentro del gabbione, e lasciando alternativamente un picchetto al di dentro, ed uno al di fuori: subito che con un ramo si sono intrecciati due o tre picchetti, se ne situa un'altro come dapprima, e si continua il lavoro della stessa maniera. Da ciò si scorge chiaramente ch'è indifferente se i picchetti siano in numero pari, o impari.

Quando il ramo che s'intreccia diviene troppo sottile, o si avvicina al suo estremo, vi si riunisce un secondo ramo, che intrecciato col primo, dà al paniere una conveniente grossezza.

Secondo che si fanno i giri, si ristringono a colpi di mazzola, onde i rami potessero perfettamente unirsi; si osserverà di tempo in tempo se i picchetti conservano la posizione verticale, e la distanza.

Allorchè l' intrecciamento è giunto quasi al livello delle teste de' picchetti, si ferma con 3 o 4 ritorte egualmente distanti, e legate ognuna alla testa di un picchetto. Si caccia quindi dal terreno il gabbione, e girandolo, si fissano pure con ritorte i primi giri dell' intrecciamento. Si ripulisce in fine tagliando col ronco i piccoli rami che ne sporgono.

Se si tratta di un gabbione ripieno, si segano le punte dei picchetti; se sia poi un gabbione di trincea si rifanno quelle che si trovano spuntate.

8. D. *Quali graticci si adoprano nelle batterie permanenti e come si costruiscono?*

R. I graticci cioè quei tessuti di rami intrecciati intorno ad un certo numero di picchetti situati in linea retta, in vece di essere in una circonferenza come ne' gabbioni, si adoprano per rivestire i parapetti delle batterie, ed ancora per consolidare i terreni paludosi, su' quali è necessario praticare.

Per la stessa ragione che pe' gabbioni, il numero dei picchetti ne' graticci, può essere pari, o dispari indifferentemente. Le loro dimensioni dipendono da quelle de' graticci che si vogliono costruire. Il graticcio di cui ordinariamente si fa uso nella costruzione delle batterie permanenti ha 2 metri di lunghezza, e circa m. 1.50 di altezza. A seconda della maggiore o minor larghezza, necessitano per un graticcio 7, 8, 9, oppur 10 picchetti dritti.

Due uomini bene esercitati bastano per costruire un graticcio, e far ne debbono 6, o 7 in dieci ore di lavoro.

Sopra un terreno, che si spiana occorrendo, si traccia prima una linea retta, sulla quale si piantano verticalmente i picchetti, ad eguale distanza tra essi, e conficcati nel terreno. Si forma poi il graticcio intrecciando i rami alternativamente intorno i picchetti, e curando di situar sempre l' estremità più grossa dallo stesso lato del graticcio. Siccome i rami che s' impiegano in questo lavoro sono ordinariamente abbastanza grossi, si fa uso di un pezzo di legno, che qual manovella, serve per intrecciarli tra i picchetti, e per torceli ed avvolgerli intorno a quelli estremi. Si continua nello stesso modo l'intrecciamento presso a poco fino all' altezza della testa de' picchetti, e vi si ferma con ritorte, dopo di averlo stretto a colpi di mazzola. Si ripulisce quindi il graticcio, tagliando col ronco i piccoli rami che n' escono; si caccia dal terreno, e si rifanno le punte de' picchetti, se sono smussate.

9. D. *Quali sono le zolle che si adoprano nella costruzione delle batterie permanenti e come si hanno?*

R. Le zolle da adoperarsi ne' rivestimenti delle batterie di costa di piazza e di campagna si devono prendere in un terreno erboso, alquanto umido, e di cui l' erba folta sia stata

tagliata assai rasente. Il suolo non deve essere nè troppo sabbioso, nè troppo argilloso; giacchè nel primo caso la zolla non ha consistenza sufficiente, e nel secondo seccandosi si ritira e si restringe tanto che nuoce alla solidità della batteria.

Tali zolle ordinariamente hanno la forma di parallelepipedo o di cuneo, ed aver possono varie dimensioni, e la base quadrata o rettangolare. Nel primo caso la base ha da m. 0. 32 di lato, e nel secondo la stessa larghezza, e m. 0. 50 di lunghezza. Le zolle a forma di cuneo hanno da m. 0.32 a 0.40 in quadro, e m. 0. 16 di spessezza alla testa che fa fronte.

Vi sono molte maniere di far le zolle; ma la più semplice, la più usata, e la più pronta, consiste a tagliare il terreno con tagli paralleli, e perpendicolari gli uni agli altri. Vi bisognano cinque uomini per ogni brigata di lavoratori coi seguenti utensili: due pale una quadra, e l'altra tonda, una fune, un vette, ed un tavolone.

Dopo di aver mietuta l'erba assai rasente al terreno, vi si situa sopra il tavolone nel senso in cui deve essere tagliata; un uomo col piede sinistro appoggiato sul tavolone, per non farlo muovere, tenendo la pala quadra un poco inclinata al terreno, la dirige lungo il lato maggiore del tavolone, mentre altri due uomini, tirando l'aiutano a tagliare il terreno con tagli eguali, e paralleli. Terminata questa prima operazione, essi ne eseguono una consimile nel senso opposto. Allora il quarto uomo vasvellendo mano mano le zolle con la pala tonda, ed il quinto le mette in deposito.

CAPITOLO III.

De' rivestimenti delle batterie permanenti.

10. D. *Quali sono i diversi rivestimenti che si usano nella costruzione delle batterie permanenti?*

R. Quando il parapetto di una batteria permanente è alzato di circa m. 0.60, si dà principio al rivestimento.

De' lavoratori tre sono impiegati al rivestimento de' fianchi, tre ad ogni cannoniera, ed i rimanenti al rivestimento della scarpa interna. Tali rivestimenti si fanno con salciccioni, gabbioni, graticci, zolle, sacchi a terra, ec. e talvolta in una stessa batteria i rivestimenti sono mischiati cioè si adoprano nel tempo stesso e salciccioni e gabbioni, zolle e sacchi a terra ec.

11. D. *Come si fa il rivestimento di una batteria con salciccioni?*

R. Dopo di avere determinato il suolo, o il luogo che occupar deve ciascun pezzo, dalla parte interna si scava un canaletto di m. 0.32 di larghezza, su m. 0.11 di profondità, il di cui fondo

si livella con una riga ed un archipensolo, e si consolida battendolo con i pistoni.

Si sega il primo salciccione a m. 0.16 dall'estremo, tra due ritorte, perpendicolarmente al suo asse (il che si dice segarlo verticalmente): si situa nel canaletto, con l'estremo segato dalla parte dove incomincia il parapetto, ed in modo che tutt'i i nodi delle ritorte si trovino dentro dalla parte delle terre (i nodi di tutt'i salciccioni saranno situati nel modo stesso) così l'opera sarà più solida, ed avrà una migliore apparenza. Si fissa il salciccione con 6 o 7 picchetti, che s'immergono verticalmente ed a testa perduta nel mezzo del salciccione da 3 a 3 ritorte.

Si principia poi il rivestimento del fianco contiguo all'estremo del salciccione ch'è stato segato, o sia, dopo di aver fatto lungo la traccia del fianco, e dalla parte di dietro un canaletto simile al primo, con la sola differenza che questo avrà un declivio verso il fosso uguale a quello che aver deve il parapetto. Vi si situa un salciccione con l'estremo segato vicino a quello ch'è stato già situato, in modo che non lo oltrepassi, essendone pure interamente coverto. Si picchetta questo salciccione con picchetti; si riempie di terra ben battuta lo spazio che si trova dietro di esso salciccione, e su questo se ne situa un'altro, il cui estremo segato poggia sul salciccione del lato interno, senza sorpassarlo, mentre tiene una ritirata di m. 0.08.

Quando i due primi salciccioni di questo fianco saranno situati; si terminerà il primo ordine de'salciccioni del lato interno ed i tre uomini che vi avranno lavorato si porteranno subito all'altro fianco, e vi stabiliranno due salciccioni nel modo stesso.

Per situare il secondo salciccione del primo ordine del lato interno, un artigliere si metterà a cavallo del salciccione già situato, un poco in dietro dell'estremo non segato, cui volgerà la faccia. Egli alzerà l'estremo suddetto onde si possa mettere di sotto una mezza di batteria, o altra cosa simile. Quattro artiglieri portano allora il secondo salciccione, lo prendono tra le gambe, lo sollevano, lo fanno alquanto vacillare, conservandolo nella direzione del primo, e tutti in una volta, ad un segno convenuto, fanno forza e ne conficcano la testa in quella dell'altro: ciò dicesi *lardellare* i salciccioni.

Il terzo salciccione, non che gli altri del primo ordine, si situeranno nel modo stesso del secondo.

I salciccioni del secondo ordine si situeranno come quelli del primo, o sia, il primo e l'ultimo saranno tagliati verticalmente per unirsi perfettamente a' salciccioni del corrispondente fianco. Essi avranno una ritirata di m. 0.08 : si picchetteranno in modo che i picchetti situati verticalmente nel loro mezzo penetrino fino

a' salcicciooi del primo ordine, e vadino pure fino al suolo. In fine si batterà bene la terra che si mette dietro ad essi.

I salcicciooi del terzo, quarto ec. ordine del lato interno del parapetto si situeranno nel modo stesso di quelli del primo e del secondo ordine.

Per tutti gli ordini del rivestimento, e particolarmente per quello della ginocchiera, si deve evitare di lardellare i salciccioni sotto alle aperture interne delle cannoniere, e farè in modo che le unioni de' salcicccioni di un ordine qualunque non corrispondino con quelle dell' ordine inferiore, e superiore.

12. D. *Come si esegue il rivestimento delle guance delle cannoniere?*

R. Le guance delle cannoniere si rivestono cogli stessi materiali, che servono al rivestimento del lato interno, cioè con salcicccioni, gabbioni, graticci, zolle ec.

L' uffiziale di artiglieria dopo di aver tracciato con paletti la direttrice della cannoniera, che supponghiamo esser diretta, l'apertura esterna e quella interna, tra i paletti che marcano queste due aperture si stendono due cordini, ed allora tutti gli oggetti resistenti che debbono formare il rivestimento delle guance, verranno situati tangenti a' picchetti, o alle cordelle.

Ciò eseguito si faranno due canaletti a' quali si darà un declivio uguale a quello della base della cannoniera, che al più è un sesto. Si taglieranno verticalmente gli estremi di due salcicccioni, se ne situerà uno in ciascuno dei due canaletti, in modo che l' estrèmo segato sia poggiato ad uno de' salcicccioni de' merloni e si pareggi con esso, e l' altro estremo sia tangente al picchetto generatore. Si fisseranno tali salcicccioni con buoni picchetti situati a distanze proporzionate alla loro resistenza, e si batterà la terra che si metterà dietro ad essi.

Il secondo salciccione di ciascuna grancia si situerà nello stesso modo, o sia l' estremità segata poserà verticalmente, e totalmente su quella del primo, pareggiandosi bene co' salcicccioni de' merloni, senza sorpassarli, nè essere sorpassato, e l' altra estremità si porrà tangente al picchetto.

Situato ogni salciccione, si fisserà con picchetti, e si batteranno le terre dietro di esso prima di posargliene un altro sopra, come si è fatto pel primo.

Quando la cannoniera è obliqua, poichè per lo più avviene che l' obliquità non è grandissima, così si adopera il modo stesso indicato per le cannoniere dirette.

13. D. *Come si esegue il rivestimento del parapetto di una batteria permanente con gabbioni?*

R. Se la batteria è senza cannoniere, nella direzione della lunghezza del lato interno del parapetto al di dentro, si situerà un primo ordine di gabbioni posti a contatto, mettendone dapprima

uno al centro, e due agli estremi, con le punte dalla parte del suolo, ed inclinati di m. 0.08.

Situati i gabbioni di quest'ordine, si riempiranno di terra che si batterà secondo che si andranno situando: si batterà egualmente la terra, che si metterà intorno ad ogni gabbione dalla parte del parapetto. Per conservare la stabilità di questi gabbioni, si fermeranno con ritorte di ritenuta, o pure si pianterà nell'interno di ognuno di esso un forte picchetto, nella direzione dell'asse, facendolo entrare bastantemente nel terreno.

Si situeranno i gabbioni del secondo ordine come quelli del primo, avvertendo solo che ogni gabbione di quest'ordine poggi su due del primo, e che abbia una ritirata della metà del suo diametro, si riempiranno puro di terra ben battuta, e si fermeranno come quelli dell'ordine sottoposto.

Per avere l'altezza del lato interno, si coroneranno i gabbioni superiori con un ordine di salciccioni, che si fermeranno con picchetti, e che si conficcheranno verticalmente nel loro centro, finchè entrino nella terra de' gabbioni.

Il rivestimento de' fianchi del parapetto si eseguirà coi gabbioni al modo stesso di quello del lato interno. Il rivestimento di gabbioni è molto adattato per le batterie de' mortari e de' petrieri.

Quando il parapetto dovrà essere con le cannoniere, si stabilirà il primo ordine di gabbioni, come si è detto precedentemente, e si giungerà all'altezza della ginocchiera, con un ordine di salciccioni che si situeranno su' gabbioni in guisa che le loro superficie formino un solo piano, e tali salciccioni saranno fissati con picchetti: dietro di essi se ne situeranno degli altri in second'ordine, ed i primi si legheranno a' secondi, acciocchè le terre de' merloni non trapelino.

Sul piano di questi due ordini di salciccioni si situerà un secondo ordine di gabbioni, in guisa che i loro assi corrispondenti al punto di contatto de' due salciccioni sottoposti, avendo la stessa inclinazione di quelli dell'ordine inferiore: si riempiranno ancora di terra ben battuta, e si fermeranno egualmente con ritorte di ritenuta, o con picchetti.

Il rivestimento de' fianchi del parapetto si farà della stessa maniera di quello del lato interno e quello delle guance delle cannoniere, si farà come per i salciccioni mettendo però i gabbioni tangenti alle cordelle.

14. D. *Come si esegue il rivestimento con i graticci?*

R. Lungo la traccia del lato interno si situerà un primo ordine di graticci, cominciando dal metterne uno nel mezzo, e due agli angoli (quelli degli angoli dovranno avere la forma di trapezio); si legheranno bene insieme, e per mezzo di ritorte di ritenuta si darà loro il pendio convenevole, e si batteranno fortemente le terre che verranno messe dietro di tali graticci.

Si situerà un secondo ordine di graticci in modo che ogni graticcio di quest' ordine corrisponda a quello del primo, che i picchetti penetrino nel tessuto di questi, e che abbiano la stessa inclinazione. Si legheranno insieme lateralmente, e con quelli sottoposti, e si fermeranno con ritorte di ritenuta.

Avanti ad ogni giuntura verticale si pianterà un picchettone, che si conficcherà nel terreno naturale: si darà a tali picchettoni lo stesso pendio de' graticci, e si fermeranno con ritorte di ritenuta situate ad uguale distanza. Se per la spinta delle terre si temesse che i graticci si piegassero, o si torcessero, si potrà anche piantare un picchetto avanti al centro di ognuno di essi fermandoli ugualmente con ritorte.

Tali rivestimenti convengono alle batterie di mortari, e petrieri.

La ginocchiera si farà con un ordine di graticci, ed il rimanente del rivestimento con zolle. Si eviterà che l' unione dei graticci sia al di sotto delle aperture delle cannoniere.

Il rivestimento de' fianchi del parapetto si farà come quello del lato interno: i graticci che si metteranno agli angoli de' fianchi avranno anche la forma di trapezio.

15. D. *Come si esegue il rivestimento di zolle?*

R. Mancando il legname per fare i salciccioni, gabbioni o graticci, si farà il rivestimento di zolle. Quelle che s' impiegano ordinariamente non sono di uguale grandezza e così l' opera riesce più solida perchè si attaccano meglio tra di esse e colle terre del parapetto.

Dopo di aver livellato e reso solido il terreno al di là della traccia del lato interno del parapetto, e qualche volta dopo di avere scavato un canaletto su questo sito, per dare al rivestimento un fondamento più solido, si situerà un primo strato di zolle, con l' erba al di sotto, ed in guisa che sorpassi un poco la traccia del lato interno; si stringeranno queste zolle quanto più si potrà, e si batterà la terra che si metterà dietro di esse, finchè si giungerà al loro livello. Lo stesso si farà per ogni strato.

Ogni zolla si fisserà con due o tre piccoli picchetti, che s'inclineranno un poco verso le terre del parapetto.

Il secondo strato di zolle, e tutti gli altri si situeranno come il primo, curando che ogni zolla di uno strato sia situata nel mezzo di due dello strato sottoposto, siccome praticasi co' mattoni delle muraglie.

Facendosi uso di zolle d' ineguale lunghezza, si situeranno alternativamente, o sia, dopo di aver messa una zolla secondo la sua larghezza, se ne situerà un' altra secondo la lunghezza, e così successivamente.

I rivestimenti di zolle abbisognano di più cura, e di più tempo degli altri rivestimenti, ma essi resistono meglio alle in-

giurie del tempo, e non esigono tanto pendio. Essendo gli angoli le parti deboli, se ne avrà molta cura, rivestendoli con zolle particolari, che siano più lunghe che larghe, in modo da fare più solida la cantonata.

Gli stessi uomini che situano le zolle del parapetto le metteranno alle guance della cannoniera.

Dopo che l'uffiziale di artiglieria avrà piantati i picchetti che rappresentano le due generatrici della cannoniera, si distenderà una cordella legandola all'estremità inferiore di essi picchetti, in modo che tocchi esattamente il piano della cannoniera. Al di fuori di tale cordella si situerà il primo strato di zolle, in maniera che lo sorpassi di un poco, e si picchetterà come pel lato interno. Per ogni strato si distenderà una simile cordella che rappresenterà la corrispondente generatrice, e si fisseranno le zolle come quelle del lato interno.

CAPITOLO IV.

Delle spianate.

16. D. *Cosa è la spianata di una batteria permanente e dove si costruisce?*

R. La spianata è una unione di legnami che formano un pavimento solido, orizzontale o inclinato, secondo la specie delle batterie, ne' siti ove i pezzi si devono mettere per tirare. Ve ne sono di altrettante specie, che ve ne ha di batterie sotto il rapporto delle bocche da fuoco e degli affusti: che perciò vi sono le spianate di cannoni, di obici, di mortari e petrieri, di piazza e di costa.

Prima di costruirsi una spianata si prepara la parte del terrapieno che deve occupare, o sia in uno spazio di 5 metri di lunghezza e metri 3. 30 di larghezza, si eguagliano ed uniscono le terre e si consolidano battendole fortemente con i pistoni. Questo spazio è posto di livello quando si tratta di una spianata di obice, di cannone che tirar deve a rimbalzo, di mortaro o di petriero; in altro caso esser lo deve nel solo senso della larghezza, ed avere un pendio di pochi decimetri dalla parte del parapetto se la direzione del tiro è ben determinata.

Cinque artiglieri costruiscono una spianata in due ore; tre artiglieri la costruiscono in tre ore. Gli strumenti ed ordigni necessarî sono: 2 pale, 2 zappe, una mazza di batteria, un pistone, una squadra, una cordella, un filo a piombo.

17. D. *Come si procede nella costruzione di una spianata di una batteria permanente e quali sono le parti che la compongono?*

R. S'incomincia la costruzione di una spianata di una batteria permanente situando prima di ogni cosa il battente.

Il battente è un pezzo di legname di m. 2. 60 di lunghezza di m. 0.12 di riquadratura, ed è destinato a servire di appoggio alle ruote dell' affusto quando il pezzo è in batteria, ad assicurare il tiro nella direzione del suo principale effetto, ed a conservare il rivestimento del lato interno del parapetto.

Si situa perpendicolarmente alla direttrice, giacchè, se non lo fosse, una sola ruota lo toccherebbe e l' altra se ne allontanerebbe quando il pezzo è in batteria. Si situa pure il più vicino che si può al parapetto, onde il pezzo, entrando bene nella cannoniera, non ne guasti le guance in guisa che lo tocchi in tutt' i punti quando la cannoniera sarà diretta, e solo con uno de' suoi estremi quando la cannoniera sarà obliqua.

Qualora la scarpa interna del parapetto fosse maggiore di $^{2}/_{7}$ dell' altezza, per evitare che le ruote dell' affusto guastassero il rivestimento, bisognerà situare il battente a qualche distanza dal parapetto, o fare che abbia una maggior riquadratura.

La lunghezza de' dormienti si calcola in proporzione di quella dell' affusto e del suo rinculo. Per diminuire il rinculo, e facilitare l' operazione di mettere il pezzo in batteria si dà a' dormienti una piccola inclinazione.

Nella direzione della traccia interna della direttrice si scava un canaletto di circa m. 5 di lunghezza, e di una profondità tale che essendo di m. 0. 08 vicino al battente vada diminuendo fino all' altro estremo, ove esser deve zero, e così la faccia superiore del dormiente che vi si situa corrisponderà esattamente alla faccia inferiore del battente.

A dritta ed a sinistra di tale canaletto se ne scavano altri due paralleli, in guisa che il loro centro sia a 2 metri e mezzo circa da quello del primo. Si curerà di consolidare il fondo dei canaletti, soprattutto se le terre sono state trasportate.

Si mette il primo dormiente nel canaletto del centro colla faccia meglio spianata al di sopra, in guisa che il piano verticale, che s' immagina passare per la direttrice della cannoniera, divida la sua superficie superiore in due parti uguali; e che questa faccia pareggi esattamente il di sotto del battente senza sorpassarlo, al di sotto dell' estremo dell' apertura interna della cannoniera.

Gli altri due dormienti si situeranno come il primo ne' rispettivi canaletti.

Abbisognano 14 tavoloni uguali di m. 3. 30 piedi di lunghezza, m. 0. 30 di larghezza per fare una spianata.

Si metterà il primo tavolone vicino al battente in modo che i suoi due estremi lo sorpassino egualmente da ogni parte. Il secondo si metterà vicino al primo, e così in seguito fino all' ultimo che si fermerà con quattro buoni picchetti.

Qualora i tavoloni non avessero la stessa lunghezza, si met-

terà prima il più corto, e così in seguito sino alla fine della spianata; e se avessero una larghezza maggiore o minore di m. 0. 30 se ne prenderanno tanti che fossero sufficienti a dare alla spianata la richiesta lunghezza.

Non si lascerà alcun intervallo tra i tavoloni che dovranno formare una superficie piana: quando ciò non si verificasse, si appianeranno a colpi di ascia; essendo della massima importanza per l'esattezza del tiro e per la facilità della manovra, che la spianata sia piana ed unita.

De' quattro picchetti che debbono fermare i tavoloni se ne situerà uno per ogni estremo, e due nel mezzo degl' intervalli de' dormienti: le loro teste dovranno essere accanto all'estremo superiore de' tavoloni e pareggiarli.

Si uguaglieranno le terre intorno alla spianata, e si darà un declivio al terreno che si trova in mezzo a due spianate consecutive, onde le acque scorrano in dietro e quindi fuori della batteria.

18. D. *Come si costruisce la spianata detta alla Prussiana?*

R. Quando manca il tempo o il legname, ed il suolo è fermo abbastanza e si deve tirar solamente nella direzione della direttrice, si può fare una spianata volante, detta comunemente alla Prussiana.

Essa consiste nel situare un solo tavolone sopra ogni corrente e nello stesso senso, e qualche volta ancora nel situare un tavolone sotto ogni ruota ed un terzo tavolone o due piccoli sotto la codetta dell'affusto. In questo caso è necessario di situare tre piccole traverse per sostenere i tavoloni, la prima ad un metro dal battente, quasi dove poggiano le ruote quando il pezzo è in batteria; la seconda a m. 1. 60 piedi dalla prima, e la terza ad un metro dalla seconda. Questi tavoloni e queste traverse si fermano con picchetti.

19. D. *Quale differenza si osserva nelle spianate delle batterie che debbono tirare a rimbalzo?*

R. Le spianate delle batterie di obici e de' cannoni che tirar debbono a rimbalzo sono le stesse di quelle che tirano di volata e che precedentemente abbiamo descritte: ma sono disposte orizzontalmente non essendo necessario dar loro alcuna inclinazione; dappoichè le piccole cariche di cui pe' tiri accennati si fa uso, non cagionano che piccolo o niuno rinculo: i canaletti saranno dunque messi a livello ec.

20. D. *Quali sono le parti e come si costruiscono le spianate delle batterie di breccia?*

R. Le parti componenti le spianate delle batterie di breccia sono le stesse di quelle sopra indicate. Esse si costruiscono come spianate delle batterie che tirano di volata, aumentandone solo il pendio, talchè si dà a' dormienti una inclinazione di m. 0.09.

Siccome il terreno sul quale si formano queste spianate è stato smosso, sia per l'effetto delle mine sia per altra cagione, così è importante di consolidarlo prima di situarvi le spianate.

Dopo di avere convenientemente preparato il terreno delle spianate, segnato con picchetti il prolungamento interno delle direttrici, nella direzione del principale effetto del tiro (esse dovranno distare di 4 m. tra di loro) si passerà a situare la contrassoprassellelta che si ritrova negli affusti di assedio del nuovo modello adottato.

Se la cannoniera è diretta, e la scarpa interna del parapetto sia molto piccola, come in un rivestimento di fabbrica, situar si dovrebbe il davanti della contrassoprassellelta distante dal piede del parapetto per metà della lunghezza della contrassoprassellelta; acciocchè tanto essa che le ruote dell'affusto non guastassero il rivestimento. Ma quando il parapetto avrà una scarpa interna, il che addivien quasi sempre, bisognerà situare la contrassoprassellelta ad una distanza che si diminuerà secondo che cresce la scarpa.

Se la cannoniera è obliqua, e si vuol dare al pezzo un campo di tiro maggiore di 30 gradi; bisognerà necessariamente allontanare vie più dal parapetto il davanti della contrassoprassellelta.

In tutt'i casi per conoscere esattamente la distanza della contrassoprassellelta dal piede dal parapetto, si situerà il sotto-affusto perpendicolarmente al parapetto: si farà girare successivamente a dritta ed a sinistra per quanto è possibile, e si segneranno con picchetti i punti ove arriveranno gli estremi del battente: tali picchetti indicheranno la posizione della contrassoprassellelta. S'infosserà la contrassoprassellelta fino al livello del terreno, in guisa che il suo centro si trovi nel piano verticale che s'immagina passare per la direttrice, la sua superficie superiore sia a livello nella direzione della sua lunghezza, ed in quella della larghezza abbia una inclinazione di pochi decimetri al di sotto del sopracciglio del parapetto o del piano della cannoniera.

Stabilita che sarà la contrassoprassellelta, si situeranno i tre dormienti, in modo che quello del mezzo si trovi nel piano verticale che passa per la direttrice, rimanendone diviso in due parti uguali. Uno de'suoi estremi sarà poggiato alla contrassoprassellelta, e l'altro corrisponderà sotto al canaletto. Gli altri due dormienti saranno situati a dritta ed a sinistra di questo, ed in maniera che gli sieno paralleli. I loro estremi verranno situati negli incastri della contrassoprassellelta, ed il loro piano superiore sarà a livello nel senso della larghezza, ed inclinato in quello della lunghezza di pochi decimetri verso il davanti. Ciò fatto si metterà della terra nel giro e negl'intervalli de'dormienti e della contrassoprassellelta, e si batterà fortemente senza dissestare cosa alcuna.

I tre correnti si situeranno perpendicolarmente a' dormienti. Le misure che determineranno la loro posizione si dedurranno dal sotto-affusto.

I correnti si fermeranno nelle loro posizioni per mezzo di picchetti, uno ad ogni estremo, urtandoli fortemente perchè ne rimangano stretti. Si situerà un altro picchetto ad ognuno degli estremi del corrente circolare, ma al di fuori, e vicino a' dormienti per non impedire il movimento della soprassellella.

Situati i correnti, si metterà della terra ne' loro intervalli: nè rimarrà voto che lo spazio tra il corrente di davanti ed il parapetto, necessario al movimento libero della soprassellella.

Dietro il terzo corrente si metterà un pezzo di tavolone in guisa che il suo centro corrisponda a quello della piastra di appoggio del canaletto: esso servirà di punto di appoggio a'vetti che si applicheranno per dare la direzione al pezzo.

Si uguaglieranno in fine le terre, e si faranno i declivi come nelle altre spianate.

21. D. *Quali sono le parti che compongono la spianata per le batterie di mortari e come si costruiscono?*

R. Le parti che compongono le spianate per le batterie di mortari sono le stesse di quelle indicate per le batterie di cannoni che tirano di volata. In quando poi al modo di costruire si osservi che la solidità e la regolarità delle spianate interessante ove trattisi di cannoni, lo è viemaggiormente pe' mortari. Sono questi destinati a tirare su molti punti, e quindi è chiaro che il piano delle spianate di esse bocche da fuoco esser deve orizzontale. Questa condizione che influisce molto sul tiro deve rigorosamente osservarsi.

Le dimensioni delle spianate de' mortari e de'petrieri variano secondo quelle de' loro affusti.

La distanza tra i centri di due spianate è di m. 5 a m. 4 secondochè l'una o l'altra sarà stata calcolata nella lunghezza del parapetto. La distanza dalla parte anteriore di ogni spianata al lato interno del parapetto si regolerà, in generale, in modo che i proietti passino a m. 0.05 almeno superiormente del sopracciglio del parapetto, qualunque sia l'angolo di proiezione, onde non guastino il rivestimento. Ma come i mortari ed i petrieri si tirano ordinariamente sotto l'angolo costante di 45 gradi, così basterà che il davanti della spianata sia a poco meno di 2 metri dal piano verticale che passa pel sopracciglio del parapetto.

Dopo che il terreno di ogni spianata di mortari sarà convenientemente preparato si segneranno le principali linee di tiro con bacchette che si pianteranno sul sopracciglio del parapetto, in modo che la prima verso la dritta per esempio sia a 3 metri dal fianco del parapetto da questo lato, la seconda a 5 metri o 4 metri dalla prima, la terza alla stessa distanza dalla seconda, e così conse-

cutivamente, finchè l'ultima si trovi naturalmente a 3 m. dall'altro fianco del parapetto. Si pianteranno quindi sul ciglio delle altre bacchette in direzione di quelle già piantate, e degli oggetti che si devono battere. Si segneranno internamente i prolungamenti di tali direttrici con picchetti piantati sul terrapieno. In ognuno di questi prolungamenti si pianteranno due picchetti ne' punti ove deve incominciare e terminare la spianata. Da tali punti si alzeranno due perpendicolari alla direttrice, sulle quali si prenderà un metro da ogni parte. Si traccerà in tal modo uno spazio rettangolare di poco meno di 3 m. di lunghezza su 2 m. di larghezza.

Si farà su tutto il descritto spazio una elevazione di terra di pochi decimetri, e si scaveranno tre canaletti equidistanti e paralleli; il primo lungo la direttrice, e deve passare pel suo mezzo, e gli altri due a circa 2 m. dal primo.

In questi canaletti ben livellati e consolidati, si situeranno tre dormienti, il primo de' quali verrà diviso in parti uguali dal piano verticale che s'immagina passare per la direttrice, e gli altri due saran paralleli al primo. Gli estremi de' tre dormienti, dalla parte del parapetto, saranno sulla perpendicolare alzata sulla direttrice al punto che segna la distanza del davanti della spianata al parapetto. I dormienti si metteranno a livello tra di essi per mezzo di un righellone e di un archipensolo, dopo di che si riempieranno i canaletti di terra, che si batterà senza dissestare i dormienti, e gl'intervalli che li separano.

Collocati questi dormienti, si situeranno 11 correnti o travicelli perpendicolarmente a' dormienti, il primo dalla parte del parapetto pareggiante esattamente gli estremi de' dormienti, ed il suo mezzo nel piano della direttrice, il secondo accosto al primo, e così consecutivamente fino all'ultimo. Questi correnti si fermeranno con 8 buoni picchetti di cui 4 alla testa e 4 alla coda della spianata. Trovandosi delle ineguaglianze nella spessezza de' correnti si appianeranno a colpi di ascia.

La spianata deve ritrovarsi elevata dal suolo pochi decimetri qualora si è eseguito scrupolosamente ciò che si è detto. Si metterà della terra all'intorno, battendola bene, e le si darà un piccolo declivio dall'orlo superiore de' correnti in giù per facilitare lo scolo delle acque.

Si darà un declivio al terreno che si trova tra due spianate consecutive onde dare alle acque uno scolo verso il di dietro, e fuori della batteria.

22. D. *Quali sono le parti componenti le spianate di una batteria di difesa e come si costruisce?*

R. Le parti che compongono le spianate di una batteria di difesa sono quelle stesse indicate per le batterie di assedio che tirano di volata.

In quanto poi alla loro costruzione si osservi che la contrasoprasselletta de' novelli affusti di piazza deve esser situata parallelamente al parapetto.

Cinque sono i dormienti che s' impiegano, di cui tre grandi e due piccoli. Dei tre grandi, il primo verrà situato perpendicolarmente al parapetto, con uno de' suoi estremi poggiato nel mezzo della contrassoprasselletta, il secondo e terzo, con uno degli estremi sotto agl' incastri della contrassoprasselletta, e gli altri due lontani poco meno di m. 2 dall' estremo di dietro del primo corrente.

I due piccoli si metteranno nel mezzo degl' intervalli dei tre grandi, parallelamente ed a circa un metro dagli ultimi situati.

Tutti questi dormienti avranno le loro facce superiori in uno stesso piano orizzontale, pochi decimetri al di sotto del piano superiore della soprasselletta.

Cinque sono altresì i correnti o travicelli:

Il primo verrà situato parallelamente e a m. 0.20 dal di dietro della contrassoprasselletta: gli altri quattro verranno posti ad angolo in modo che due siano distanti m. 1.12 dal di dietro della contrassoprasselletta, ed il corrente più lungo sia distante per m. 4.

Tutti questi dormienti e correnti, verranno fermati con chiodi.

Il pezzo di tavolone che serve di punto di appoggio a' vetti de' servienti, sarà messo orizzontalmente pochi decimetri sotto del piano superiore de' correnti, e situato perpendicolarmente alla direttrice, in modo da corrispondere al centro della piastra di appoggio del canaletto.

23. D. *Quali sono le parti che compongono la spianata di una batteria di costa, e come si costruisce?*

R. Le parti che compongono le spianate delle batterie di costa sono quelle stesse indicate per le batterie di assedio.

In quanto poi alla loro costruzione, si osservi che atteso la costruzione di novelli affusti di costa la posizione della spianata di questo affusto è determinata dalla distanza del centro del foro del perno reale al centro delle ruotine del sotto-affusto.

La spianata tiene sette pezzi di tavoloni di quercia, de' quali tre formano un poliedro, la cui superficie superiore è a livello con quella della sola del telaretto, e gli altri quattro servono di dormienti a' tre primi. I tre tavoloni superiori sono fermati su' dormienti da 12 perni di ferro.

24. D. *Come si costruisce la spianata a barbetta?*

R. La spianata a barbetta si costruisce nel modo stesso della spianata di obice. Tale spianata esser deve orizzontale, giacchè dovendo un pezzo a barbetta tirare in molte direzioni non determinate; se fosse inclinata, gli orecchioni del pezzo in molti casi non sarebbero più di livello, il che renderebbe i colpi in-

certi, complicando le regole della punteria. Essa deve farsi più larga indietro che avanti, imperciocchè in qualche posizione dell'affusto, la codetta potrebbe sorpassare la spianata, con grave inconveniente. Si determinerà la sua larghezza, tirando dagli estremi del primo tavolone delle parallele alle direttrici che fanno un angolo di 30 gradi, se questo è il campo di tiro che si deve dare al pezzo. In tale caso vi saranno 5 dormienti in vece di 3. I due estremi saran quasi paralleli a'lati della spianata: i tavoloni saranno di diversa grandezza dal primo fino all'ultimo

CAPITOLO V.

De' cavalletti per i giuochi d'armi e de' magazzini delle batterie.

25. D. *Dove si situano i cavalletti e perchè servono?*

R. Quando sono terminate le spianate di una batteria, si mettono alla loro dritta e verso il mezzo degl'intervalli che le separano, de' cavalletti per situarvi i diversi giuochi d'armi dei pezzi che sono in batteria.

Ogni cavalletto è formato da due grossi picchetti. Alla distanza di m. 0.15, l'uno dall'altro si conficcano obliquamente nella terra, s'incrociano le parti che rimangono in modo che formino un angolo retto, e si fissano in questa posizione, legandosi con un pezzo di cordamiccia.

Per un pezzo di assedio, di breccia, a barbetta montato sopra affusta di piazza o di costa, abbisognano due di tali cavalletti, distanti l'uno dall'altro 3 m., essendo il primo circa un metro distante dal parapetto.

Per ogni obice, mortaro o petriero abbisognano egualmente due cavalletti; ma essi saranno distanti un sol metro perchè i giuochi d'armi di queste bocche da fuoco sono più corti dei primi.

26. D. *Cosa sono i magazzini delle batterie, perchè servono e come si costruiscono?*

R. È essenziale di tenere delle munizioni per uno o due giorni nella vicinanza di una batteria; ma importa eziandio di guarentirle da' proietti del nemico e dalle ingiurie del tempo. Chiudendole dentro di cassoni sarebbero è vero al coperto dalla pioggia, ma sarebbero esposte alle granate del nemico, ed occupando i cassoni molto spazio, imbarazzerebbero le manovre della batteria.

Quando la batteria non sia che di due o tre pezzi, si potranno mettere le munizioni in un fosso scavato nel suolo, coverte con rami d'alberi e fascine disposte l'una vicina all'altra a forma di tetto, sulle quali si metterà della terra o delle zolle.

Ma avendo la batteria un maggior numero di bocche da fuoco, e dovendo durare per qualche tempo, bisognerà necessariamente che il luogo destinato a contenere le munizioni, sia più spazioso e meglio condizionato. Questo luogo si chiama magazzino a polvere.

L'esperienza ha dimostrato che in generale i magazzini a polvere val meglio situarli dietro al parapetto, o ne' rivolti, e nelle traverse. Quando non vi siano rivolti nè traverse, s'ingrandiranno i mezzi merloni onde farvi i magazzini.

Essi si costruiranno come le gallerie di mina con telaî di legno riquadrato, che si situeranno da distanza a distanza; si metteranno de' tavoloni all'interno di questi telaî per sostener le terre.

Ogni telaio verrà composto da quattro pezzi di legname, riuniti in guisa che la metà di un pezzo sia incastrata colla metà di un'altro. Per un magazzino della capienza di quattro barili, vi abbisognerà uno di questi telai. Ad ogni angolo del telaîo si alzerà un montante. Sul mezzo di tre de' lati del telaîo si alzerà un altro montante della stessa altezza, e sul quarto se ne alzeranno due per la porta. Sopra di tutti questi montanti si metterà un altro telaio uguale a quello della base, e si avrà l'ossatura del magazzino. Subito che questo sarà fatto, si costruirà il magazzino in pari tempo della batteria:

Si rivestirà l'ossatura suddetta con tavoloni, e si batteranno bene le terre che si metteranno all'intorno secondochè si riuniranno.

Si metteranno sull'alto del magazzino de' travi l'uno accanto all'altro, e si metteranno ancora vicino a' due montanti della porta due altri travi ad urtanti inclinati secondo il pendio del rivestimento. Si continuerà ad alzare il rivestimento fino all'altezza che deve avere, e si metteranno m. 0. 75 di terra sui travi che coprono, il magazzino; si potrà mettervene di più qualora si giudichi necessario.

Se si temessero le bombe tirate con grande elevazione o lanciate da luoghi molto alti, si metterà prima su' travi, uno strato di terra in seguito su questa terra degli degli altri travi in senso inverso de' primi, che quindi si copriranno di un altro strato di terra ben battuto.

Ad oggetto di preservare le munizioni dall'umidità, si farà un canaletto nel mezzo del magazzino per portare le acque piovane al di fuori, quando ciò sarà possibile; in caso contrario si metterà un tavolato per posarvi i barili.

Due di questi magazzini basteranno per l'approvisionamento di una batteria di 6 o 8 bocche da fuoco per un giorno o due.

Oltre de' magazzini a polvere per l'approvvisionamento delle batterie di obici, mortari e petrieri, ne abbisognano altri per

tenere al coperto i fuochisti che preparano le cariche. E siccome è interessante che tali magazzini siano in vicinanza di quelli a polvere, così se ne faranno due, l'uno vicino all'altro, simili a quelli per le batterie di assedio: il primo servirà per laboratorio, ed il secondo per magazzino a polvere.

CAPITOLO VI.

Delle diverse batterie di assedio.

27. D. *Quali sono le diverse batterie adoprate nell'assedio delle piazze di guerra?*

R. Attaccare una piazza è lo stesso che cercare d'impadronirsene. Per effettuare ciò, bisogna: I. togliere al nemico l'uso delle sue difese, rovinando i parapetti che coprono le sue artiglierie, o smontando i pezzi con romperne gli affusti ec. onde avvicinarsi con meno rischio a' rampari della piazza.

II. Aprire i rampari o farvi breccia per dare l'assalto, e penetrare in seguito nell'interno delle opere, e nel corpo della piazza.

Le batterie che soddisfano alla prima delle dette condizioni si chiamano *prime batterie* o *batterie di approccio*; e quelle che compiono la seconda, *seconde batterie* o *batterie di breccia.*

Dipende dal concorso di queste due specie di batterie il buon successo dell'attacco di una piazza o di un'opera qualunque.

28. D. *Quale è la diversa posizione delle batterie di assedio e quali sono i fuochi più distruttivi per le artiglierie di una piazza assediata?*

R. Qualunque sia la distanza tra una batteria di approccio e le opere che batter deve, egli è chiaro, che la sua posizione, relativamente a queste opere esser non può arbitraria, e che talune posizioni siano da preferirsi ad altre.

La faccia di un opera non può essere battuta che di quattro maniere: *direttamente, a sbieco, di rovescio e d'infilata.*

Direttamente, quando le linee di tiro sono perpendicolari alla faccia: in questo caso la batteria tira di volata, e si stabilisce parallelamente alla faccia.

A sbieco, allorchè la direzione de' suoi fuochi è obbliqua alla faccia esterna, e fa con essa un angolo non maggiore di 10 gradi: e la batteria tira pure di volata.

Di rovescio, o a sbieco dalla parte interna, quando la direzione de' suoi fuochi è obliqua alla faccia interna, e fa con essa un angolo non maggiore di 20 gradi: ed allora la batteria tira a rimbalzo.

D'infilata allorchè le linee di tiro sono parallele alla faccia interna ed esterna. La batteria tira a rimbalzo, e si stabilisce in una linea perpendicolare al prolungamento della faccia.

Or siccome le batterie di approccio hanno per oggetto di estinguere i fuochi della piazza, smontandone i cannoni piuttosto che di rovinare i parapetti che li coprono, così ciò si ottiene più sicuramente tirando contro essi con cannoni e nel verso della più grande estensione, che direttamente; giacchè nel primo modo si possono colpire molti pezzi, laddove nel secondo non se ne può colpire che un solo. Adunque le batterie d'infilata, di rovescio ed a sbieco devono essere preferite alle batterie dirette.

Questa preferenza si deduce anche da che la batteria diretta è esposta a' fuochi della piazza più di ogni altra che tirasse obliquamente, e da che con le batterie oblique alla faccia, si può impiegare il rimbalzo, il cui effetto è tanto grande, colpendo i proietti molti oggetti a diverse distanze, ed anche quelli che non si vedono dalla batteria.

29. D. *Quali sono adunque le batterie da preferirsi nell' attacco delle piazze?*

R. Delle tre diverse posizioni sopraindicate, quella che permette di battere d'infilata deve esser preferita, perchè i proietti, abbracciando un maggior numero di oggetti, produrranno più effetto; e la prima delle due rimanenti è migliore dell'altra, giacchè colpendo le bocche da fuoco nemiche e gli oggetti che le proteggono dalla parte interna, si distruggeranno più facilmente ed in meno tempo che se si tirasse contro essi dalla parte esterna.

Adunque delle quattro diverse posizioni che prender può una batteria, per battere la faccia di un'opera, il grado di bontà si trova nell'ordine seguente:

I. D'infilata,
II. Di rovescio, o a sbieco interno,
III. A sbieco esterno,
IV. Direttamente.

Ma non è sempre libera la scelta della posizione migliore. La irregolarità delle fortificazioni, la moltiplicità delle opere distaccate, gli accidenti topografici ec. sono altrettanti ostacoli che il più sovente si oppongono a farla prendere. E perciò la probabilità di potere occupare le indicate posizioni nell' assedio di una piazza siegue pressocchè la ragione inversa de' loro gradi di efficacia:

I. A sbieco esterno,
II. Direttamente,
III. D'infilata,
IV. Di rovescio, o a sbieco interno.

30. D. *Dove ordinariamente si costruiscono le batterie di approccio?*

R. Ordinariamente le batterie di approccio si costruiscono a

20 o 25 metri innanzi le diverse parallele. La natura del terreno, la necessità di proteggerle contro le sortite della piazza, obbligano talvolta a costruirle nelle parallele o indietro.

In generale le batterie di approccio sono costruite sul suolo naturale, perchè il terreno non permette d'infossarle, o perchè è utile di conservar loro un dominio sui lavori dell'attacco. E però tutte le volte che le circostanze lo permettono riesce vantaggiosissimo d'infossare il terrapieno al di sotto del suolo.

31. D. *Quali sono le parti di una batteria di approccio e quali sono le principali dimensioni.*

R. Le parti di una batteria di approccio sono quelle stesse della batteria permanente indicata nel paragrafo 2.

Le principali dimensioni sono però le seguenti.

Larghezza del terrapieno 8 metri.

La base del pendio interno due settimi dell'altezza — Altezza della cresta interna m. 2, 30 — Spessezza fra le due creste m. 6, 00 — Pendio esterno secondo la natura delle terre: a 45 gradi nelle terre ordinarie, 2 di base e 3 di altezza nelle terre forti, 3 di base, e 2 di altezza nelle terre leggiere. — Distanza tra la direttrice dei pezzi m. 6, 00.

Larghezza della berma m: 1, 00.
Profondità della fossata m: 2, 60.
Larghezza al fondo del fosso m: 4, 20.

Base della scarpa e controscarpa m. 1, 30; nel generale metà della profondità — Altezza della ginocchiera al di sopra della spianata per tirare di volata m. 1, 19; per tirare a rimbalzo m. 1, 33 — Apertura interna per le cannoniere m. 0, 54, e per obici m. 0, 80 — Apertura esteriore, in generale metà della lunghezza — Inclinazione esterna delle guance metro 1 di base sopra 3 di altezza — Terreno della spianata m. 1, 19 o m. 1, 33 al di sotto della ginocchiera — Distanza tra asse ed asse de' dormienti m. 0. 81. Lunghezza di canaletti pe' dormienti m. 5, 00 larghezza m. 0, 20.

32. D. *Dove si costruiscono le batterie di breccia, quali ne sono le parti, e quali le dimensioni?*

R. Le batterie di breccia sono destinate ad aprire i rampari di un' opera di fortificazione e facilitarne l'assalto: i parapetti perciò non hanno che 4 metri di grossezza, giacchè il più sovente queste batterie ordinariamente si costruiscono nella zappa stessa della strada coperta, e questa zappa essendo a 4 metri dalla cresta dello spalto lo spalleggiamento della batteria altro non è che il parapetto della zappa; disposto in modo da servire al tiro del cannone e quando si è obbligato a scendere nella strada coperta, la sua piccola larghezza e la necessità di battere il ramparo il più vicino che si può al fondo del fosso, impediscono quasi sempre di dare a'parapetti una maggiore grossezza.

Pertanto se le circostanze locali permettono di aumentare la grossezza del parapetto, non si mancherà di farlo, visti i pericoli cui sono esposte tali batterie per la loro vicinanza alle artiglierie della piazza.

Se la zappa si trovasse a più di 4 m. dalla cresta dello spalto si può aumentare lo spalleggiamento purchè tuttavia si trovasse parallelo al ramparo e che permettesse di scoprirne il piede; poichè per far breccia al muro della scarpa, bisogna poterlo scoprire fino verso il fondo del fosso.

Se non si potesse scoprire così, dal sito della batteria preso nella zappa, o per motivo della profondità troppo grande del fosso, o a causa della larghezza troppo grande della strada coperta, bisognerebbe scendere in questa strada coperta, alloggiarcisi, e costruire la batteria a 5 metri almeno dal margine del fosso, onde lasciarne uno per la berma e 4 per la grossezza dello spalleggiamento.

Le cannoniere delle batterie di breccia sono dirette e la loro apertura esterna ha soltanto due metri. Le spianate son costruite come le altre batterie; soltanto il suolo della strada coperta essendo stato ordinariamente molto smosso dalle fogate, fornelle di mine, bisognerà aver la diligenza di rassodarlo bene.

La vicinanza di tali batterie alle opere della piazza che hanno su di esse un dominio considerevole, le rende esposte ad essere infilate dalla moschetteria e dalla metraglia di piccoli cannoni di campagna che il nemico può situare sul ramparo. È perciò che: I. queste batterie aver denno il più di traverse che sia possibile: II. le cannoniere esser debbono fornite di sportelli: III. situar bisogna in esse de' fucilieri molto addestrati, che con uno ben diretto fuoco di moschetteria, si opporranno a quello della piazza, che atteso la vicinanza è assai pericoloso.

CAPITOLO VII.

Costruzione delle batterie di assedio.

33. D. *Come si procede nella costruzione di una batteria di assedio, e particolarmente come si dispongono gli uomini ne' lavori del fosso e del parapetto?*

R. La traccia e la costruzione delle batterie di assedio s'incomincia all' entrare della notte. Ogni batteria deve essere finita in 36 ore.

Al principiar della prima notte, determinata e riconosciuta la posizione della batteria, il Capitano di artiglieria che sarà incaricato di tracciarla, conduce il suo distaccamento nella parte della parallela più vicina a tale posizione, e vi rimane in ordine, ed in perfetto silenzio, finchè non riceve l'avviso d'incominciare la costruzione della batteria.

Con alquanti uffiziali, sotto-uffiziali ed artiglieri provveduti di cordamiccia, fascine, corde, squadri, zappe e mazze, egli si porta nel luogo dove deve formarsi la batteria, e la traccia.

Finita la traccia egli fa avvanzare il resto del distaccamento, e dispone i lavoratori.

Prima notte primi lavoratori. Mentre gli artiglieri preparano il terrapieno, gettando sul parapetto le terre superanti o che tirano da' siti vicini, sei lavoratori della fanteria disposti ad un metro l'uno dall'altro, scavano il fosso e gettono la terra sul parapetto o sulla berma. Per incominciare il cavamento si situano alternativamente il primo vicino la traccia della scarpa, il secondo sulla metà della larghezza del fosso, il terzo un metro a dritta vicino alla scarpa, il quarto un metro a dritta sulla metà della larghezza del fosso, e così di seguito. Tre lavoratori sono sulla berma a due metri l'uno dall'altro, e gettano le terre sul parapetto il più lontano possibile. Tre lavoratori si situano sul parapetto anche a due metri l'uno dall'altro, battono ed uguagliano le terre riunendole prima verso l'interno della batteria.

Allorchè il parapetto avrà metri, 0, 30, a 0, 40 di elevazione, il capitano farà incominciare il rivestimento della batteria. Ciò si eseguirà alla punta del giorno al più tardi, egualmente che i magazzini a polvere quando vengono situati nel parapetto, laddove quelli che saranno situati ne' mezzi merloni o nelle traverse, si eseguiranno contemporaneamente a' parapetti.

Le direttrici si tracceranno, almeno internamente, subito che si scorgeranno gli oggetti da battersi.

Poco prima di principiare tali opere, gli artiglieri che ne sono incaricati, anderanno con un uffiziale ed un sotto-uffiziale, a prendere nel deposito tutt'i materiali che potranno per allora bisognare, giacchè gli altri che occorreranno pe' lavori della seguente giornata, verranno portati dai secondi lavoratori, o lavoratori del giorno, ed i rimanenti dai terzi lavoratori, o lavoratori della seconda notte.

Gli uffiziali si porteranno dovunque sarà necessaria la loro presenza per fare eseguire gli ordini del capitano, dirigere ed affrettare il lavoro, ed incoraggiare i soldati esponendosi agli stessi pericoli.

Si cambiano i lavoratori della fanteria di linea ogni 12 ore, e gli artiglieri ogni 24 ore. Ma per non interrompere il lavoro non si lasceranno partire nè gli uni nè gli altri, se quelli che debbono loro succedere non siano giunti.

Due ore prima del cambio, sia de' lavoratori di linea, che degli artiglieri, un uffiziale della batteria anderà a prendere al deposito quelli che debbono a questi succedere ed ivi si provvederà de' materiali, come salciccioni gabbioni graticci secondo

gli ordini che avrà ricevuti dal capitano incaricato della costruzione della batteria. Egli farà pure la domanda de' lavoratori straordinari per quel momento, o per la sera, ove bisognano.

Primo giorno secondi lavoratori. I secondi lavoratori, o quelli del giorno continueranno a scavare il fosso, ed a rendere più spesso il parapetto: se essi sono troppo esposti, quelli del fosso non faranno che gittare le terre sulla berma, e quelli situati sulla berma e sul parapetto anderanno a cercare delle terre dietro della batteria, in luoghi al coverto da' fuochi del nemico, per portarle poi sul parapetto, o pure anderanno a prendere il legname per la costruzione delle spianate.

Allorchè il rivestimento del parapetto sarà giunto all' altezza della ginocchiera, il capitano rettificherà le direttrici delle cannoniere, e le prolungherà con picchetti infossati fino alla testa nel terrapieno della batteria.

Egli traccerà poscia tutte le parti delle cannoniere.

Tutto questo lavoro deve essere terminato al principio della seconda notte.

Se il rivestimento de' merloni è terminato, gli artiglieri s'impiegheranno a preparare il terreno per le spianate e ad incominciarle, situando il battente, scavando i canaletti, passando i dormienti ec.

Seconda notte: terzi lavoratori. I lavoratori della seconda notte dovranno portare il restante de' materiali per l' intero rivestimento della batteria, e per quello delle cannoniere, il legname per le spianate, pei cavalletti, pe' magazzini a polvere ec.

I lavoratori della fanteria di linea appena arrivati gitteranno sul parapetto tutte le terre ammassate sulla berma ed all' intorno della batteria; poi ne ammasseranno delle altre, se abbisognino; appianeranno e prepareranno il terreno per le spianate, come ancora disporranno il cammino della parallela alla batteria, che nella stessa notte servirà a portare i pezzi e le munizioni.

Gli artiglieri faranno il rivestimento delle guance delle cannoniere, finiranno quello del parapetto, costruiranno le spianate ed i cavalletti, e situeranno i pezzi, le munizioni, e gli attrezzi, terminando così la batteria in modo da essere pronta ad aprire il suo fuoco al far del giorno.

34. D. *Quando si trasportano nelle batterie le bocche da fuoco e quali precauzioni bisogna prendere?*

R. Le bocche da fuoco si devono far trasportare nella seconda notte. Il capitano riconoscerà i cammini, almeno dalla coda della parallela sino alla batteria; farà consolidare le parti fangose, riempire i fossi, o costruirvi delle piccole rampe assai consistenti, farà addolcire, le rampe, aprire le parallele pel suo passaggio, e rinchiuderle dopo, o pure farà costruire una

maschera, o sia eleverà avanti al passaggio quel che in fortificazione chiamasi tamburo o traversa, per potervi passare quando si vorrà, senza lasciare allo scoperto quella parte della parallela.

Bisognerà evitare di aver una sola uscita per molte batterie, a causa dell' imbarazzo che ne risulterebbe.

Qualora il cammino fosse difficile o troppo vivamente battuto da' fuochi della piazza, si porteranno i cannoni a braccia, almeno ne' passaggi pericolosi; di questa maniera si supereranno più prontamente.

Se sian terminate le spianate, vi si situeranno subito i pezzi, altrimenti si metteranno al coperto dietro de' merloni.

Se sopraggiungendo il giorno si fosse obbligati di abbandonare un pezzo esposto al fuoco della piazza, si curerà di mascherarlo con fascine con gallerie ed altro onde nasconderlo alla vista del nemico.

CAPITOLO VIII.

Delle batterie di piazza o di difesa, e delle batterie di costa.

35. D. *Quali sono le batterie di piazza, di difesa e nel generale quale è la loro posizione?*

R. *Le batterie di piazza, o le batterie che armano le piazze* sono le parti del parapetto e del terrapieno di un ramparo, occupate dalle bocche da fuoco destinate a battere l' assediante, ed a difendere gli approcci della piazza.

Si armano le batterie di piazza come quelle di assedio, con cannoni, obici, mortari e petrieri, ma in queste batterie i cannoni possono essere montati sugli affusti di assedio, di piazza, di campagna e di costa: i mortari, i petrieri e gli obici conservano lo stesso affusto che nell' attacco.

La difesa di una piazza dipende essenzialmente dal suo attacco, e quindi bisogna riconoscere i principali punti di attacco per coordinare ad essi le batterie della piazza.

La piazza sarà bene armata se segnando sulla pianta la situazione delle batterie, e tirando delle linee di tiro specialmente a' punti che l' assediante può occupare colle sue batterie, si conosca che tutt' i punti della campagna sono ben battuti dall'artiglieria della piazza; che i fuochi s' incrociano sugli angoli saglienti de' rivellini e de' bastioni; e che tutte le facce di queste opere, e tutte le parti delle loro fossate sono ben difese.

Questa disposizione non è utile che per prepararsi a sostenere un assedio; ma si comprende bene ch' essa dovrà modificarsi dopo che la piazza sarà stata investita, e dopo che il fronte di

attacco sarà determinato e conosciuto: perciocchè allora bisognerà rinforzare le parti attaccate, sguernendo di bocche da fuoco quelle che non lo saranno, senza non pertanto lasciarle intieramente prive di difesa.

Essendo la difesa essenzialmente subordinata all'attacco, l'artiglieria di una piazza assediata sarà disposta a seconda le quattro grandi operazioni dell'assedio, cioè

I. Quando non è fatta l'investitura della piazza, per tener lontano il nemico II. dopo l'investitura, per contrabbattere le prime batterie o le batterie di approccio III. per opporsi alle seconde batterie o batterie di breccia IV. per impedire l'assalto alla piazza.

36. D. *Quali sono le parti di una batteria di piazza o di difesa e quali sono le principali dimensioni?*

R. Le parti di una batteria di piazza, o di difesa ordinariamente sono quelle stesse indicate nel §. 2.° per tutte le batterie in generale: le principali dimensioni sono poi le seguenti.

Altezza del parapetto è ordinariamente di metri 2. 50 al di sopra del terrapieno. Il pendio interno ha per base due settimi dell'altezza.

Altezza della cresta interna al di sopra della spianata per i pezzi

{ a barbetta m. 1. 50
{ con cannoniere m. 1. 82.

Distanza tra i pezzi da asse ad asse		m. 5. 00
Altezza della ginocchiera		m. 1. 50
Cannoniera	apertura interna	m. 1. 00
	apertura esterna	m. 4. 20
Profondità		m. 0. 32
Campo del tiro da ciascun lato della direttrice, con cannoniera		gradi 15

37. D. *Quali sono le batterie dette di costa, quali ne sono le parti e quali le dimensioni principali?*

R. Si dà il nome di batterie di costa a tutte quelle che difendono le coste, le rade, i mari, qualunque sia la specie di bocche da fuoco che le compongono.

Le parti di una batteria di costa ordinariamente sono quelle stesse indicate nel paragrafo secondo.

Il parapetto di una batteria di costa si calcola, si traccia e si costruisce co' principî stabiliti per le altre batterie senza cannoniere; ma la sua altezza interna è calcolata in modo da dare agio al cannone di muoversi sul piano del parapetto.

Il pendio interno del parapetto dovrà essere diminuito il più che sia possibile, onde ravvicinare l'affusto al sopracciglio in modo, che tirando obliquamente la bocca del pezzo oltrepassi pure il sopracciglio stesso: avvenendo altrimenti, egli è chiaro

che i tiri arrecherebbero gravi danni al proprio rivestimento della batteria.

La lunghezza del parapetto si determina dal numero delle bocche da fuoco e dalla loro distanza da un asse all' altro. Questo spazio varia a seconda del campo di tiro che si vuol dare a' pezzi. Ma salvo le circostanze straordinarie, si limita il campo di tiro ad un solo quadrante.

I parapetti delle batterie di costa val meglio di farle con terre sciolte e tenaci, or poichè è molto raro di ritrovar tali terre ed ordinariamente sulle coste non s'incontrano che terre leggiere e pietrose, così bisogna prima di metterle in opera farle passare per crivelli molto stretti, onde formarne l'intero parapetto, o almeno la metà superiore.

Il campo di tiro essendo di novanta gradi si tracciano queste batterie a guisa che potessero battere i vascelli per tutta questa estenzione. I pezzi tirano a barbette, e le direttrici son perpendicolari allo spalleggiamento.

Le principali dimensioni delle batterie di costa sono le seguenti.

La spessezza dello spalleggiamento è l'istessa delle batterie d'assedio.

L'altezza m. 1. 62 permette di abbassar la linea di mira per due gradi al di sotto dell' orizzonte.

Il pendio interno è ridotto ad un quarto, affinchè la bocca del pezzo oltrepassi la cresta e non degradi lo spalleggiamento allorchè il tiro si allontana dalla direttrice fino a 45 gradi.

La distanza tra i pezzi ordinariamente è di sette metri tra asse ed asse.

CAPITOLO IX.

Delle batterie di obici, a rimbalzo, di mortari, di petrieri.

38. D. *Quale differenza vi è tra le diverse batterie di obici a rimbalzo, di mortari, di petrieri.*

R. Il parapetto di una batteria di obici si costruisce come la batteria di cannoni; ma le cannoniere aver debbono alcune modificazioni nelle dimensioni dell'apertura interna, perchè la lunghezza dell'obice essendo minore di quella del cannone, ed il diametro dell'anima più grande, la volata entra poco nella cannoniera, e perciò le guance sarebbero prontamente distrutto dal settore di esplosione degli obici, se fossero strette quanto quelle dei cannoni. L'apertura esterna è sempre uguale alla metà della lunghezza del piano della cannoniera. Le guance si tracciano come pe' cannoni: ma il loro rivestimento n'è più semplice.

Non s' impiegano ordinariamente che tre gabbioni di trincea per ogni guancia; giacchè il piano della cannoniera in vece di essere inclinato dall' interno all' esterno, ha un declivio dall' esterno all' interno il che rende le guance molto più corte (1).

I parapetti delle batterie a rimbalzo si fanno come quelli delle batterie di obici; ma il piano della cannoniera ha un pendio di 5 a 8 gradi in vece di 10 gradi, perchè col cannone a rimbalzo si tira sotto quest' angolo.

Nello stabilire le batterie di obici e quelle a rimbalzo, bisogna cercare d' infossare il parapetto interamente, o almeno fino alla ginocchiera, onde aversi più solidità nell' opera, e più prontezza nel lavoro.

---

(1) Ora che si è parlato delle diverse specie di batterie e della costruzione delle diverse spianate, cade a proposito di soddisfare alla seguente domanda.

Come praticamente si traccia sul terreno la cannoniera di una batteria tanto diretta che obbliqua pel cannone da 24 o per l' obice di 8.

R. Lo spalleggiamento essendo alzato fino all' altezza della ginocchiera, si marca con un picchetto il mezzo dell' apertura interna della cannoniera, e si pianta un' altro picchetto nell' allineamento del primo e dell' oggetto che si vuole battere e si prolunga la direttrice così determinata sul terrapieno, e si fissa mediante due picchetti indietro del sito della spianata.

Se la cannoniera è diretta, bisogna portare da ciascun lato di questa linea, su i lati interni ed esterni della batteria delle lunghezze uguali alla metà dell' apertura, per così segnare il piede delle guance, cioè se la cannoniera è per cannone da 24 l' apertura interna dev' essere m. 0. 54 e se per l' obice m. 0. 80 mentre in ambedue i casi l' apertura esterna è uguale alla metà della lunghezza della direttrice, unite con linee queste estremità delle due aperture, si è tracciata la cannoniera diretta sia del cannone da 24, sia dell' obice da 8.

Per una cannoniera obliqua bisognerebbe portare queste lunghezze sulla perpendicolare alla direttrice; ma come in generale questa obbliquità è molto debole, così si opera come nella cannoniera diretta.

Se però l' obliquità è considerabile la cannoniera così delineata, sarebbe troppo serrata e le guance troppo ravvicinate, sarebbero tosto danneggiate dal soffio del cannone. Per prevenire quest' inconveniente si traccerà la cannoniera nel modo seguente:

Sulla direttrice obliqua, a partire dall' apertura interna della cannoniera, si prenderà la lunghezza che avrebbe avuto la direttrice, se fosse stata diretta (metri 6) meno la quantità della quale il cannone è più lontano dal parapetto nella cannoniera obliqua che nella cannoniera diretta. Siffatta quantità si ottiene facilmente considerando che o l' obice il cannone situato nella Cannoniera deve avere il suo asse nella direzione della direttrice, e le ruote dell' affusto appoggiate contro l' urtante che è sul suolo della spianata perpendicolarmente alla direttrice che lo divide per metà. Se dunque la cannoniera è diretta l' urtante tocca lo

Le batterie di mortari e di petrieri si tracciano e si costruiscono come quelle de' cannoni e degli obici; ma con più prontezza e facilità non avendo cannoniere. I mortari ed i petrieri si situano tra loro alla distanza di 5 metri, e qualche volta a quattro metri da asse ad asse.

Sempre che le località lo permettono, bisogna infossare in tutto o in gran parte i parapetti di queste ultime batterie, perchè si ha maggiore solidità; e s' impiega minor tempo per costruirle

NOTA.

Per maggior chiarezza, nella tavola IV vi sono i disegni de' varî rivestimenti delle batterie e le diverse spianate.

---

spalleggiamento in tutta la sua lunghezza; se la cannoniera è obliqua, non lo tocca che in un sol punto; più obliqua che è la cannoniera tanto più lontano ne è il suo mezzo; e questa distanza del mezzo dell' urtante allo spalleggiamento è precisamente la quantità di cui il cannone o l'obice si trova più lontano dal rivestimento nella cannoniera obliqua che nella cannoniera diretta.

Questa quantità può dunque trovarsi praticamente, ponendo l' urtante tal quale dev' essere, e misurandone la distanza dal suo mezzo al rivestimento della batteria.

Una volta determinato siffatto punto della direttrice, si alzeranno a destra e sinistra delle perpendicolari a questa linea e si prenderanno delle lunghezze uguali alla metà dell' apertura della cannoniera sia pel cannone di 24 sia per l' obice di 8 pollici sopra ciascheduna di queste perpendicolari; le loro estremità unite con linee all' estremità dell'apertura interna già fissate pel cannone o per l' obice, cioè nel primo caso m. 0, 54, nel secondo m. 0, 80 determineranno la direzione delle guance, di maniera che il loro allontanamento si troverà presso a poco, uguale a quello delle guance di una cannoniera diretta, fino all' apertura interna e sarà così tracciata la cannoniera obliqua del cannone da 24, e dell' obice da 8.

CAPITOLO X.

Del numero di lavovatori e de' generi necessari per costruire una batteria di assedio di cannoni, obici, o mortari.

39. D. *Quale è il numero degli uomini e de' generi necessarî per una batteria di assedio di cannoni, o obici.*

R. Dal seguente quadro si rileva il numero degli uomini e degli oggetti necessarî per la costruzione delle batterie di assedio di cannoni ed obici.

						Ch.
Numero de' pezzi . . .	1	2	3	4	5	1
Numero degli artiglieri non compresi i sergenti.	11	18	25	32	39	7
Numero de' lavoratori di fanteria.	12	24	36	48	60	12
Pale, zappe, e zappapichi.	30	50	70	90	110	20
Numero de' salcicciòni .	30	44	58	72	86	14
Numero de' picchetti a picchettare	300	440	580	720	860	140
Numero delle mazze. .	8	12	16	20	24	4
Numero de' pestoni . .	3	6	9	12	15	3
Numero delle seghe grandi e piccole.	1	2	3	4	5	1
Battente, doppia e semplice tesa, livello, piede di misura e cordino per la traccia. Di ogni specie.	1	2	3	4	5	1
Dormienti per piatteforme.	3	6	9	12	15	3
Tavoloni per piatteforme.	15	30	45	60	75	15
Picchetti pel battente, e piattaforma	7	14	21	28	35	7
Torte per congiungere i salcicciòni.	3	8	13	18	23	5

Adunque per la costruzione e servizio di una batteria armata di un sol pezzo, ci vogliono 11 artiglieri, 12 lavoratori di fanteria 30 pale zappe e zappapichi, 30 salciccione, 300 picchetti 8 mazze 3 pestoni, 1 sega, 1 battente 3 dormienti 15 tavoloni 7 picchetti per la spianata 3 torte.

Parimenti dallo stesso quadro si rilevano gli uomini e gli oggetti necessarî per la batteria armata di 2, 3, 4 e 5 pezzi.

Che se poi la batteria fosse armata con più di 5 pezzi per trovare il numero degli uomini e degli oggetti necessarî alla sua costruzione e servizio, si terrà il modo seguente.

L'ultima colonna verticale contiene le chiavi per tutte le colonne orizzontali, qualora il numero de' pezzi è maggiore di quello contenuto nella tavola. Per esempio se si cerca il numero di salciccioni per una betteria di 8 pezzi, si moltiplicherà questo numero di 8 diminuito di una unità, cioè il 7 per la chiave corrispondente che nell'ultima colonna è 14, ed al prodotto si aggiungerà il 30 numero notato nella prima colonna verticale in corrispondenza del 14. Il risultato che sarà 128 darà il chiesto numero di salciccioni.

Che se si domanderà il numero di picchetti corrispondenti alla batteria di 8 pezzi, sarà questo il risultato di 7 moltiplicato per 140, più il 300 cioè 1180.

40. D. *Come dall'istesso quadro si rileva il numero degli artiglieri necessarî al servizio delle bocche da fuoco, ed il numero degli ausiliarî da prendersi ne' corpi di fanteria?*

R. Il numero di artiglieri e degli ausiliarî di fanteria, corrispondenti ed una batteria di assedio armata di 1,2,3,4,5 bocche da fuoco è quello indicato nel quadro. Se poi si voglia per esempio ritrovar quello corrispondente ad una batteria di 10 bocche da fuoco, cannoni o obici, si terrà l'istesso metodo sopra indicato, cioè per gli artiglieri si moltiplica questo numero dieci meno uno cioè 9 per la chiave corrispondente alla quarta colonna che è 7 ed al prodotto 63 aggiunto il numero 11 notato nella prima colonna verticale saranno 74 il numero degli artiglieri necessarî per il servizio di una batteria di assedio di 10 bocche da fuoco, cannoni, o obici.

E parimenti per conoscersi gli ausiliarî di fanteria si moltiplica dieci meno 1 cioè 9 per 12 ed aggiunto 12 sarà 120 il numero che si cerca.

41\. D. *Quale è il numero degli uomini e degli oggetti necessarî per la costruzione di una batteria di assedio armata con mortari.*

R. Dal seguente quadro si rileva il numero degli uomini e degli oggetti necessarî per la costruzione di una batteria di assedio armata con mortari.

						Ch.
Numero de' pezzi . . .	1	2	3	4	5	1
Numero degli artiglieri.	8	12	16	20	24	4
Numero de' travagliatori di fanteria	12	24	36	48	60	12
Pale, zappe, zappapichi.	30	50	70	90	110	20
Gabbioni.	28	37	46	55	64	9
Salciccioni.	5	10	15	20	25	5
Picchetti per i gabbioni e salciccioni.	96	154	212	270	328	58
Numero delle mazze. .	8	12	16	20	24	4
Numero de' pestoni . .	3	6	9	12	15	3
Seghe grandi e piccole.	1	1	1	2	2.	
Dormienti per le spianate.	3	6	9	12	15	3
Tavoloni.	6	12	18	24	30	6
Picchetti per le spianate.	6	12	18	24	30	6
Doppia, e semplice tesa, cordino, Livella, e piede di misura	1	2	3	4	1	1

Adunque per la costruzione e servizio di una batteria armata di un sol mortaro il numero degli artiglieri è 8, quello de' lavoratori di fanteria è 12, le zappe pale e zappapichi sono 30 e così in seguito. E parimenti dallo stesso quadro nel modo stesso si rilevano gli uomini e gli oggetti necessarî alla batteria armata di 2, 3, 4, 5 mortari. Che se poi la batteria fosse armata con più di 5 mortari per trovare il numero degli uomini e degli oggetti necessarî alla sua costruzione e servizio si terrà il modo stesso indicato per le batterie di cannoni cioè:

Dall' ultima colonna verticale si ricava la chiave per tutte le colonne orizzontali, qualora il numero de' mortari è maggiore di cinque. Così per esempio volendo ritrovare il numero de' salciccioni per una batteria di 8 mortari si moltiplicherà 8 — 1 cioè 7 per la chiave corrispondente che è 5 ed al prodotto 35 aggiunto 5 numero che è nella prima colonna 40 saranno i salciccioni per una batteria di 8 mortari. E nel modo stesso si ritroverà che il numero degli artiglieri per la batteria armata di 8 mortari è di 34 e quello de' lavoratori di fanteria è di 96.

STRUMENTI ED ORDIGNI

NECESSARJ ALLE TRUPPE

DELL'ARTIGLIERIA E DEL GENIO

in Campagna.



1. D. *Quali sono i principali strumenti ed ordigni che si usano in campagna dall' Artiglieria e dal Genio?*

R. I principali ordigni e gli strumenti necessari in campagna, all'Artiglieria ed al Genio souo i seguenti:

Accetta. Strumento atto a tagliare, inacciaiato nel taglio. Ha d'ordinario il manico di frassino. Una piccola accetta a modo di martello più o meno grosso, un' estremità della quale è piatta e tagliente, vien nominata asce o ascia, e più comunemente *martello da muratore.* Dicesi ascia torta quella, il ferro della quale è curvo, ed il manico molto corto, e si adopera col taglio orizzontale, laddove l'accetta si maneggia col taglio verticale.

Barella. Arnese di legno che si porta a braccia da due persone per trasportar sassi, terra e simili.

Carriuola. Carretta a una sola ruota e due braccia che si mena da un uomo, e si adopera a trasportar terra ne' lavori delle trincee, delle mine.

Cassetta, tavoletta. Ordigno chiuso, col quale si dà fuoco alla mina a tempo determinato. La cassetta detta del Boule che ne fu l'inventore, ha la forma di un parallelepipedo a base quadrata.

Cazzuola. Arnese di ferro polito, con impugnatura di legno, che serve al muratore per maneggiare la calcina nel murare, intonacare e arricciare. Volgarmente dicesi anche *cucchiara.*

I coni di ferro. Servouo a' minatori per slargare, o praticare de' buchi nella terra nelle rocce.

Falso telaio. È composto di un cappello e di due montanti, e non ha base: in luogo della quale una traversa, sostenuta da un puntello, serve a mantenere il parallelismo de'suoi montanti. Questo falso telaio adoprasi a sostenere l'estremità dell'intelaiatura in una galleria di mina in sino a che il telaio ordinario sia posto al suo luogo.

Furcina, o forchetta. Asta di legno armata dall'un de'capi di un mezzo cerchio di ferro con punte allungate. La furcina è adoperata dal *capo della zappa* per posare e disporre da lontano le fascine e i gabbioni.

Licciajuola. Strumento di ferro fatto a forma di cuneo del quale si servono i segatori, come chiave, per girare gli altri strumenti, o per torcere i denti della sega.

Lingua di bue. Utensile del quale soprattutto fanno frequente uso i minatori ne' cattivi terreni per isgombrare il circuito del telaio, talchè possano collocare le diverse tavole dell'armatura o intelaiature.

Maglio. Mazza Strumento da zappatore fatto di legno duro in forma di martello a due teste, ma di molto maggior grandezza.

Mantelletto. Sorta di riparo mobile, fatto di tavoloni per lo più ricoperti di ferro e stabiliti sopra due ruote basse congiunte insieme con un grosso asse. Il mantelletto spingesi dinanzi a' zappatori ne' lavori della zappa, e serve per difenderli dalla moschetteria del nemico.

Marra da guastatore. Strumento assai acconcio a radere il terreno, e a lavorar poco addentro nel cielo delle gallerie delle mine e ne'lati.

Marra per i piccoli fossi. Strumento da minatore, sorta di vanga atta a scavar canali per lo scolo delle acque o per far le piote.

Martellina. Sorta di martello di acciaio il quale ha da un lato il piano da picchiare, e dall'altra il taglio; ed è strumento proprio de' minatori.

Martinello *comunemente detto Cric*. È composto di una barra di ferro dentata da un lato e ritenuta in una forte cassa, dove la barra è mobile per lungo ed ingrana co'denti in quelli di un rocchetto che una potenza fa girare mercè di un manubrio. Questa macchina si adopera per innalzare i pesi che si pongono all'estremità della barra, sopra un uncino, o un incavo che li tien fermi.

Mazza o mazzuola. Strumento di ferro per uso di battere e picchiare, rompere le pietre dure, battere ne' cunei e sugli scalpelli.

Mazzapicchio. Specie di martello di ferro, o di grosso legno.

Mazzeranga o pestone. Strumento fatto di un legno colmo,

piano nel fondo, ed unito ad una sottile mazza. Serve per battere e consolidare le terre.

Pala di ferro a forma di vanga. Sorta di strumento assai noto e si usa in molte occasioni sia per forare, sia per smuovere macigni ec. ec.

Pala. Adoperano i zappatori e gli artiglieri questo utensile, per muovere le terre sabbiose e di poca tenacità e gettarle da un sito in un altro.

Paletta. Pala rotonda. Il suo manico di legno come quello della pala.

Paniere, cesta o corbello. Utensile intessuto di stecche o assicelle di castagno o di altro legname, con due impugnature le quali formano continuazione delle pareti in due punti opposti. I lavoratori l'adoprano per trasportare le terre.

Pialla. Strumento di ferro col quale si puliscono e si fanno lisci i legnami.

Piccone. Strumento acciaiato nella punta. Si adopera nel taglio della rocca ed anco vantaggiosamente nelle fabbriche. Ha un manico di quercia.

Piccone a zappa o zappapicco. Da uno estremo è di figura acuminata, e da un altro di figura piatta di diversa tenacità, è acciaiato nel taglio all'estremità della zappa, e nell'estremità della punta ed ha un manico di quercia. Si usa ne' varî lavori di terra.

Piccone a foglia di salvia. Strumento a punta e taglio con un manico di quercia. Serve a scavare alcune terre e in ispezialtà quelle sabbiose.

Piccone a martello. Specie di piccone con punta e con testa. Il manico è di quercia.

Piombino. Strumento di piombo, il quale si appicca ad una cordicella, per trovar l'altezza delle opere, o la loro dirittura.

Puntaruolo. Bastone di ferro rotondo appuntato perchè si possa far penetrare con la mazzuola nelle fessure della rocca, che naturalmente si trovano o che si formano, per dividerla in parti, oppure nelle commessure delle pietre.

Ronco o ronconе. Serve a tagliare alcuni legnami, a nettarli e renderli aguzzi. Questo strumento dev' essere acciaiato. Ha il manico di frassino.

Scandaglio per le terre. Quest' utensile acciaiato alla punta, serve per iscandagliare la distanza dell'armatura della mina nemica che si prolunga parallelamente a un ramo o ad una galleria

Scalpello. Strumento di ferro taglieute in cima, col quale si lavorano le pietre ed i legni. I minatori adoperano gli scalpelli per rompere i sassi e le rocce, e s' usano di svariate maniere. In un estremo hanno il taglio inacciaiato.

Sega. Strumento di uso universale: la sua forma e quella

della sua lamina variano secondo le arti che l'adoprano, e ve ne ha di quelle destinate agli usi più ordinari del zappatore del minatore e dell'artigliere. Talune hanno alla parte principale una lamina di acciaio con denti da una sola banda. Innumerevole è la varietà delle *seghe a mano*.

Sfondatoio o sfoconatoio È un bastone di ferro che mettesi nel forame del petardo mentrecchè si fa l'intasamento, e che poi si ritira per introdurre l'innescatura nel canale che lascia.

Sorcio o portafuoco. È quell'ordigno che ordinariamente si usa per appiccare il fuoco alle mine e si compone di un trogolo a due canali ritondato in faccia alla camera delle polveri.

Squadra. Strumento di legno col quale si formano, o si riconoscono gli angoli retti.

Succhio, succhiello. Strumento di ferro fatto a vite, appuntato dall'uno de' capi, mentre dall'altro tiene un manico per lo più di legno: serve per bucare.

Subbia. Sorta di scalpello appuntato, col quale i minatori forano e rompono le mura, le rocce ec. Le punte sono inacciaiate e taglienti.

Tenaglia. Strumento di ferro acconcio a distaccare e tagliare le pietre penetrando nel mastice di una fabbrica, a sconficcare i pezzi della rocca o qualunque altro oggetto.

Chiamasi in ispezialtà tanaglia una strumento di ferro ad uso de' falegnami, e de' fabbri i quali con esso stringono, sconficcano, e traggono qualunque cosa con violenza: questa specie di tanaglia chiamasi anche *forbice*.

Telaio orecchiuto. Aggregato di travicelli insieme congegnati a quadro, l'estremità de' quali sporgono assai in fuori, a differenza de' telai ordinari che adopransi ne' lavori delle gallerie delle mine.

Trivella, trapano. Strumento col quale si fanno i fori nelle terre per rinnovar l'aria nelle gallerie delle mine, per iscoprire le vicine gallerie del nemico, e per ascoltarlo il più lontano che si possa, laddove si avanzi co' lavori sotterranei.

Uncino o rampone di zappa. Specie di furcina con una punta diritta ed una a guancia. Serve a situare i gabbioni a fin d'impedire agli artiglieri a' zappatori, di esporsi di vantaggio nelle batterie, nelle teste di zappa, come anche per fare spingere innanzi a loro il gabbione fascinato, e fermarlo laddove occorresse.

Vanga ricurva. Pala quadra, piegata ad angolo retto, e serve a tirare le terre dal fondo dei rami delle mine. Ha un manico di legno.

Ventilatore. Un artifizio, mercè del quale cacciasi via dai luoghi sotterranei, dalle gallerie coperte ec. l'aria morta divenuta mal sana, e nel tempo stesso si rinnova.

Verricello per le mine. Strumento, il quale serve a tirar su le terre dello scavo con una cassa ferrata e sospesa ad una fune, che si aggomitola intorno al cilindro.

Zappa. Strumento di ferro largo e curvo, che ha il manico di legno e col quale il lavoratore smuove la terra e la tira a se.

Zappullo. Strumento di ferro da levar terra, col quale gli artiglieri i zappatori ed i lavoratori scavano le trincee e gli approcci, a fin di accostarsi al nemico senza temerne le offese. Va unito ad un manico di legno.

2. D. *Di questi strumenti ed ordigni quali sono più particolarmente adoperati ne' lavori di terra?*

R. Gli artiglieri e le truppe del genio per i lavori di terra ordinariamente adoprano i seguenti strumenti ed ordigni.

La *carriola*, la *furcina*, il *maglio*, la *marra*, la *mazza*, il *mazzapicchio*, la *pala*, il *paniere*, il *piccone a zappa*, il *piombino*, il *pestone*, la *trivella*, il *rampone*, la *vanga*, la *zappa*, il *zappullo*.

3. D. *Quali sono gli strumenti e gli ordigni più particolarmente necessarî per la costruzione delle spianate e de' rivestimenti delle batterie?*

R. Gli strumenti e gli ordigni ordinariamente necessarî agli artiglieri per la costruzione delle spianate e de' rivestimenti delle batterie sono i seguenti.

L'*accetta*, l'*ascia*, la *mazza*, il *mazzapicchio*, la *pala*, la *pialla*, il *piccone*, il *piombino*, il *ronco*, la *sega*, la *squadra*, il *succhio*.

4. D. *Quali sono i principali strumenti e gli ordigni che si adoprano nella costruzione ed uso delle mine?*

R. I principali strumenti e gli ordigni che si adoprano dalle truppe del genio nella costruzione e nell'uso delle mine sono i seguenti:

La *cassetta*, i *coni di ferro* la *cucchiaia* il *falso telaio*, la *lingua di bue*, la *linguetta*, la *martellina*, il *martello a due punte*, la *marra*, il *martello da muratore*, la *mazza*, la *pala* la *paletta*, le *pistolette*, il *piccone*, ed il *piccone a punta e taglio*, lo *scarpello*, lo *spillo*, la *subbia*, il *telaio orecchiuto*, la *tenaglia*, la *trivella*, la *vanga ricurva*, il *varricello*.

NOMENCLATURA

De' pezzi del moschetto, modo di montarlo e smontarlo
e regole pratiche pel tiro.

CAPITOLO I.

Del fucile o del moschetto.

1. D. *In quante parti si divide il moschetto?*

R. Il moschetto col quale sono armati i nostri reggimenti di artiglieria, ed i due battaglioni zappatori e pionieri si dividono in molte parti. Eccone le principali. La *canna*, la *cassa*, i *fornimenti*, la *piastrina*, le parti *esterne*.

2. D. *Che cosa è la canna.*

R. La canna è quel tubo dove s' intromette la carica, e comunica con la parete esterna per mezzo del canaletto di lumiera (*focone*).

3. D. *Cosa è la cassa del moschetto?*

R. La cassa del moschetto, è quella parte che incassa e tiene ferma la canna.

4. D. *Quali sono i fornimenti o guarniture del moschetto?*

R. I fornimenti, o le guarniture del moschetto, sono il *boccaglio*, la *granatiera*, la *cappuccina*, e le rispettive molle: come pure la *contropiastrina*, il *sottoponte*, il *ponte*, i *battenti*, il *grilletto*, la *piastra del calcio*.

5. D. *Cosa è il boccaglio?*

R. Il boccaglio è quell' ordegno che affascia il lembo del fusto e la canna.

6. D. *Cosa è la granatiera?*

R. La Granatiera è quell' ordegno che avvince la canna nel mezzo del fusto.

7. D. *Cosa è la cappuccina?*

R. La cappuccina è quell' ordegno che stà dove il canale della bacchetta comincia ad essere coperto dalla cassa.

8. D. *A che servono le molle di guarnitura?*

R. Le molle di guarnitura s' incastrano nel fusto con punte trasversali, e tendono a frenare le fascette.

9. D. *Cosa è la contropiastrina?*

R. La contropiastrina è quell' ordegno che modificato in S, si applica nel verso opposto della piastrina, e serve di ritegno a due grandi viti che perciò si dicono di contropiastrina.

10. D. *Cosa è il sottoponte, o lo scudo?*

R. Il sottoponte, o lo scudo, è quell'ordegno che ha due risalti perpendicolari alla sua lunghezza, i quali di unito al nodo posteriore del ponte, danno appoggio alle dita, per impugnare con fermezza l'arme.

11. D. *Cosa è il ponte?*

R. Il ponte è quell'ordegno che covre il grilletto.

12. D. *Cosa è il grilletto?*

R. Il grilletto è quell'ordegno che compresso mette in moto lo *sparatoio*.

13. D. *Cosa è il battente della sottoguardia?*

R. Il battente della sottoguardia è identico a quello della granatiera, ed ambedue si prestano per disporre l'arme in bandoliera, mediante la correggiuola che passa per entrambi.

14. D. *Cosa è la piastra del calcio?*

R. Il calcio del fucile si guarnisce con una piastra piegata a squadra, e fissata da viti a legno.

15. D. *Che cosa è la piastrina e quali ne sono le sue parti principali?*

R. La piastrina è quell'ordegno che si aggiusta alla cassa di ogni arma da fuoco portatile, e serve ad accendere la civa, e dar fuoco alla carica. Le sue parti principali sono la *cartella* il bacinetto, la *martellina*, il *cane*, la *briglia*, lo *sparatoio*, 3 molle e 7 viti, senza comprenderci la vite del cane, nè le due di contropiastrina.

16. D. *Cosa è la cartella, e il corpo della piastrina?*

R. La cartella, o il corpo della piastrina è quell'ordegno che sostiene nelle rispettive posizioni tutti i pezzi della piastrina.

17. D. *Cosa è il bacinetto?*

R. Il bacinetto è quella parte della piastrina in cui si mette la civa.

18. D. *Cosa è la martellina?*

R. La martellina, è quella parte della piastrina che cuopre il bacinetto.

19. D. *Cosa è il cane?*

R. Il cane della piastrina è quel ferro che tra le mascello rinserra la pietra focaia.

20. D. *Cosa è la noce?*

R. La noce è quel ferro qual piatto, dal quale più particolarmente dipende l'operazione del far fuoco.

21. D. *Cosa è la briglia?*

R. La briglia copre la noce senza conturbarne il movimento.

22. D. *Cosa è lo sparatoio?*

R. Lo sparatoio è quell'ordegno conformato a gomito, il di cui ramo lungo va compresso dal grilletto, ed il ramo corto artiglia i denti della noce.

23. D. *Cosa sono le molle?*

R. Le molle sono delle fasce di acciaro, piegate ed affidate al corpo della piastrina, ciascuna da una vite e da un perno.

24. D. *Quali sono le parti esterne del fucile?*

R. Le parti esterne del fucile sono la bacchetta e la baionetta.

25. D. *Cosa è la bacchetta?*

R. La bacchetta è l'ordegno necessario per intasar la carica nella canna del fucile.

26. D. *Cosa è la baionetta?*

R. La baionetta è quella specie di robusto pugnale di acciaio, che s'inasta alla bocca del fucile e produce gli effetti della picca. Quando non è sulla canna si porta in un fodero di suola con puntale di ferro.

27. D. *Quale si è dunque la nomenclatura delle parti componenti il moschetto?*

R. La nomenclatura delle parti componenti il moschetto è la seguente.

La canna, il focone, il vitone, la cassa, il boccaglio, la cappuccina, le molle, la contropiastrina, il sottoponte, il ponte, il grilletto, il battente, la piastra del calcio, le piastrina, la cartella, il bacinetto, la martellina, il cane, la noce, la briglia, lo sparatoio, le molle della piastrina, la bacchetta, la baionetta.

Del modo di montare e smontare il moschetto.

28. D. *Come si deve smontare il moschetto?*

R. L'ordine che si deve tenere nel disgiungere i pezzi di un moschetto è il seguente. Bisogna I. togliere la baionetta, II. la bacchetta, III. le due viti della contropiastrina, IV. la contropiastrina, V. la piastrina, VI. la punta del battente di sottoguardia, VII. la punta del grilletto, VIII. il ponte, IX. il grilletto, X. il boccaglio, XI. la granatiera, XII. la cappuccina, XIII. la vite della culatta, XIV. la vite dello scudo, XV. la canna, XVI. il bottone di culatta.

29. D. *Come si deve montare il moschetto?*

R. I suddetti pezzi si debbono connettere con ordine contrario, cioè incominciando da XVI. il bottone di culatta, di poi XV. la canna, dopo XIV. la vite dello scudo, quindi la vite della culatta, la cappuccina, la granatiera ec.

30. D. *Come si disgiungono i pezzi componenti la piastrina?*

R. I pezzi componenti la piastrina si disgiungono col seguente ordine. I. S'incomincerà dallo staccare la molla dello sparatoio, II. lo sparatoio, III. la briglia, IV. la noce, V. il cane, VI. la molla reale, VII. la martellina VIII. la molla della martellina, IX. il bacinetto, X. la vite del cane, XI. la mascella mobile del cane.

Si badi però che per isvitare le molle, si deve usare il nuovo tiramolle, il quale ne frena l'elasticità con vite di pressione.

31. D. *Come si debbono connettere i pezzi componenti la piastrina?*

R. I pezzi componenti la piastrina, si debbono connettere con procedimento inverso, cioè incominciando da XI. la mascella mobile del cane, dipoi X. la vite del cane, dopo IX. il bacinetto e quindi la molle della martellina, la martellina ec.

Regole pratiche per ben tirare col moschetto.

32. D. *Quali sono i principî che guidano al giusto tiro del moschetto?*

R. I principî generali ricavati dall'esperienza per il giusto tiro del moschetto caricato colla nostra polvere di 230 metri, e col cartoccio 1/36 di libbra sono i seguenti (1).

I. Tirando col moschetto senza la baionetta in un terreno orizzontale; e volendo ferire al mezzo di un soldato di regolare altezza bisogna dalla più piccola distanza sino a m. 80 mirare all'altezza della pancia.

Da 80 metri a 160 metri mirare all'altezza del petto.

Da 160 a 200 metri mirare all'altezza della testa.

II. Tirando poi col moschetto inastato colla baionetta bisogna mirare alla pancia quando si è alla distanza di 80 metri, al petto alla distanza di 120 metri, e 160 metri bisogna mirare all'altezza della testa.

Per tutte le altre distanze maggiori, il tiro del moschetto si considera di poco momento, se si dirige contro gl' individui isolati, ed è soltanto di qualche effetto se si dirige contro le masse.

Tali regole si applicano ugualmente pe' fuochi diretti come per quelli obliqui, epperò per essere sempre applicate con risultamento, fa d'uopo nel tirare far passare il raggio visuale che si dirige all'oggetto, per i punti più alti della culatta e dell'anello della baionetta, che se un tal raggio si fa passare al di sopra della culatta, allora per ogni distanza, bisogna mirare più basso del punto che si è indicato.

Ove poi si tira sopra un terreno ineguale, per le distanze indicate, se si tira da basso in alto fa d'uopo mirare più alto, che se si tirasse sul terreno orizzontale. Ma tali differenze sono soltanto sensibili quando il pendio del terreno è assai significante.

---

(1) Il punto in bianco del nostro moschetto tirando senza la baionetta si è ritrovato nelle nostre scuole di artiglieria a 188 metri, colla baionetta senza anelletto è a 142 metri e colla baionetta e l'anelletto è a 92 metri.

E nel generale vale assai meglio di far mirare sempre un poco più basso, giacchè il soldato naturalmente inclina il fucile in senso opposto.

38. D. *Quali altre regole bisogna benanche aver presente nel tiro del moschetto?*

R. I. Bisogna che il soldato si situi a piombo, e fissi attentamente all' oggetto che vuol ferire, per vederne ad occhio la posizione e la distanza.

II. Deve incrillare l' arma alzandola perpendicolarmente, in guisa che la canna nasconda all' occhio la linea verticale che divide in due il bersaglio.

III. Deve impostare il moschetto, in guisa che la linea di mira sia nel piano verticale che passa per l' occhio e per la metà del bersaglio.

IV. Prima di tirare deve applicar bene la piastra del calcio alla spalla dritta, e non già il solo estremo; come spesso si usa.

V. Poggiare il dito sull' estremità del grilletto e non già sul mezzo, appoggiandolo gradatamente senza scossa, avendo sempre l' estremo del moschetto diretto al bersaglio, e facendo partire il colpo quando il punto superiore della mira, è nella direzione ed all' altezza conveniente alla distanza del bersaglio.

VI. Non chiudere l' occhio nè girare la testa, non elevare non abbassare il moschetto, nè muovere il corpo quando parte il colpo; ma al contrario contener bene l' arma, mirando all'oggetto anche dopo lo scoppio.

ALGEBRA.

CAPITOLO I.

Definizioni, e nozioni preliminari.

1. D. *Di che tratta l' Algebra e come si contrassegnano le varie grandezze.*

R. L' *Algebra* è una scienza, che dà le regole di fare in generale il calcolo di tutte le grandezze, contrassegandole con caratteri generali. I caratteri de' quali si fa uso nell' Algebra sono lettere dell' alfabeto a, b, c, d; e, f, ec.; e con esse s' indica qualunque numero, qualunque linea, qualunque superficie, qualunque solido, qualunque moto, qualunque tempo, qualunque velocità, qualunque forza, ec.

2. D. *Quali sono i segni che benanche si adoprano nell' Algebra?*

R. S' adoprano anche nell' Algebra i seguenti segni.

$+$ Segno dell' addizione, che si pronunzia col vocabolo *più*. Così $a+b$ significa che il b deve essere aggiunto all' a; e si pronunzia dicendo a più b.

$-$ Segno della sottrazione, che si spiega col vocabolo *meno*. Così $a-b$ significa che il b si sottrae dall' a; e si pronunzia dicendo a meno il b.

$=$ Segno dell' uguaglianza, che si spiega col vocabolo *uguale*. Così $x=a+b$ dinota che x, ed $a+b$ contrassegnano grandezze uguali; e s' esprime dicendo x è uguale ad $a+b$.

$>$ Segno, che s' esprime col vocabolo *maggiore*. Così $x>a$ dinota che la grandezza, contrassegnata da x, è maggiore della contrassegnata da a. S' esprime dicendo x maggiore di a.

$<$ Segno, che s' esprime col vocabolo *minore*. Così $x<a$ dinota che la grandezza, contrassegnata da x, è minore della contrassegnata da a. S' esprime dicendo x minore di a.

$\sim$ Segno, che si esprime col vocabolo *simile*. Così, se a, e b contrassegneranno due figure simili, si noterà $a \sim b$, e si dirà essere la figura a simile alla figura b.

∞ Segno, che s' esprime col vocabolo *infinito*. Così $x=\infty$ dinota essere la grandezza, contrassegnata da x, infinita; e s' esprime dicendo x uguale all' infinito.

$\sqrt{\ }$ Segno radicale, che si esprime col vocabolo *radice*; e dinota che dalla grandezza, sotto di esso contenuta, si deve estrarre la radice; la quale radice sarà la seconda, se sul detto segno vi sarà il 2, o nulla; la terza, se vi farà il 3; la quarta, se vi sarà il 4; e così procedendo all'infinito. Così $\sqrt[3]{a+b}$ dinota che da $a+b$ si deve estrarre la radice terza.

Qualora si vuole moltiplicare a per b, il prodotto si nota dagli Algebristi con iscrivere ab, o ba. Qualora poi si vuole disegnare che due espressioni algebraiche si debbono insieme moltiplicare, per esempio

a per b, $a+b$ per c, $a+b$ per $c-d$,

si praticano i seguenti modi, cioè

$a \cdot b$ . . . . $a \times b$

$\overline{a+b} \cdot c$ . . . . $\overline{a+b} \times c$ . . . . . . $(a+b)c$

$\overline{a+b} \cdot \overline{c-d}$ . . . . $\overline{a+b} \times \overline{c-d}$ . . . $(a+b)(c-d)$

Qualora poi si vuole disegnare che un'espressione algebraica si dee dividere, per un'altra per esempio

a per b $a+b$ per c, $a+b$ per $c-d$

s'adoprano i modi seguenti, cioè

$a : b$ . . . . $\frac{a}{b}$

$\overline{a+b} : c$ . . . . $\frac{a+b}{c}$ . . . $(a+b) : c$

$\overline{a+b} : \overline{c-d}$ . . . . $\frac{a+b}{c-d}$ . . . $(a+b) : (c-)$.

8. D. *Che s' intende per grandezza algebraica?*

R. Si dice *grandezza algebraica* ogni espressione fatta con lettere, e colla quale si contrassegna qualche grandezza. Se una grandezza algebraica costa d'una sola lettera, o di più, senza essere divise dalli segni $+$, e $-$, si dice *grandezza algebraica semplice*, o *monomio*; se poi costa di più lettere, e queste sono divise da' segni $+$, e $-$, si dice allora in generale *grandezza algebraica composta*; e in ispezie *binomio*, *trinomio*, *quadrinomio*, o *polinomio*, secondochè viene composta da due, da tre, da quattro, o da più di quattro monomi. E di più i monomi, componenti le grandezze composte, si dicono ancora *termini* delle medesime grandezze.

Così $3a^2 b$ è grandezza semplice: $2a^2 + 3ab$ è un binomio: $5ax^2 - 3a^2 b + 7c^2 x$ è un trinomio, ec.

4. D. *Quali sono le grandezze algebraiche positive e quali le negative?*

R. Le grandezze semplici, precedute dal segno + si dicono *grandezze algebraiche positive*, e *grandezze algebraiche negative* quelle, che sono precedute dal segno —.

Colle grandezze algebraiche negative contrassegnano gli Algebristi le grandezze considerate non nella direzione propria, ma nella direzione opposta, non nella classe, o spezie, nella quale sono, ma nella classe, o spezie contraria. Così diciamo avere un uomo camminato verso Roma — 1, — 2, — 3, ec. miglia, quando ha camminato per direzione opposta ad 1, 2, 3, ec. miglia. cioè a dire invece di avvicinarsi a Roma per 1, 2, 3 se n'è allontanato per altre 1, 2, 3 miglia. Così ancora diciamo possedere un uomo — 10, — 20, — 30, ec. ducati, quando ha di debito 10, 20, 30, ec. ducati.

Si noti che il + per brevità del calcolo non si nota innanzi al primo termine d'ogni grandezza algebraica composta, quando il + l'appartiene; e perciò, non trovandovi segno innanzi al detto termine, si deve sempre sottintendere il +.

5. D. *Che s'intende per coefficiente di una grandezza algebraica?*

R. Si dice *coefficiente* il numero, che si premette a un'espressione algebraica, per dinotare quante volte viene presa la grandezza da essa contrassegnata.

Così i numeri 1, 2, 3, ec., che precedono l'espressione algebraica *abc* in 1*abc*, 2*abc*, 3*abc*, ec., sono i suoi coefficienti, e dinotano che la grandezza, contrassegnata da *abc*, è presa 1, 2, 3, ec. volte.

Si noti che il coefficiente 1 per brevità del calcolo si tralascia; onde si scrive sempre *abc* in vece di 1*abc*: però sempre si dee tale coefficiente sottintendere, qualora non si trova notato.

6. D. *Che s'intende per esponente di una grandezza algebraica?*

R. Si dice *esponente* di ogni grandezza il numero, che si mette a destra ed alquanto più alto della lettera, che l'esprime.

Così in $a^2 b^3$ il 2 è l'esponente di a, e'l 3 esponente del b.

CAPITOLO II.

Delle quattro operazioni degli interi.

7. D. *Come si esegue la somma delle grandezze algebraiche intere?*

R. Si scrivano le grandezze, semplici o composte che sieno, l'una appresso l'altra co' segni, che hanno. Si faccia la contrazione, se v'ha luogo tra quelle perfettamente simili e le altre si scrivono le une appresso le altre cogli stessi segni, ciò che nasce, è la somma cercata. Così ne' quattro seguenti esempi.

I.

$+3a^2$
$+5a^2$ aggiu.

Som. $3a^2 + 5a^2 = 8a^2$

II.

$+7xy$
$-2xy$ aggiu.

Som. $7xy - 2xy = 5xy$.

III.

$2a^2 - 3ab + 7c^2 + 7y^2$
$5a^2 + 3ab - 8c^2 - 4xy$ aggiu.

Som. cont. $7a^2 - c^2 + 7y^2 - 4xy$.

IV.

$3a^2 b^3 - 6ac^4 + 9y^5 z - 8a^2 z^3 + 5c^4 z$
$- 7y^2 z^3$
$2a^2 b^3 - 2ac^4 - 7y^5 z + 5a^2 z^3 -$
$4c^4 z + 7y^2 z^3$ aggiu.

Som. con. $5a^2 b^3 - 7ac^4 + 2y^5 z - 3a^2 z^3 + c^4 z$.

Nel primo caso $3a^2$ si è sommato con $5a^2$ perchè erano grandezze simili e si è avuto $8a^2$; e nel secondo esempio la somma si è ritrovata essere $5xy$. E parimenti si è ritrovata la somma del terzo e quarto esempio.

8. D. *Come si esegue la sottrazione delle grandezze algebraiche intere?*

R. Si scrivano le grandezze, semplici o composte che sieno, l'una appresso l'altra, con mutare tutt' i segni + in —, e i segni — in + nella grandezza o nelle grandezze da sottrarre. Si faccia, se v'ha luogo, allora la contrazione tra le grandezze

perfettamente simili e le altre si scrivono le une appresso le altre e ciò, che nasce, è il risiduo cercato.

$$\begin{array}{rl} & 3a^2 \\ & 2a^2 \text{ sott.} \\ \hline \text{Res.} & 3a^2 - 2a^2 = a^2 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} & -5xy \\ & -7xy \text{ sott.} \\ \hline \text{Res.} & -5xy + 7xy = 2xy. \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & 3a^2 - 2ab + 7c^2 \\ & 2a^2 + 3ab - 5c^4 \text{ sott.} \\ \hline \text{Res. cont,} & a^2 - 5ab + 12c^2. \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & 5a^2 - 3ab + 7c^3y - 5zv + 8a^3b^2c - 4a^3b^2 - 7c^2z \\ & 2a^2 - 4ab - 2c^3y + zv + 8a^3b^2c - 5a^3b^2 - 6c^2z \text{ sott.} \\ \hline \text{Res. con.} & 3a^2 + ab + 9c^3y - 6zv + a^3b^2 - c^2z. \end{array}$$

Nel primo e secondo esempio la sottrazione delle grandezze si è eseguita e si sono avuti i residui a^2 e $2xy$ essendosi cambiati i segni del sottrattore, ed in seguito operato come nella somma. Nel terzo e quarto parimenti si sono fatte le contrazioni delle grandezze simili e le altre si sono scritte nel residuo.

9. D. *Come si esegue la moltiplicazione delle grandezze algebraiche intere?*

R. Se le grandezze sono semplici si scrivano le grandezze l'una sotto l'altra; e si tiri sotto di esse una linea. Si noti sotto la linea per segno del prodotto il +, se i fattori hanno l'istesso segno, e 'l —, se hanno segni diversi. Appresso il segno si scriva il prodotto de' coefficienti numerici, purchè non sia l'unità, che per brevità si tralascia. Dopo il coefficiente si scrivano le lettere d'ambidue i fattori coll'ordine, che si vuole; scrivendo però quelle, che si dovrebbero più volte replicare, una sola volta, dando ad esse per esponenti le somme degli esponenti, che hanno ne' due fattori. Ciò, che s'avrà, sarà il prodotto cercato.

Se le grandezze sono composte si scrivano le grandezze come le semplici le une sotto le altre, e sotto di esse si tiri pure una linea. Si moltiplichi ciascun termine del fattore superiore pel primo termine del fattore inferiore, procedendo o da sinistra a destra, o al contrario; e i prodotti particolari si notino l'uno dopo l'altro sotto la linea. Si moltiplichi di nuovo ciascun termine del fattore superiore pel termine secondo del fattore inferiore; e i prodotti particolari si notino pure l'uno dopo l'altro sotto gli antecedenti; e così si proceda innanzi, finchè non vi sia termine nel fattore inferiore, non adoperato nella moltiplicazione. S'uniscano finalmente in una somma contratta tutt'i prodotti particolari trovati e sarà sì fatta somma il prodotto cercato.

I.	II.
$+\ 4a^2 bc^2$	$+\ 8a^5 b^3$
$+\ 3ab$	$-\ 4a^2 b^2 x$
Prod. $+\ 12a^3 b^3 c^2$	Prod. $-\ 32a^7 b^5 x$
$-\ 3x^m b^2$	$-\ 5a^2 b^{2r} y^2$
$-\ 2x^n b^r$	$-\ 3a^7 b\ \ z^2$
Prod. $+\ 6x^{m+n} b^{r+2}$	Prod. $+\ 15a^9 b^{2r+1} y^2 z^2$.

10. D. *Come si dividono le grandezze algebraiche semplici?*

R. Si noti per segno del quoziente il $+$, se il dividendo, e'l divisore hanno l'istesso segno, e'l $-$, se hanno segni diversi.

Dopo il segno si scriva il quoziente de' coefficienti numerici, purchè non sia l'unità, che si suole tralasciare.

Appresso si scrivano tutte le lettere del dividendo; però quelle, che sono anche nel divisore cogli stessi esponenti, non si scrivano; quelle poi, che sono pure nel divisore, ma con esponenti diversi, si scrivano, dando ad esse per esponenti gli eccessi degli esponenti, che hanno nel dividendo, su gli esponenti, che hanno nel divisore.

Finalmente le lettere del divisore, che non si trovano nel dividendo, se avvene alcuna, si notino sotto le altre, intramettendovi una linea.

Ciò, che s'avrà, sarà il quoziente cercato.

$$\text{I.}\ \frac{8a^5}{4a^3} = +\ 2a^2$$

$$\text{II.}\ \frac{15a^5 b^4 cx^2}{-\ 3a^3 bc} = -\ 5a^2 b^3 x^2$$

$$\text{III.}\ \frac{-\ 20a^m b^5 x^2 y}{-\ 4a^n b^4 x^2 yz^3} = +\ \frac{5a^{m-n} b}{z^3}.$$

11. D. *Come si divide una grandezza algebraica intera composta per un'altra semplice o composta che sia?*

Si stabilisca ad arbitrio con quale termine del divisore si vuol fare la divisione; e sì fatto termine si metta per primo del divisore.

Si dispongano i termini del dividendo in modo, che'l primo contenghi le lettere del primo termine del divisore cogli esponenti massimi, e gli altri successivamente cogli esponenti minori, e minori.

Si scriva a destra il dividendo ordinato, e a sinistra il divisore; e sotto il divisore si tiri una linea.

Si divida il primo termine del dividendo pel primo termine del divisore, e'l quoziente si noti sotto la linea del divisore; e questo sarà il primo termine del quoziente cercato.

Si moltiplichi l'intero divisore pel quoziente trovato; e'l prodotto si sottragga dal dividendo, notando il residuo primo coll'istesso ordine, che s'è scritto il dividendo.

Si divida in oltre il primo termine del residuo primo pel primo termine del divisore, e'l quoziente si noti appresso il primo trovato; e questo sarà il secondo termine del quoziente cercato.

Si faccia col secondo termine del quoziente ciò, che s'è fatto col primo; e così si proceda innanzi, finchè niente vi rimanga del dividendo, o vi rimanga qualche grandezza indivisibile pel primo termine del divisore, che si dirà *residuo* della divisione.

Il quoziente trovato, se non vi sarà residuo, o se vi sarà, il quoziente trovato coll'aggiunta del rotto, che avrà per numeratore il detto residuo, e per denominatore il divisore, farà il quoziente cercato.

Sia da dividersi $6a^4 - 16a^3b + 18a^2b^2 - 20ab^3$ per $3a^2 - 2ab + 5b^2$.

Dividendo	$6a^4 - 16a^3b + 18a^2b_2 - 20ab^3$
	$6a^4 - 4a^3b + 10a^2b^2$
Residuo	$1.0 - 12a^3b + 8a^2b^2 - 20ab^3$
	$- 12a^3b + 8a^2b^2 - 20ab^3$
Div. $3a^2 - 2ab + 5b^2$	0 0 0
Quo. $2a^2 - 4ab$	

I. *Si divida* $6a^4$, *primo termine del dividendo, per* $3a^2$, *primo termine del divisore; e'l quoziente* $2a^2$ *si scriva sotto la linea del divisore. Si moltiplichi poscia l'intero divisore per* $2a^2$, *primo termine del quoziente, e'l prodotto* $6a^4 - 40^3b + 10a^2b^2$ *si scriva sotto il dividendo, e da esso si sottragga. Finalmente il residuo primo* $- 12a^3b + 8a^2b^2 - 20a^3b$ *si scriva sotto il prodotto notato.* II. *Si divida* $- 12a^3b$, *primo termine del residuo primo, per* $3a^2$, *primo termine del divisore; e'l quoziente* $- 4ab$ *si scriva appresso il primo. Poscia si moltiplichi l'intero divisore per* $- 4ab$, *secondo termine del quoziente, e'l prodotto* $- 12a^3b + 8a^2b^2 - 20ab^3$ *si scriva sotto il residuo primo, e da esso si sottragga. Sicchè, essendo zero il residuo secondo, sarà* $2a^2 - 4ab$ *il quoziente cercato.*

Sia da dividersi $y^6 + a^2y^4 - c^2y^4 - 2a^4y^2 + a^2c^2y^2$ per $y^2 - a^2$.

Divid. $y^6 + a^2y^4 - c^2y^4 - 2a^4y^2 + a^2c^2y^2 \quad y^6 - a^2y^4$

$0 + 2a^2y^4 - c^2y^4 - 2a^4y^2 + a^2c^2y^2$

$2a^2y^4 \qquad - 2a^4y^2$

$0 - c^2y^4 + a^2c^2y^2$

$- c^2y^4 + a^2c^2y^2$

$0 \qquad 0$

Divis. $(y^2 - a^2)$

Quoz. $(y^4 + 2a^2y^2 - c^2y^2)$

Sia da dividersi $10a^2b^2 - 29abxy + 9x^2y^2$ per $2ab - 5xy$.

Divid. $10a^2b^2 - 29abxy + 9x^2y^2$

$10a^2b^2 - 25abxy$

$0 - 4abxy + 9x^2y^2$

Div. $2ab - 5xy \qquad - 4abxy + 10x^2y^2$

$0 - x^2y^2$

Quo. $5ab - 2xy \dfrac{x^2y^2}{2ab - 5xy}$.

Perchè in questa divisione il residuo secondo $-x^2y^2$ è indivisibile per $2ab$; perciò al quoziente $5ab - 2xy$ s'è aggiunto il rotto $-\dfrac{2ab - 5xy}{x^2y^2}$.

CAPITOLO III.

De' rotti algebraici.

12. D. *Che s'intende per rotto algebraico, e di un rotto quale è il numeratore e quale il denominatore?*

R. Si dice *rotto* in Algebra ogni espressione algebraica, che consiste in una grandezza algebraica da dividersi per un'altra. Si dicono in ogni rotto *numeratore* il dividendo, e *denominatore* il divisore.

Così $\dfrac{a+b}{c-d}$ è un rotto, e sono $a+b$ il numeratore, e $c-d$ il denominatore.

13. D. *Quale si dice rotto vero e quale rotto spurio?*

R. Si dice *rotto vero* quello il cui numeratore non è affatto divisibile pel denominatore, e *rotto spurio* quello, il cui numeratore è divisibile pel denominatore.

Così $\frac{a+b}{c}$ è rotto vero; e $\frac{a^2+ab}{a}$, $\frac{a^2+bc}{a}$ sono rotti spurî; perchè $\frac{a^2+ab}{a}=a+b$, e $\frac{a^2+bc}{a}=a+\frac{bc}{a}$.

14. D. *Quale è la proprietà principale e caratteristica de' rotti?*

R. I rotti veri o spurî non mutano di valore se si moltiplica o si divide per la stessa grandezza sì il numeratore come il denominatore.

Contrassegnino $\frac{a}{b}$ qualsivoglia rotto, ed x qualsisia grandezza intera.

I. Essendo $\frac{a}{b}=ab^{-1}$ (§. 25), e $\frac{ax}{bx}=ab^{-1}$; farà $\frac{a}{b}=\frac{ax}{bx}$ $=\frac{a+x}{b+x}$.

II. In oltre, essendo $\frac{a}{b}=ab^{-1}$, e $\frac{a:x}{b:x}=\frac{ax^{-1}}{bx^{-1}}=ab^{-1}$; farà $\frac{a}{b}=\frac{a:x}{b:x}$.

15. D. *Come si riduce una grandezza algebraica, composta da un' intero e da un rotto, tutta in rotto, senza che muti il suo valore?*

R. Si moltiplichi l' intero pel denominatore del rotto.

Al prodotto, che si ha, s'aggiunga il numeratore dell' istesso rotto col segno, che l' appartiene.

Sotto la somma, che nasce, si scriva per denominatore il denominatore del rotto.

S' avrà in tal modo il rotto cercato.

$$\text{I. } a+\frac{b}{c}=\frac{ac+b}{c}$$

$$\text{II. } x+y-\frac{c^2}{x-y}=\frac{x^2-y^2-c^2}{x-y}.$$

16. D. *Come si sommano insieme due o più rotti?*

R. I. Se i rotti dati hanno l' istesso denominatore, si sommino i numeratori di essi, e sotto sì fatta somma si scriva il comune denominatore. Il rotto, che s' avrà, farà la somma cercata.

II. Se poi hanno denominatori diversi, si riducano prima all' istesso denominatore, e poscia se ne ritrovi la somma, come nel caso precedente.

I. Sieno i rotti dati $\frac{a}{b}, \frac{c}{b}$; la somma di essi farà $\frac{a+c}{b}$.

II. Sieno i rotti dati $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$; perchè, ridotti all'istesso denominatore, sono $\frac{ad}{bd}, \frac{bc}{bd}$, sarà la somma di essi $\frac{ad+bc}{bd}$.

Se si dovrà sommare a con $\frac{b}{c}$, la somma farà $a+\frac{b}{c}=\frac{ac+b}{c}$.

Se poi si dovrà sommare $a+\frac{b}{c}$ con $d-\frac{x}{y}$; essendo $a+\frac{b}{c}=\frac{ac+b}{c}$, e $d-\frac{x}{y}=\frac{dy-x}{y}$; farà la somma $=\frac{acy+by+cdy-cx}{cy}$.

17. D. *Come da un rotto se ne sottrae un altro?*

R. I. Se i rotti hanno l'istesso denominatore, dal numeratore di quello, da cui si deve l'altro togliere, si sottragga il numeratore dell'altro, e sotto si fatto residuo si scriva il comune denominatore. Il rotto, che s'avrà, sarà il residuo cercato.

II. Se poi hanno denominatori diversi, si riducano prima all'istesso denominatore, e poscia si faccia l'operazione, come nel caso primo.

I. Sia da sottrarsi $\frac{c}{b}$ da $\frac{a}{b}$. Il residuo sarà $\frac{a-c}{b}$. II. Sia da sottrarsi $\frac{c}{d}$ da $\frac{a}{b}$; perchè, ridotti all'istesso denominatore, sono $\frac{ad}{bd}, \frac{bc}{bd}$, sarà il residuo $\frac{ad-bc}{bd}$.

18. D. *Come si moltiplica un rotto per un altro?*

R. Si moltiplichino il numeratore pel numeratore, e 'l denominatore pel denominatore. Il rotto, che s'avrà, farà il prodotto cercato.

$$\text{I. } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

$$\text{II. } \frac{a^2-b^2}{x+y} \times \frac{a^2}{x-y} = \frac{a^4-a^2b^2}{x^2-y^2}.$$

19. D. *Come si moltiplica un intero per un rotto, o intero e rotto per intero e rotto?*

R. Se si dovrà moltiplicare a per $\frac{b}{c}$, il prodotto sarà $\frac{a}{1}\times\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$. E se si dovrà moltiplicare $a+\frac{b}{c}$ per $d-\frac{x}{y}$ il prodotto sarà ad $+\frac{bd}{c}-\frac{ax}{y}-\frac{bx}{cy}=\frac{acdy+bdy-acx-bx}{cy}$.

20. D. *Come si divide un rotto per un' altro?*

R. Si moltiplichi il dividendo pel divisore rovesciato, cioè pel divisore, mutato il numeratore in denominatore, e 'l denominatore in numeratore. Il prodotto, che s' avrà, farà il quoziente cercato. Così ne' seguenti esempi.

$$\text{I. } \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

$$\text{II. } \frac{a^2-b^2}{x-y} : \frac{x+y}{a^2} = \frac{a^4-a^2b^2}{x^2-y^2}.$$

21. D. *Come si divide l' intero per un rotto, o un intero e rotto per un intero e rotto?*

È chiaro che dovendo dividere a per $\frac{b}{c}$ è lo stesso che $\frac{a}{1} : \frac{b}{c} = \frac{ac}{b}$. Similmente $\frac{b}{c} : a$ farà $= \frac{b}{c} : \frac{a}{1} = \frac{b}{ac}$. E parimenti $(a + \frac{b}{c}) : (d - \frac{x}{y})$ sarà $= \frac{ac+b}{c} : \frac{dy-x}{y} = \frac{acy+by}{cdy-cx}$.

CAPITOLO IV.

Delle Potenze e della radice delle grandezze algebraiche.

22. D. *Cosa s' intende per potenza di una grandezza algebraica?*

R. Si dice in generale *potenza* di qualsisia grandezze algebraica il prodotto, che nasce, moltiplicandola una, o più volte per se medesima. In ispezie poi si dice *potenza seconda, potenza terza, potenza quarta, potenza quinta*, ec., secondochè i fattori uguali, da' quali viene formata, sono due, tre, quattro, cinque, ec.

Così di a la potenza seconda è $a \times a = a^2$, la potenza terza è $a \times a \times a = a^3$, la potenza quarta è $a \times a \times a \times a = a^4$; e così procedendo all' infinito.

Si noti che la potenza seconda, e la potenza terza si chiamano ancora con nomi speziali *quadrato*, e *cubo*.

23. D. *Che s' intende per radice di una grandezza algebraica?*

R. Ogni grandezza per rispetto delle sue potenze si dice in generale *radice*. In ispezie poi la radice si dice *radice seconda*, *radice terza*, *radice quarta*, ec., secondochè si rapporta alla sua potenza seconda, terza, quarta, ec.

Così a si dice per rispetto di a^2 radice seconda, per rispetto di a^3 radice terza, per rispetto di a^4 radice quarta; e così procedendo all' infinito.

24. D. *Che s' intende per esponente di una radice?*

R. Si dice *esponente* d'una radice il numero, che dinota quante volte si deve sì fatta radice replicare nella moltiplicazione, per avere la potenza, a cui essa si riferisce.

Così della radice seconda l'esponente è 2, della radice terza è 3, della radice quarta è 4, e così procedendo innanzi.

25. D. *Quale conseguenza si ritrae da tali definizioni?*

R. Non nascendo tutte le grandezze da altre, una o più volte per se medesime moltiplicate; è facile ad intendere che non da tutte le grandezze si possono estrarre le radici seconde, terze, quarte, ec. Sicchè ogni grandezza si può a qualunque potenza innalzare, ma non già da ogni grandezza si può qualunque radice estrarre.

26. D. *Quale sono i segni che accompagnano le radici e quali sono le radici immaginarie?*

R. Le potenze pari sono sempre positive, positive o negative che sieno le grandezze a esse innalzare; le dispari poi sono dell'istesso segno di quelle, che a esse s' innalzano. Dunque le radici pari delle grandezze positive possono avere sì il $+$, che 'l $-$, e le radici dispari debbono avere il segno delle grandezze, dalle quali s' estraggono.

Di più non essendovi grandezza alcuna, che, innalzata a potenza pari, possa divenire negativa: è chiaro le radici pari delle grandezze negative contrassegnare grandezze impossibili. Quindi è che sì fatte radici, come $\sqrt{-a^2}$, $b\sqrt{-1}$, $\sqrt[4]{-2}$, ec., si dicono radici immaginarie.

27. D. *Come si estrae la radice quadrata da una grandezza algebraica qualunque?*

R. Sia da estrarsi la radice quadrata da $9x^4 - 12x^2y^3 + 4y^6$.

	$9x^4 - 12x^2y^3 + 4y^6$ $9x^4$	Radice
Divis $6x^2$	$0 \quad - 12x^2y^3 + 4y^6$	$3x^2 - 2y^3$.
	$9x^4 - 12x^2y^3 + 4y^6$	
	$0 \quad 0 \quad 0$	

I. *Da* $9x^4$ *s' estragga la radice seconda* $3x^2$, *e si noti nel luogo della radice.* II. *Di* $3x^2$ *si trovi il quadrato* $9x^4$, *e si sottragga dall' intera grandezza proposta, notandovi sotto il residuo primo* $-12x^2y^3 + 4y^6$. III. *Si moltiplichi per 2 la radice* $3x^2$, *e 'l prodotto* $6x^2$ *si noti a parte nel luogo del divisore.* IV. *Per* $6x^2$ *si divida il primo termine del residuo primo* $-12x^2y^3$, *e 'l quoziente* $-2y^3$ *si noti nella radice per secondo termine.* V. *Di* $3x^2 - 2y^3$ *si trovi il quadrato* $9x^4 - 12x^2y^3 + 4y^6$, *e si sottragga dall' intera grandezza proposta. E perchè il residuo è zero, sarà la radice cercata* $3x^2 - 2y^3$.

CAPITOLO V.

Dell' Equazioni di primo e di secondo grado.

28. D. *Che s' intende per equazione?*

R. Si dice *equazione* ogni espressione algebraica, in cui è il segno =, che dinota essere d' uguali valori le due parti dell' espressione, tra le quali tramezza.

Così equazioni si dicono $x = a + b$, $x^2 - ax = b^2$, ec.

29. D. *Quale si dice primo e quale secondo membro di un equazione qualunque?*

R. Si dice in ogni equazione *primo membro* la parte, che precede il segno =, e *secondo membro* la parte, ch 'l segue.

Così di $x^2 - ax = b^2$ il primo membro è $x^2 - ax$, e 'l secondo membro è b^2.

30. D. *Quali sono le grandezze note e quali le ignote di un equazione qualunque?*

R. Si diranno in qualunque equazione *note* le contrassegnanti di grandezze note; *ignote* le contrassegnanti di grandezze ignote; e *valori delle ignote* le note, o le composte da note, alle quali le ignote si troveranno uguali.

31. D. *Quali sono le equazioni determinate e quali le indeterminate, e quali sono le radici dell' equazioni determinate?*

R. Si dicono *equazioni determinate* quelle, che hanno una sola ignota, ed *equazioni indeterminate* quelle, che ne hanno più.

Si dicono in generale *radici* d' un' equazione determinata i valori della sua ignota. In ispezie poi si dicono *radici vere*, o *radici positive* i valori positivi, e *radici false*, o *radici negative* i valori negativi.

Così se i valori dell' ignota d' una equazione determinata faranno $+2$, -3, $+4$, il $+2$, e 'l $+4$ faranno radici vere, e 'l -3 farà radice falsa.

32. D. *Quali sono le equazioni pure e quali le affette?*

R. Si chiama *equazione pura* ogni equazione determinata, nella quale mancano tutt' i termini, che tramezzano tra 'l primo, e l' ultimo. Si dice poi *equazione affetta* ogni equazione determinata, nella quale niuno, o non tutt' i termini, che tramezzano tra 'l primo, e l' ultimo, mancano.

Così l' equazioni $x^2 * - a^2 = 0$, $y^3 ** - a^2 b = 0$, $z^4 *** + a^3 b = 0$, ec. sono equazioni pure. L' equazioni poi $x^2 - px - q = 0$, $y^3 - py^2 + qy + r = 0$, $z^3 * - qz - r = 0$, $x^3 + px^2 * - q = 0$, ec. sono equazioni affette.

33. D. *Quale è la proprietà principale e caratteristica di ogni equazione, e quali conseguenze ne derivano per la loro soluzione?*

R. Essendo i due membri di qualunque equazione d'uguali va-

lori, d'uguali valori resteranno 1° se ambidue s'accresceranno, o diminuiranno dell'istessa grandezza, o di grandezze uguali; 2° se ambidue si moltiplicheranno, o divideranno per l'istessa grandezza, o per grandezze uguali; 3° se ambidue s'innalzeranno alla medesima potenza, o da ambidue si estrarrà la medesima radice.

Perchè coll'aggiugnere ad ambidue i membri di un'equazione uno de'suoi termini negativi, svanisce esso dove si trova col segno —; perciò non si toglie l'uguaglianza de'due membri, se qualunque termine negativo si toglie dal membro, in cui si trova col —, e si scrive nell'altro col +. Quindi, se $x + b - c = a - y$, farà $x + b + y = a + c$.

Similmente, togliendo da ambidue i membri d'un'equazione uno de'suoi termini positivi, svanisce esso dove si trova col +. Dunque neppure si toglie l'uguaglianza de'due membri d'un'equazione, se qualunque suo termine positivo si toglie dal membro, in cui si trova col +, e si scrive nell'altro col —. Quindi essendo $x^2 + ab = a^2 + ax$, farà $x^2 - ax = a^2 - ab$.

Per la qual cosa, senza togliere l'uguaglianza de'due membri d'un'equazione, si possono trasferire de'termini da un membro nell'altro co'segni contrarî a quelli, che hanno; si possono cambiare i segni di tutt'i termini, senza trasferire i termini da un membro nell'altro; e si può finalmente ridurre ogni equazione $= 0$, con trasferire tutt'i termini d'un membro nell'altro.

CAPITOLO VI.

Della soluzione dell'equazioni determinate del primo grado.

84. D. *Come si risolve una equazione determinata di primo grado?*

R. I. Si riduca l'equazione senza rotti, se mai ne ha, con moltiplicare pel denominatore d'uno de'rotti tutt'i suoi termini, che non contengono tale rotto, e con reiterare successivamente tale operazione quante volte bisogna, nel caso che l'equazione contenesse più rotti.

II. Si trasferiscano nel primo membro i soli termini, che contengono l'ignota, e nel secondo tutti gli altri; e in ciascuno de'membri si faccia la contrazione nel caso, che possa aver luogo.

III. Finalmente si dividano ambi i membri pel coefficiente, o per la somma de'coefficienti, che ha l'ignota nel primo membro.

S'avrà in tal modo un'equazione semplice, che conterrà nel primo membro la semplice ignota, e nel secondo membro il suo valore, farà conseguentemente sciolta l'equazione.

Sia da sciorsi l'equazione $\frac{1}{4}x = 26 - 3x$.

$$\frac{1}{4}x = 26 - 3x$$

moltiplicando tutti i membri per 4.

$$x = 104 - 12x,$$

Sicchè

$$x + 12x = 104$$

$$13x = 104$$

e divid. due membri per 13 si avrà

$$x = \frac{104}{13} = 8.$$

Sia ora da sciorsi $\frac{4}{3}x = 7 + \frac{3}{4}x$.

$$\frac{4}{3}x = 7 + \frac{3}{4}x$$

moltiplicando per 4 si avrà

$$\frac{16}{3}x = 28 + 3x$$

moltiplicando per 3 si avrà

$$16x = 84 + 9x$$

Sicchè

$$16x - 9x = 84$$

$$7x = 84$$

dividendo per 7 si avrà

$$x = \frac{84}{7} = 12.$$

35. D. *Come si risolvono più equazioni determinate a più ignote?*

R. Ciò, che s'è praticato negli addotti esempi, si può con facilità anche eseguire se si hanno più equazioni a più ignote come si vedrà ne' due seguenti esempi.

Sieno l'equazioni date A, B, C.

A . . . . $x + y = a$

B . . . . $x + z = b$

C . . . . $y + z = c$.

Sarà

A + B — C . . . . $2x = a + b - c$.

Onde

$$x = \frac{a + b - c}{2}.$$

Or poichè nell' equazioni A e B si ha

$$\text{in A} \ldots y = a - x$$
$$\text{in B} \ldots z = b - x.$$

Dunque

$$y = a - \left(\frac{a + b - c}{2}\right) = \frac{a - b + c}{2}$$
$$z = b - \left(\frac{b + c - a}{2}\right) = + \frac{a + b + c}{2}.$$

Sicchè i valori delle tre ignote saranno

$$x = \frac{a + b - c}{2}, y = \frac{a - b + c}{2}, z = \frac{b + c - a}{2}.$$

Che questi sieno i veri valori delle quattro ignote è facile di vederlo perchè messi nelle quattro equazioni rendono il primo termine uguale al secondo.

CAPITOLO VII.

Della soluzione dell' equazioni determinate del secondo grado.

36. D. ***Come si risolve una qualunque equazione pura di secondo grado?***

Contrassegni $x^2 \pm p = 0$ qualunque equazione pura del secondo grado. Sarà $x^2 = \pm p$; ed, estraendo la radice quadrata da ambi i membri, sarà $x = \pm \sqrt{\mp p}$. Onde le due radici dell' equazione sono $x = + \sqrt{\mp p}$, $x = - \sqrt{\mp p}$.

Quindi se l' equazione è $x^2 - p = 0$, cioè col p negativo, le due radici sono $x = \sqrt{p}$, $x = - \sqrt{p}$, e conseguentemente reali, sebbene una sia positiva, e l' altra negativa; se poi l' equazione è $x^2 + p = 0$, cioè col p positivo, le due radici allora sono $x = + \sqrt{-p}$, $x = - \sqrt{-p}$; e conseguentemente immaginarie, ed una pure positiva, e l' altra negativa.

Sia da sciorsi l' equazione $x^2 - 8 = 0$. Essendo $x^2 = 8$, saranno le sue due radici

$$x = + \sqrt{8} = + 2\sqrt{2}$$
$$x = - \sqrt{8} = - 2\sqrt{2}.$$

Sia da sciorsi l' equazione $x^2 + 4 = 0$. Essendo $x^2 = - 4$, saranno le sue due radici

$$x = + \sqrt{-4} = + 2\sqrt{-1}$$
$$x = - \sqrt{-4} = - 2\sqrt{-1}.$$

37. D. *Come si risolve qualunque equazione affetta di secondo grado?*

Contrassegni $x^2+px+q=0$ qualunque equazione di secondo grado affetta. Sarà $x^2+px=-q$. E perchè nel primo membro vi sono x^2, quadrato dell' ignota x, e px, doppio del prodotto, che nasce moltiplicando l' ignota x per $\frac{1}{2}p$; se s' aggiugnerà ad entrambi i membri $\frac{1}{4}p^2$, quadrato di $\frac{1}{2}p$, o sia della metà del coefficiente del secondo termine, diverrà il primo membro un quadrato perfetto; e s' avrà

$$x^2+px+\frac{1}{4}p^2=\frac{1}{4}p^2-q.$$

Sicchè, estraendo la radice da ambi i membri, sarà

$$x+\tfrac{1}{2}p=\pm\sqrt{\tfrac{1}{4}p^2-q}.$$

E perciò

$$x=-\tfrac{1}{2}p+\sqrt{\tfrac{1}{4}p^2-q}$$
$$x=-\tfrac{1}{2}p-\sqrt{\tfrac{1}{4}p^2-q}.$$

Quindi le radici trovate sono ambedue negative; e di più ambedue reali, se sarà $\frac{1}{4}p^2>q$, e ambedue immaginarie, se sarà $\frac{1}{4}p^2<q$.

Se l' equazione proposta sarà $x^2-px+q=0$, le due radici saranno $x=\frac{1}{2}p+\sqrt{\frac{1}{4}p^2-q}$, $x=\frac{1}{2}p-\sqrt{\frac{1}{4}p^2-q}$; e tali radici saranno ambedue vere; e di più ambedue reali, se sarà $\frac{1}{4}p^2>q$, e ambedue immaginarie, se sarà $\frac{1}{4}p^2<q$.

Se l' equazione proposta sarà $x^2+px-q=0$, le due sue radici saranno $x=-\frac{1}{2}p+\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$, $x=-\frac{1}{2}p-\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$; e tali radici saranno ambedue reali, però una sarà vera, e l'altra falsa, e la falsa sarà maggiore della vera.

Se finalmente la proposta equazione sarà $x^2-px-q=0$, le sue radici saranno $x=\frac{1}{2}p+\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$, $x=\frac{1}{2}p-\sqrt{\frac{1}{4}p^2+q}$; e tali radici saranno pure ambedue reali, però una sarà anche vera, e l' altra falsa, e la vera sarà maggiore della falsa.

La soluzione dell' esposto probl. ci fa comprendere che, per isciorre qualunque equazione di secondo grado affetta, si deve procedere a questo modo. I. Si deve trasferire nel secondo membro dell' equazione da sciorre l' ultimo suo termine. II. Si deve

aggiugnere ad entrambi i membri della nuova equazione il quadrato della metà del coefficiente del termine secondo. III. Si deve da entrambi i membri dell'equazione, che nasce, estrarre la radice quadrata. IV. Finalmente si deve lasciare nel primo membro dell'ultima equazione, che risulta con estrarre le radici da ambi i membri, la sola ignota, e 'l secondo membro si deve prendere una volta col +, e un'altra volta col —; e così s'avranno le due radici dell'equazione da sciorre.

Sia da sciorsi $x^2 - 5x - 84 = 0$.

$x^2 - 5x = 84$ aggiungendo ad ambi i membri

$\frac{25}{4}$ $\frac{25}{4}$ si avrà

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 84 + \frac{25}{4}$$ ossia

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = \frac{361}{4}$$ ed estraendo la radice quadrata da ambi i membri si avrà

$$x - \frac{5}{2} = \pm \frac{19}{2}.$$

E quindi

$$x = + \frac{24}{2} = + 12$$

$$x = - \frac{14}{2} = - 7.$$